Gravitación universal.

David Matellano

Departamento de Física y Química. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

27 de septiembre de 2019

I.E.S. ÁNGEL CORELLA

Dpto. de Física y Química

índice de contenidos I

Las Leyes de Kepler

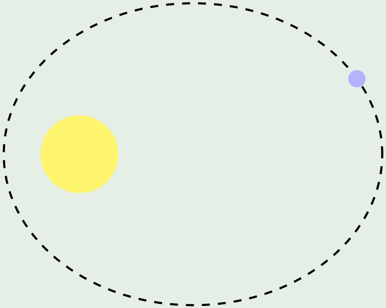
Leyes de Kepler

Las Leyes de Kepler

Leyes de Kepler

1.ª Todos los planetas describen órbitas elípticas alrededor del sol, estando este situado en uno de los focos de dicha órbita.

Figuras

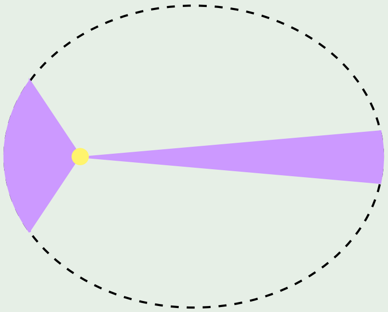


Las Leyes de Kepler

Leyes de Kepler

2.ª El radiovector recorre áreas iguales en tiempos iguales (Velocidad areolar φ constante)

Figuras



Las Leyes de Kepler

Leyes de Kepler

3.ª El cuadrado del periodo entre el cubo del semieje mayor siempre es constante.

Figuras

$$\frac{T^2}{a^3} = Cte$$

Las Leyes de Kepler

Leyes de Kepler

3.ª El cuadrado del periodo entre el cubo del semieje mayor siempre es constante.
$\Rightarrow$ En órbitas circulares sustituimos a por el radio r.

Figuras

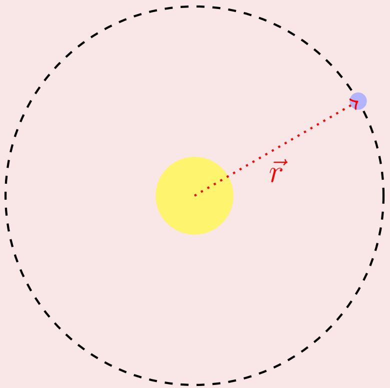
$$\frac{T^2}{r^3} = Cte$$

La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M

Figuras

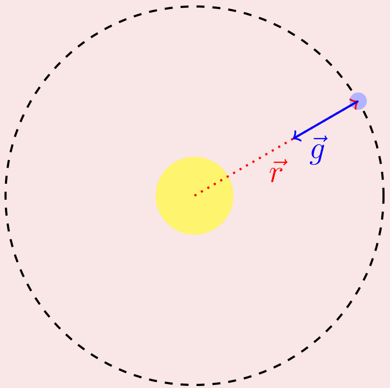


La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M
- Igualamos $|\vec{g}|$ con $|\vec{a_n}|$:

Figuras

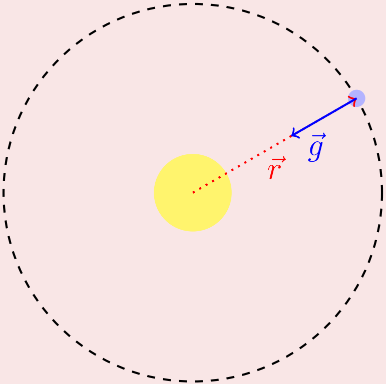


La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M
- Igualamos $|\vec{g}|$ con $|\vec{a_n}|$:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \omega^2 \cdot r$

