**TEMA 8 : LA INTEGRAL INDEFINIDA**

**1. Introducción**

Integrar es lo contrario de derivar, así que es muy importante saber derivar bien previamente. Este tema, en vuestro caso, es mucho más sencillo que el que tienen que estudiar vuestros compañeros de Matemáticas II, pues el tipo de integrales que tenéis que saber resolver es mucho más reducido.

**2. Primitiva de una función**

Si tenemos una función que cumple diremos que es una primitiva de . Ahora bien, como la derivada de un número es 0, si a le añadimos un número cualquiera (una constante) que representaremos por la letra (o la que queráis), la derivada seguirá siendo y por tanto también será una primitiva. Calcular la integral indefinida de una función consiste en hallar todas sus primitivas y se representa así:

La expresión se lee diferencial de y siempre se pone. Calculemos, de forma intuitiva, algunas integrales y luego pasaremos a ver las fórmulas de integración, que nos facilitarán mucho las cosas.

**Ej. 1:**  ya que la derivada de es (recordemos que es una constante y por tanto su derivada es 0).

**Ej. 2:** ya que la derivada de es .

**Ej. 3:** ya que la derivada de es .

**3. Fórmulas de integración**



**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

**Ej. 3:**

Lo mismo que hicimos con las fórmulas de derivación, vamos a ver ahora la expresión más general para este tipo de integrales.

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

Aquí tenemos un problema ya que la derivada de es y en nuestra integral aparece solamente . Pues bien, cuando nos ocurra esto, es decir cuando nos falte simplemente un número que multiplique o divida a la expresión que necesitamos, lo pondremos dentro de la integral y también fuera, pero haciendo lo contrario, para que así nada cambie:

**Ej. 3:**

Si os fijáis, en las fórmulas anteriores he puesto Veamos qué pasa si .

Fijaros que la dentro del logaritmo neperiano va dentro de un valor absoluto ya que los logaritmos de números negativos no existen. La fórmula general para este tipo de integrales es la siguiente:

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

**Ej. 3:**

**Ej. 4:**  (los números que multiplican o dividen pueden salir o entrar en una integral a nuestra conveniencia)

**Ej. 5:**

**Ej. 1:**

Las fórmulas generales para las integrales exponenciales son las siguientes:

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

**Ej. 3:**

La integral de la tangente la hemos calculado en el ejemplo 5, ya que

Las fórmulas generales son:

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

(Observad la diferencia entre , donde es la la que está elevada a 5, y , donde es quien está elevado a 5)

En vuestro libro tenéis más fórmulas de integración, pero dada la situación y que no os van a entrar en la EvAU, no las estudiaremos.

Para acabar, simplemente comentaros que cuando tengamos la integral de sumas o diferencias de las funciones anteriores, es lo mismo que la sumas o las diferencias de las integrales.

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

**Ej. 3:** Hallar una primitiva de la función que cumpla

Como

Por tanto, la primitiva que cumple la condición del enunciado es:

**4. ANEXO: Regla de L’Hopital**

Aunque no entra dentro de los contenidos obligatorios de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, es una regla tremendamente útil para calcular límites en los que aparezcan las indeterminaciones o , siendo este último caso el que yo os recomiendo para su utilización y así evitar tener que factorizar, que lleva más tiempo y a más errores.

Lo que nos dice esta regla es lo siguiente:

Es decir el límite original es el mismo que el que se obtiene si derivamos el numerador y el denominador (por separado, no como un cociente).

**Ej. 1:**

**Ej. 2:**

En este último ejemplo hemos tenido que aplicar la regla dos veces.