FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Propiedades y operaciones con raíces

1. Simplifica los siguientes radicales.

a) $\sqrt[4]{4}$

b) $\sqrt[6]{27}$

c) $\sqrt[10]{400}$

d) $\sqrt[12]{8a^6b^9}$

2. Extrae factores de los siguientes radicales.

a) $\sqrt{800}$

b) $\sqrt[3]{162}$

c) $\sqrt[3]{256}$

d) $\sqrt[5]{32a^{17}b^{20}c^{11}}$

3. Opera:

a) $\sqrt{108}+\sqrt{75}-\sqrt{48}$

b) $\sqrt[3]{54}+3\sqrt[3]{128}-\sqrt[3]{2000}$

4. Ordena de menor a mayor estos radicales.

$$\sqrt{2} \qquad \sqrt[3]{4} \qquad \sqrt[4]{10} \qquad \sqrt[6]{20} \qquad \sqrt[12]{150}$$

5. Opera.

a) $\sqrt[4]{6}:\sqrt[6]{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{96}+\sqrt{150}}{3\sqrt{8}-\sqrt{2}}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{250}+5\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{1024}}$

6. Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{6}{\sqrt[5]{4}}$

c) $\dfrac{3}{\sqrt{2}-1}$

d) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Logaritmos

1. Calcula, utilizando la definición, los siguientes logaritmos.

a) $\log_3 81$

b) $\log_2 1024$

c) $\log_2 0{,}25$

d) $\log_3 0{,}\widehat{1}$

e) $\ln\sqrt[5]{e^2}$

f) $\log_\pi 1$

g) $\log_{\sqrt{2}}\sqrt[3]{4}$

h) $\log_{\sqrt[3]{2}}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

2. Utiliza la fórmula del cambio de base y la calculadora para hallar los siguientes logaritmos.

a) $\log_2 5$

b) $\log_3 35$

c) $\log_5 17$

d) $\log_{11} 0{,}5$

3. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas.

a) Una base de un logaritmo es válida siempre que sea mayor que 0.

b) Únicamente se pueden calcular logaritmos de números que no sean negativos.

c) El resultado de un logaritmo nunca puede ser negativo.

d) Para cualquier logaritmo se cumple que $\log_b(A + B) = \log_b A \cdot \log_b B$.

e) El logaritmo en cualquier base de 1 siempre es 0.

4. Suponiendo que $\log_2 A = 0{,}7$ y que $\log_2 B = -1{,}4$, calcula:

a) $\log_2(2B^5)$

b) $\log_2\left(\dfrac{4A}{B}\right)$

c) $\log_2\left(\dfrac{\sqrt[3]{A}}{B}\right)$

d) $\log_2\left(\sqrt{\dfrac{B}{16A}}\right)$

5. Expresa mediante un único logaritmo:

a) $2\log x + 3\log y - \log 5$

b) $2 + \log x - \dfrac{1}{3}\log y - \log z$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Operaciones con polinomios

1. Se consideran los polinomios $A(x)=\frac{x^3}{2}-\frac{2x^2}{5}+x-\frac{1}{3}$, $B(x)=\frac{5x^4}{3}-\frac{2x^3}{5}+\frac{x}{2}$ **y** $C(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{x}{5}+\frac{3}{4}$. **Calcula:**

a) $A(x)+B(x)$

b) $A(x)-2\cdot B(x)$

c) $3B(x)-A(x)-\frac{C(x)}{2}$

d) $A(x)\cdot B(x)$

2. Aplica las identidades notables para desarrollar estas expresiones.

a) $(3x+2\sqrt{2})^2$

b) $\left(\sqrt[4]{2}-\frac{3}{2}x\right)^2$

c) $(\sqrt{5x}-\sqrt[3]{2}y)(\sqrt{5x}+\sqrt[3]{2}y)$

3. Aplica las identidades notables para expresar estas expresiones en forma de producto.

a) $9x^4+3-6\sqrt{3}x^2$

b) $x+\frac{1}{4}+\sqrt{x}$

c) $2x^2-\frac{4}{9}y^2$

4. Halla el cociente y el resto de estas divisiones.

a) $(x^4+5x^3+x^2+20x-12):(x^2+4)$

b) $(-2x^7+3x^6-11x^5+17x^4-8x^3+7x^2-5x-8):(-2x^2+3x-1)$

5. Utiliza la regla de Ruffini para calcular el cociente y el resto de estas divisiones.

a) $(x^4+3x^3-2x^2-6x-3):(x+2)$

b) $(x^6-3x^5+x^3-7x^2+12x+4):(x-3)$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Operaciones con fracciones algebraicas

1. **Calcula el mínimo común múltiplo de los polinomios $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2$ y $Q(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$.**