Figuras

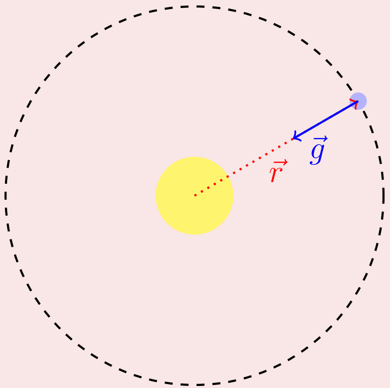


La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M
- Igualamos $|\vec{g}|$ con $|\vec{a_n}|$:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \omega^2 \cdot r$
- Recordando que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ obtenemos:

Figuras

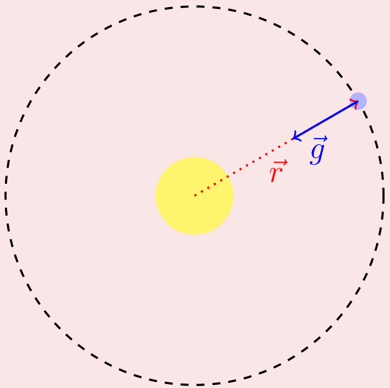


La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M
- Igualamos $|\vec{g}|$ con $|\vec{a_n}|$:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \omega^2 \cdot r$
- Recordando que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ obtenemos:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r$

Figuras



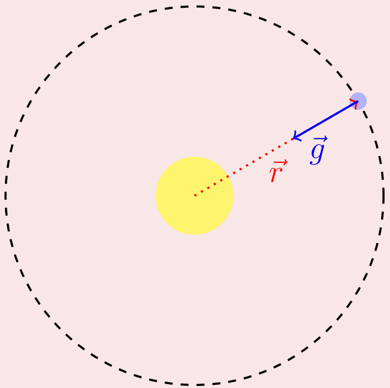
La tercera Ley de Kepler en órbitas circulares

Órbitas circulares

- Sea una órbita circular de radio r de un planeta de masa m alrededor de una estrella de masa M
- Igualamos $|\vec{g}|$ con $|\vec{a_n}|$:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \omega^2 \cdot r$
- Recordando que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ obtenemos:
- $\dfrac{G \cdot M}{r^2} = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r$
- Obteniendo:

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}}$$

Figuras



Conservación del momento angular

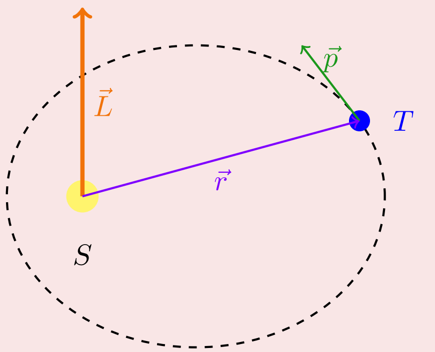
Momento angular bajo fuerzas centrales

Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Conservación de $\vec{L}$

Figuras



Conservación del momento angular

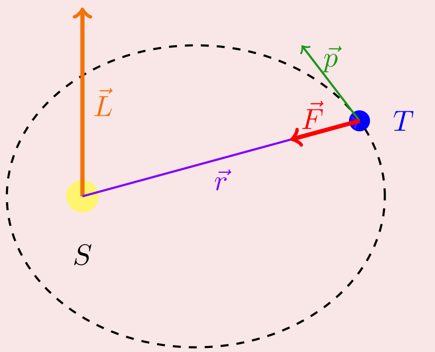
Momento angular bajo fuerzas centrales

Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Fuerza central $\Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{r}$

Conservación de $\vec{L}$

Figuras



Conservación del momento angular

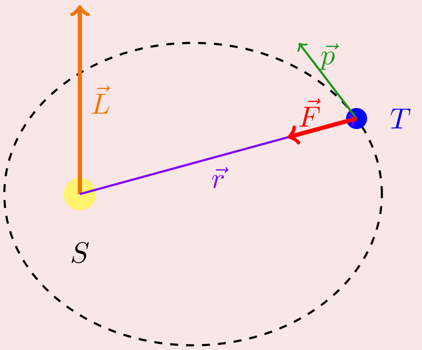
Momento angular bajo fuerzas centrales

Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Fuerza central $\Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{r}$
- Momento de una fuerza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Conservación de $\vec{L}$

