Probabilidad.

M. Carmen Sancho Matellano.

Departamento de Matemáticas. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

16 de mayo de 2024

índice de contenidos I

1. Frecuencia y Probabilidad
   - Frecuencia
   - Propiedades de la probabilidad
2. Teoría
   - Leyes de Morgan
   - Probabilidad condicionada
   - Probabilidad Total
   - Fórmula de Bayes
3. Ejemplos
   - Probabilidad Total
   - Fórmula de Bayes

Frecuencia absoluta de un suceso A:

- Es el número de veces que se repite dicho suceso$\Rightarrow f(A)$

Frecuencia relativa de un suceso A:

- Es el cociente del número de veces que se repite A entre N el número total de experiencias que se realizan $\Rightarrow f_r(A) = \dfrac{f(A)}{N}$

Ley de los grandes números. ✍

- $\boxed{\lim\limits_{N\to\infty} f_r(A) = P(A)}$

💡 Definición de probabilidad, pero no es últil para calcularla.

Regla de Laplace. ✍

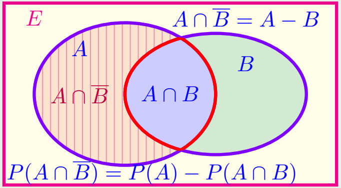
$$\boxed{P(A) = \frac{N^\circ\ casos\ favorables}{N^\circ\ casos\ posibles}}$$

☞ Sólo se puede usar con sucesos elementales equiprobables.

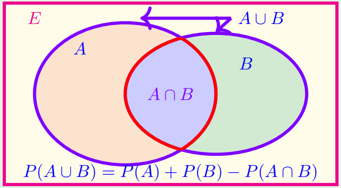
Sucesos y probabilidad.

- $E \equiv$ **Espacio muestral** es el suceso seguro$\Rightarrow P(E) = 1$.
- $\emptyset$ **conjunto vacío** es el suceso imposible $\Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- **Diagramas de Venn:** esquemas usados en la teoría de conjuntos.

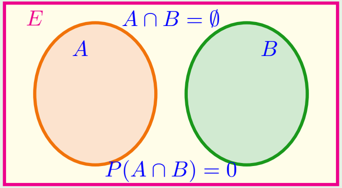
$A \cap \overline{B} = A - B$



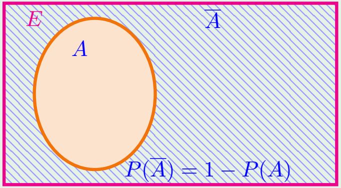
$A \cup B$ y $A \cap B$



Incompatibles $A \cap B = \emptyset$



Contrario $\overline{A} = E - A$



Resumen de la teoría.

Leyes de Morgan. ✍

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Sucesos independientes. ✍

- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. O también
- $P(A|B) = P(A)$ y $P(B|A) = P(B)$

Probabilidad condicionada: ✍

- Es la probabilidad de que ocurra un suceso A sabiendo que ha ocurrido el suceso B
- $\boxed{P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}}$

Teorema Probabilidad Total: ✍

Si tenemos $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = E$, incompatibles dos a dos $(A_i \cap A_j = \emptyset)$:

$$\boxed{P(S) = P(S|A_1) \cdot P(A_1) + P(S|A_2) \cdot P(A_2) + \cdots + P(S|A_n) \cdot P(A_n)}$$

Teorema de Bayes: ✍

$$\boxed{P(A_i|S) = \frac{P(S|A_i) \cdot P(A_i)}{P(S)} = \frac{P(A_i \cap S)}{P(S)}}$$

Fórmula de Bayes con Prob. Total: ✍

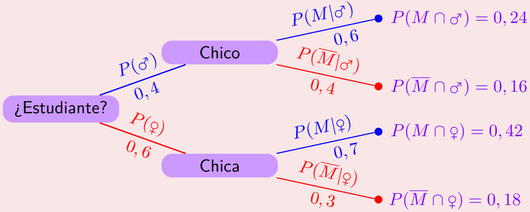
$$\boxed{P(A_i|S) = \frac{P(S|A_i) \cdot P(A_i)}{P(S|A_1) \cdot P(A_1) + \cdots + P(S|A_n) \cdot P(A_n)}}$$

Probabilidad Total

Probabilidad de B según los resultados de A

- Si los resultados de B dependen de un experimento previo A se cumple:
- $$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i) \cdot P(A_i)}$$

Diagrama de árbol



Ejemplo

El 60 % de los chicos tienen móvil, y el 70 % de las chicas también. Si escogemos un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga móvil si en esa clase hay un 40 % de chicos?

- $P(M) = P(♂) \cdot P(M/♂) + P(♀) \cdot P(M/♀)$
- $P(M) = 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,7 = 0,66$

Tabla de contingencia

	Chico ♂	Chica ♀	Total
Móvil	$0,24$	$0,42$	$0,66$
$\overline{Móvil}$	$0,16$	$0,18$	$0,34$
Total	$0,4$	$0,6$	1

Probabilidad a posteriori

Fórmula de Bayes

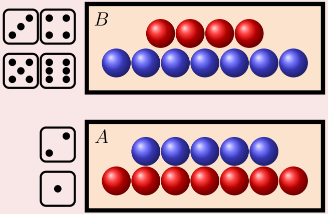
La Fórmula de Bayes

- Usando la prob. condicionada:
- $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = P(A) \cdot P(B/A) \Rightarrow$
- $\boxed{P(A/B) = \dfrac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(B)}}$

Ejemplo

Tenemos una urna A con 7 bolas rojas y 5 azules, y una urna B con 7 bolas azules y 4 rojas. Tiramos un dado: si sale un 1 o un 2, obtenemos bola de la urna A. En caso contrario de la B. Si hemos obtenido una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

Figuras



Solución

- $P(A/R) = \dfrac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(R)}$
- $P(A/R) = \dfrac{\frac{2}{6} \cdot \frac{7}{12}}{\frac{2}{6} \cdot \frac{7}{12} + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{11}} = \dfrac{77}{133}$