2. **Calcula el máximo común divisor de los polinomios $P(x) = 6x^3 - 30x^2 + 48x - 24$ y $Q(x) = 4x^3 - 12x - 8$.**

3. **Simplifica estas fracciones algebraicas.**

   a) $\dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - 3x^2 + 4}$ b) $\dfrac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$ c) $\dfrac{12x^2 - 36x}{18x^4 + 36x^3}$

4. **Calcula:**

   a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{2 - x}{3x^3}$

   b) $\dfrac{1 - x}{1 + x} + \dfrac{2}{x - 1}$

   c) $\dfrac{4 - x}{x + 3} - \dfrac{x^2 + 1}{6 - 2x} - \dfrac{x^3 + 4x - 2}{x}$

   d) $\dfrac{4x^2 + 4x - 8}{x^2 + x} \cdot \dfrac{x - 1}{8x^2 - 32}$

   e) $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} : \dfrac{3x - 3}{x^2 + 2x - 8}$

5. **Calcula esta operación combinada con fracciones algebraicas: $\dfrac{2x}{x + 1} : \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1 - x}{x^2 + 2x}\right)$**

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Raíces de un polinomio. Factorización

1. **Calcula los valores de *a* y *b* para que *x* = 2 sea raíz de los polinomios** $P(x) = ax^3 + x^2 + x + b$ **y** $Q(x) = ax^2 + bx - 6$.

2. **Halla la multiplicidad de las raíces 1 y −1 en estos polinomios.**
   a) $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1$
   b) $Q(x) = x^5 - 8x^4 + 12x^3 + 2x^2 - 13x + 6$

3. **Factoriza estos polinomios sacando factor común y utilizando las identidades notables.**
   a) $x^8 - 1$
   b) $x^5 - 16x$
   c) $3x^6 - 12x^4 + 12x^2$

4. **Factoriza estos polinomios.**
   a) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
   b) $x^3 - x^2 - 24x - 36$
   c) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$
   d) $x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$
   e) $x^5 + 4x^4 - 14x^3 - 56x^2 - 59x - 20$
   f) $x^{10} - x^9 - 4x^8 + 2x^7 + 5x^6 - x^5 - 2x^4$

5. **Calcula el polinomio *P*(*x*) de grado tres que tiene como raíces *x* = −1 con multiplicidad 2 y *x* = 4 con multiplicidad 1 y que verifica que *P*(1) = 4.**

6. **De estos tres polinomios, ¿cuáles son primos entre sí?**
   - $A(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$
   - $B(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
   - $C(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

Ecuaciones polinómicas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.

a) $x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0$

b) $x^3 + 3x^2 + 6x + 18 = 0$

c) $\frac{x^3}{8} + \frac{5}{2}x = x^2 + 2$

d) $x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3 = 0$

e) $6x^4 - 13x^3 - 7x^2 + 29x = 15$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

b) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

c) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

d) $8x^4 + 9 = 38x^2$

3. Una ecuación bicuadrada de la forma $x^4 + ax^2 + b = 0$ con $a > 0$ y $b > 0$, ¿cuántas soluciones tendrá?

4. Utilizando la misma estrategia que usas para resolver ecuaciones bicuadradas, resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$

b) $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$

5. Resuelve los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 2y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 22 \\ x^2 - 3y^2 = -3 \end{cases}$

6. En un triángulo rectángulo de área 36 cm^2 su hipotenusa mide $\sqrt{97}$ cm. ¿Cuánto miden sus catetos?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Ecuaciones racionales e irracionales

1. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

a) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}=3$

b) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{2x+1}{5x}$

c) $\frac{x}{x+1}-\frac{2x}{x-1}=-\frac{9}{4}$

d) $\frac{2x}{x+2}-\frac{x+1}{x-2}=\frac{1-9x}{x^2-4}$

e) $\frac{x}{1-x}+1=\frac{1-2x}{x^2-1}$

2. En unas vacaciones un grupo de amigos reservaron un apartamento en la playa que les costó 1800 €. Al final no pudieron ir 3, con lo que los restantes tuvieron que pagar 50 € más cada uno. ¿Cuántos amigos fueron al final?

3. Resuelve las siguientes ecuaciones con un radical.

a) $\sqrt{3x+1}+x=9$

b) $x+\sqrt{2x^2+2x-3}+1=0$

4. Resuelve estas ecuaciones dos radicales.

a) $\sqrt{x^2-x}=\sqrt{2x^2-2}$

b) $\sqrt{x+5}+\sqrt{x}=5$

c) $\sqrt{4x+1}-\sqrt{2x}=1$

5. Resuelve el sistema $\begin{cases} x-y=1 \\ \frac{y}{x-2}+\frac{2x}{y}=5 \end{cases}$.

6. Halla un número tal que al sumarle una unidad y hacer después la raíz cuadrada dé como resultado una unidad más que al restarle a dicho número 6 unidades y hacer a continuación la raíz cuadrada.