Figuras



Conservación del momento angular

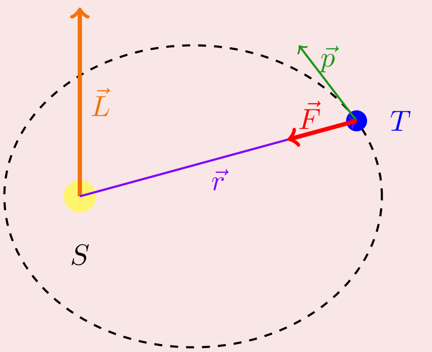
Momento angular bajo fuerzas centrales

Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Fuerza central $\Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{r}$
- Momento de una fuerza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Variación de $\vec{L}$: $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

Conservación de $\vec{L}$

Figuras



Conservación del momento angular

Momento angular bajo fuerzas centrales

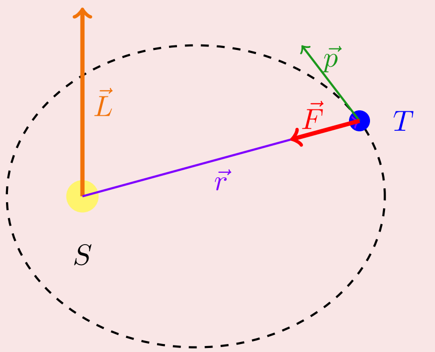
Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Fuerza central $\Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{r}$
- Momento de una fuerza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Variación de $\vec{L}$: $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

Conservación de $\vec{L}$

- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \; (\vec{r} \parallel \vec{F})$

Figuras



Conservación del momento angular

Momento angular bajo fuerzas centrales

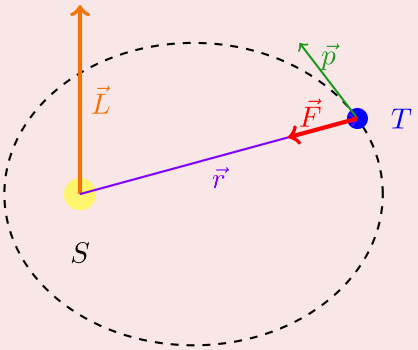
Conceptos a recordar

- Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Fuerza central $\Leftrightarrow \vec{F} \parallel \vec{r}$
- Momento de una fuerza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Variación de $\vec{L}$: $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

Conservación de $\vec{L}$

- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \ (\vec{r} \parallel \vec{F})$
- $\vec{M} = 0 = \dfrac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \vec{L} = Cte.$

Figuras



Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Velocidad orbital

- La velocidad orbital será: $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Velocidad orbital

- La velocidad orbital será: $v = \dfrac{2\pi r}{T}$
- Despejando T en la tercera Ley de Kepler (Ver 4) obtenemos:

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Velocidad orbital

- La velocidad orbital será: $v = \dfrac{2\pi r}{T}$
- Despejando T en la tercera Ley de Kepler (Ver 4) obtenemos:
- $v = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}}} = \sqrt{\dfrac{\cancel{4\pi^2} G \cdot M \cdot \cancel{r^2}}{\cancel{4\pi^2} \cdot \cancel{r^3}}}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Velocidad orbital

- La velocidad orbital será: $v = \dfrac{2\pi r}{T}$
- Despejando T en la tercera Ley de Kepler (Ver 4) obtenemos:
- $$v = \frac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}}} = \sqrt{\frac{\cancel{4\pi^2} G \cdot M \cdot \cancel{r^2}}{\cancel{4\pi^2} \cdot \cancel{r^3}}}$$
- El resultado final será: $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Energía mecánica

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Energía mecánica

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- Utilizando la velocidad orbital vista en 6 :

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Energía mecánica

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- Utilizando la velocidad orbital vista en 6 :
- $E_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}\right)^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Energía mecánica

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- Utilizando la velocidad orbital vista en 6 :
- $E_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}\right)^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- $\boxed{E_m = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r} = \frac{E_p}{2}}$

Órbitas circulares

Parámetros de una órbita circular

Energía mecánica

- $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- Utilizando la velocidad orbital vista en 6 :
- $E_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}\right)^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$
- $\boxed{E_m = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r} = \frac{E_p}{2}}$
- La energía mecánica en una **órbita circular** es la mitad de su energía potencial.

