TRABAJO 1º BCS 17 ABRIL:

1º REPASA Y CORRIGE LOS EJERCICIOS DE AYER PRESTANDO ESPECIAL ATENCIÓN

EJEMPLO DE AYUDA

Hazlo tú. **Halla los puntos singulares de $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 3$ y determina los intervalos donde crece o decrece.**

Resolvemos la ecuación $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 2$$

$$f(1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - 12(-1) + 3 = 10 \rightarrow (-1, 10) \text{ es un punto singular.}$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 3 = -17 \rightarrow (2, -17) \text{ es otro punto singular.}$$

Teniendo en cuenta las ramas infinitas:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (2x^3 - 3x^2 - 12x + 3) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3 - 3x^2 - 12x + 3) = -\infty$$

Tenemos que los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(2, +\infty)$ son intervalos de crecimiento. En el intervalo $(-1, 2)$ la función decrece.

2º PÁGINA 195 SOLUCIÓN EJERCICIOS 1 Y 2

1 a) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $y = x^4 - 8x^2 + 12x$ en los puntos de abscisas 1 y –1.

b) Halla las rectas tangentes a la curva con pendiente 12.

a) Calculamos la derivada primera:

$$f'(x) = 4x^3 - 16x + 12$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1) = 4 - 16 + 12 = 0 \\ f(1) = 1 - 8 + 12 = 5 \end{array}\right\} \rightarrow \text{La recta tangente es: } y = 0(x-1) + 5 \rightarrow y = 5$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(-1) = -4 + 16 + 12 = 24 \\ f(-1) = 1 - 8 - 12 = -19 \end{array}\right\} \rightarrow \text{La recta tangente es: } y = 24(x+1) - 19 \rightarrow y = 24x + 5$$

b) Hallamos las abscisas de los puntos en los que las tangentes tienen pendiente 12 resolviendo la ecuación $f'(x) = 12$:

$4x^3 - 16x + 12 = 12 \rightarrow 4x^3 - 16x = 0 \rightarrow x(4x^2 - 16) = 0 \rightarrow x = -2,\ x = 0,\ x = 2$

- $x = -2 \rightarrow f(-2) = (-2)^4 - 8(-2)^2 + 12(-2) = -40$

  La recta tangente es: $y = 12(x + 2) - 40 \rightarrow y = 12x - 16$

- $x = 0 \rightarrow f(0) = 0$

  La recta tangente es: $y = 12x$

- $x = 2 \rightarrow f(2) = 2^4 - 8 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 8$

  La recta tangente es: $y = 12(x - 2) + 8 \rightarrow y = 12x - 16$

2 Halla el valor máximo de la función $y = -x^3 + 12x + 3$ en el intervalo $[0, 3]$ y en el intervalo $[-5, 3]$. Halla el mínimo en cada uno de esos intervalos.

Calculamos primero los puntos singulares de la función:

$f'(x) = -3x^2 + 12$

$f'(x) = 0 \rightarrow -3x^2 + 12 = 0 \rightarrow x_1 = -2,\ x_2 = 2$

- En el intervalo [0, 3] evaluamos:

  $f(0) = 3 \quad f(2) = 19 \quad f(3) = 12$

  El máximo se encuentra en $x = 2$ y vale 19.

  El mínimo se encuentra en $x = 0$ y vale 3.

- En el intervalo [–5, 3] evaluamos:

  $f(-5) = 68 \quad f(-2) = -13 \quad f(2) = 19 \quad f(3) = 12$

  El máximo se encuentra en $x = -5$ y vale 68.

  El mínimo se encuentra en $x = -2$ y vale –13.