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Ecuaciones logarítmicas y exponenciales

1. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas.

a) $\ln x = -2$

b) $\log_2 (x+5) = 4$

c) $\log_3 7x = 0{,}5$

d) $\log x + \log(x-1) = \log 12$

e) $\log(x+1) - \log(x-1) = 1 - \log 6$

f) $4\log x = 2\log x + \dfrac{\log 8}{3}$

g) $\log(3x^2 + 5x + 30) - \log(3x+8) = 1$

2. ¿Qué relación existe entre *A* y *B* si $\dfrac{\log A}{2} + \log B = 1$?

3. Resuelve estas ecuaciones exponenciales.

a) $2^{3x+1} = 8^{x-4}$

b) $9^{x-4} - \left(\dfrac{1}{27}\right)^x = 0$

c) $2^{4x-1} = 3^{2x+5}$

4. Resuelve estas ecuaciones exponenciales, utilizando el cambio de variable adecuado.

a) $2^{2x} - 3\cdot 2^x + 2 = 0$

b) $9^x - 28\cdot 3^{x-1} + 3 = 0$

c) $2^{2x+1} - 7\cdot 2^{x-1} = 1$

5. Halla el valor de un número sabiendo que el doble de su logaritmo neperiano es una unidad inferior al logaritmo neperiano de 4.

6. Resuelve el sistema $\begin{cases} x - y = 21 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$.

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Inecuaciones polinómicas

1. Plantea las siguientes situaciones mediante inecuaciones.

a) Cinco cafés cuestan menos que 7 €.

b) El perímetro de un hexágono regular es como máximo 30 cm.

c) La diagonal de un cuadrado es mayor que 7 cm.

d) El área de un círculo es mayor que 15 cm^2.

2. Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado.

a) $3x - 5 < 5x + 1$

b) $x - (4x + 5) \geq 2 - 3(1 - 4x)$

c) $\frac{x}{4} - \frac{1-x}{3} \leq 1 + \frac{3x}{2}$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas.

a) $x^2 + 10 \leq 7x$

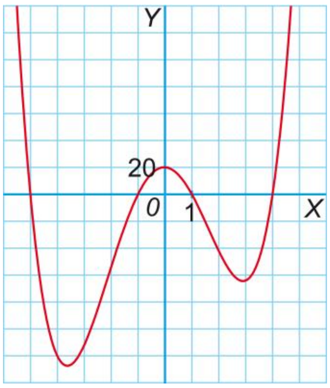
b) $3x - x^2 > 0$

c) $x^3 - 3x^2 + 4 \leq 0$

d) $2x^3 - 5x^2 + 2x - 5 > 0$

e) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$

4. La siguiente es la gráfica del polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 21x^2 - x + 20$. Utiliza dicha gráfica para resolver la inecuación $x^4 + x^3 - 21x^2 \leq x - 20$.



5. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones.

a) $\begin{cases} 4x + 3 \leq 3x + 8 \\ x + 4 > -3x \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \geq 0 \\ 10x - x^2 > 0 \end{cases}$

6. En una cafetería con 3 € podría comprar dos refrescos, pero con 5 € no podría comprar cuatro refrescos. ¿Entre qué valores está el precio del refresco en la cafetería?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Inecuaciones racionales

1. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales.

a) $\frac{x+1}{x-2}>0$

b) $\frac{x-4}{3-x}\leq 0$

c) $\frac{3x-4}{2-5x}\leq 0$

d) $\frac{x^2-4}{x-4}\geq 0$

e) $\frac{3x-x^2}{x^2-5}>0$

f) $\frac{4x^2-9}{x^2-3x+2}\leq 0$

2. Observa el siguiente procedimiento que se ha utilizado para resolver la inecuación $\frac{x+1}{x}\leq\frac{2x}{x-2}$.

$$\frac{x+1}{x}\leq\frac{2x}{x-2}\Rightarrow(x+1)(x-2)\leq 2x^2\Rightarrow 0\leq x^2+x+2\Rightarrow x\in(-\infty,+\infty)$$

Sin embargo, si sustituimos en la inecuación original por x = 1, nos queda $\frac{1+1}{1}\leq\frac{2\cdot 1}{1-2}\Rightarrow 2\leq -2$, lo cual es falso. ¿Dónde está el error?

3. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales.

a) $\frac{x+1}{x-3}\geq 1$

b) $\frac{x+4}{x}\geq\frac{x-3}{x+1}$

4. La siguiente es la gráfica de la función $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$. Utiliza dicha gráfica para resolver la inecuación $\frac{x^3}{x^2-4}\geq 0$.