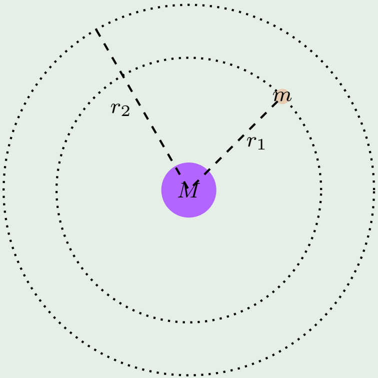
Órbitas circulales

Cambio de órbita

Cambio entre órbitas estables

- Sea una masa m orbitando con un radio r_1

Figuras



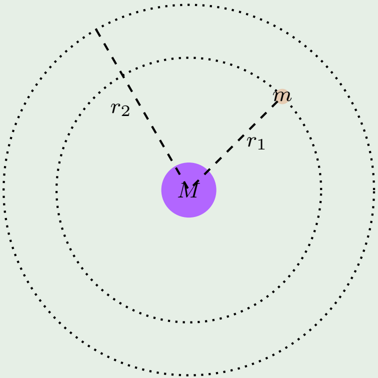
Órbitas circulales

Cambio de órbita

Cambio entre órbitas estables

- Sea una masa m orbitando con un radio r_1
- El incremento de energía necesario para orbitar con r_2 será:

Figuras



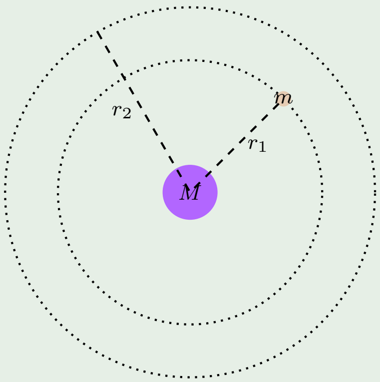
Órbitas circulales

Cambio de órbita

Cambio entre órbitas estables

- Sea una masa m orbitando con un radio r_1
- El incremento de energía necesario para orbitar con r_2 será:
- $\Delta E = \Delta E_m = E_{m_2} - E_{m_1}$

Figuras



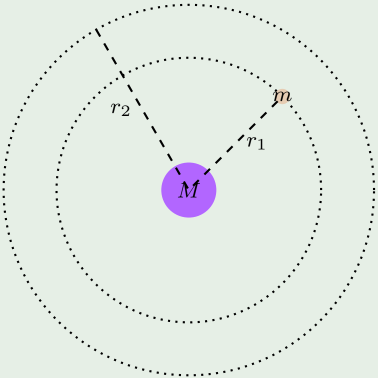
Órbitas circulales

Cambio de órbita

Cambio entre órbitas estables

- Sea una masa m orbitando con un radio r_1
- El incremento de energía necesario para orbitar con r_2 será:
- $\Delta E = \Delta E_m = E_{m_2} - E_{m_1}$
- $\Delta E = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{2r_2} - \left(-\dfrac{G \cdot M \cdot m}{2r_1}\right)$

Figuras



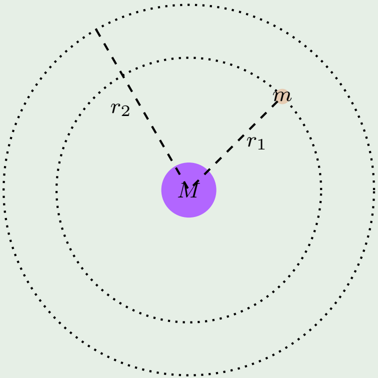
Órbitas circulales

Cambio de órbita

Cambio entre órbitas estables

- Sea una masa m orbitando con un radio r_1
- El incremento de energía necesario para orbitar con r_2 será:
- $\Delta E = \Delta E_m = E_{m_2} - E_{m_1}$
- $\Delta E = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{2r_2} - \left(-\dfrac{G \cdot M \cdot m}{2r_1}\right)$
- $\boxed{\Delta E = \dfrac{G \cdot M \cdot m}{2} \left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}$

Figuras

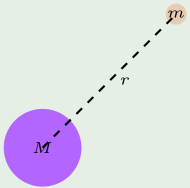


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:

Figuras:

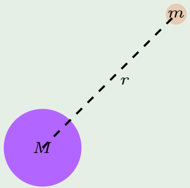


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:
- Para poder escapar de la acción de $\vec{g}$, la energía mecánica no ha de ser negativa:

Figuras:

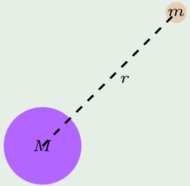


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:
- Para poder escapar de la acción de $\vec{g}$, la energía mecánica no ha de ser negativa:
- Por tanto: $E_m = E_c + E_p \geq 0$

Figuras:

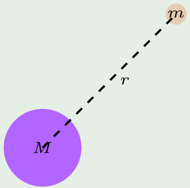


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:
- Para poder escapar de la acción de $\vec{g}$, la energía mecánica no ha de ser negativa:
- Por tanto: $E_m = E_c + E_p \geq 0$
- $\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r} \geq 0$

Figuras:

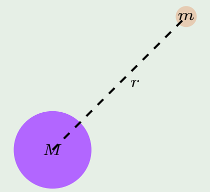


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:
- Para poder escapar de la acción de $\vec{g}$, la energía mecánica no ha de ser negativa:
- Por tanto: $E_m = E_c + E_p \geq 0$
- $\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r} \geq 0$
- Despejamos v_e, obteniendo:

Figuras:

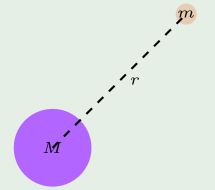


Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Cálculo de la velocidad de escape

- Sea una masa m situada a una distancia r de otra masa M que crea una campo $\vec{g}$:
- Para poder escapar de la acción de $\vec{g}$, la energía mecánica no ha de ser negativa:
- Por tanto: $E_m = E_c + E_p \geq 0$
- $\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 - \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r} \geq 0$
- Despejamos v_e, obteniendo:
- $\boxed{v_e \geq \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$

Figuras:



Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Velocidad de escape desde la superficie terrestre

Cálculo desde la superficie terrestre

- Sustituyendo en la expresión anterior los datos de La Tierra obtenemos:

Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Velocidad de escape desde la superficie terrestre

Cálculo desde la superficie terrestre

- Sustituyendo en la expresión anterior los datos de La Tierra obtenemos:
  - $M_t = 5,97 \cdot 10^{24}\ kg$

Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Velocidad de escape desde la superficie terrestre

Cálculo desde la superficie terrestre

- Sustituyendo en la expresión anterior los datos de La Tierra obtenemos:
  - $M_t = 5,97 \cdot 10^{24}\ kg$
  - $r = R_t = 6,37 \cdot 10^{6}\ m$

Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Velocidad de escape desde la superficie terrestre

Cálculo desde la superficie terrestre

- Sustituyendo en la expresión anterior los datos de La Tierra obtenemos:
  - $M_t = 5,97 \cdot 10^{24}\ kg$
  - $r = R_t = 6,37 \cdot 10^{6}\ m$
  - $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

Velocidad de escape de un campo $\vec{g}$

Velocidad de escape desde la superficie terrestre

Cálculo desde la superficie terrestre

- Sustituyendo en la expresión anterior los datos de La Tierra obtenemos:
  - $M_t = 5,97 \cdot 10^{24}\ kg$
  - $r = R_t = 6,37 \cdot 10^{6}\ m$
  - $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
- $\boxed{v_e = \sqrt{\dfrac{2 \cdot G \cdot M_t}{R_t}} = 11,19\ km/s}$