# La Distribución Binomial.

David Matellano  M. Carmen Hurtado

Departamento de Matemáticas. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

16 de mayo de 2024

# índice de contenidos

1 Distribuciones estadísticas de variable discreta

2 Distribuciones de probabilidad

3 Distribución binomial

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

✍ Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- ✍ Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- ☞ Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- ✍ Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- ☞ Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- ☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- ✍ Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- ☞ Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{173}{40} = 4,325$$

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{173}{40} = 4,325$$

- Cálculo de la varianza:

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{173}{40} = 4,325$$

- Cálculo de la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  - $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \dfrac{173}{40} = 4,325$
- Cálculo de la varianza:
  - $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$
  - $\sigma^2 = \dfrac{825}{40} - 4,325^2 \approx 1,92$

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  - $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \dfrac{173}{40} = 4,325$
- Cálculo de la varianza:
  - $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$
  - $\sigma^2 = \dfrac{825}{40} - 4,325^2 \approx 1,92$
- Cálculo de la desviación típica

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Distribuciones estadísticas de variable discreta

- Variable estadística es la característica de la población que se quiere estudiar.
- Es discreta cuando toma valores numéricos aislados.

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 6 | 18 | 54 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 10 | 50 | 250 |
| 6 | 10 | 60 | 360 |
| Sumas | 40 | 173 | 825 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  - $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \dfrac{173}{40} = 4,325$
- Cálculo de la varianza:
  - $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \overline{x^2} - \overline{x}^2$
  - $\sigma^2 = \dfrac{825}{40} - 4,325^2 \approx 1,92$
- Cálculo de la desviación típica
  - $\sigma \approx \sqrt{1,92} \approx 1,385$

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 6 |
| 4 | 9 |
| 5 | 10 |
| 6 | 10 |
| Sumas | 40 |

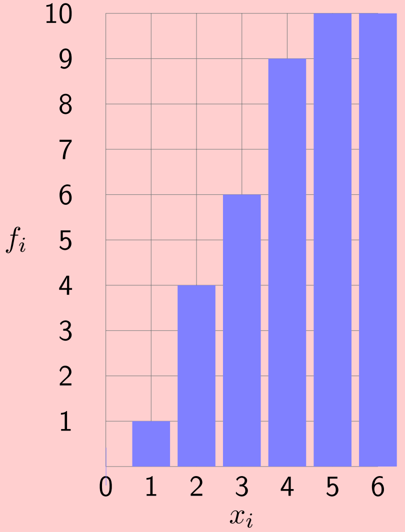
# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 6 |
| 4 | 9 |
| 5 | 10 |
| 6 | 10 |
| Sumas | 40 |

## Diagrama de barras



# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

✍ Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- ✍ Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- ☞ A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- ✍ Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- ☞ A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- ☞ "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

$$\mu = \sum x_i \cdot p_i = \frac{161}{36} = 4,47$$

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

  $$\mu = \sum x_i \cdot p_i = \frac{161}{36} = 4,47$$

- Cálculo de la varianza:

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  - $\mu = \sum x_i \cdot p_i = \frac{161}{36} = 4,47$
- Cálculo de la varianza:
  - $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i = \overline{x^2} - \mu^2$

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

- "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  - $\mu = \sum x_i \cdot p_i = \dfrac{161}{36} = 4,47$
- Cálculo de la varianza:
  - $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i = \overline{x^2} - \mu^2$
  - $\sigma^2 = \dfrac{791}{36} - 4,47^2 \approx 1,99$

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- ✍ Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- ☞ A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

☞ “Puntuación mayor al lanzar dos dados”:

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:

  ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = \frac{161}{36} = 4,47$

- Cálculo de la varianza:

  ☞ $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i = \overline{x^2} - \mu^2$

  ☞ $\sigma^2 = \frac{791}{36} - 4,47^2 \approx 1,99$

- Cálculo de la desviación típica

# Distribuciones de probabilidad de variable discreta

## Distribuciones de probabilidad de variable discreta

- ✍ Una distribución de probabilidad es la idealización de una distribución estadística de frecuencias relativas.
- ☞ A cada valor de la variable aleatoria se le asigna su probabilidad.

## Distribución de variable aleatoria discreta

☞ "Puntuación mayor al lanzar dos dados":

| $x_i$ | $p_i$ | $x_i \cdot p_i$ | $x_i^2 \cdot p_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/36 | 1/36 | 1/36 |
| 2 | 3/36 | 6/36 | 12/36 |
| 3 | 5/36 | 15/36 | 45/36 |
| 4 | 7/36 | 28/36 | 112/36 |
| 5 | 9/36 | 45/36 | 225/36 |
| 6 | 11/36 | 66/36 | 396/36 |
| Sumas | 1 | 161/36 | 791/36 |

## Cálculo de parámetros

- Cálculo de la media:
  ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = \dfrac{161}{36} = 4,47$
- Cálculo de la varianza:
  ☞ $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i = \overline{x^2} - \mu^2$
  ☞ $\sigma^2 = \dfrac{791}{36} - 4,47^2 \approx 1,99$
- Cálculo de la desviación típica
  ☞ $\sigma \approx \sqrt{1,99} \approx 1,41$

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

- ☞ Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $p_i$ |
|---|---|
| 1 | $1/36{=}0,02\widehat{7}$ |
| 2 | $3/36{=}0,08\widehat{3}$ |
| 3 | $5/36{=}0,13\widehat{8}$ |
| 4 | $7/36{=}0,19\widehat{4}$ |
| 5 | $9/36{=}0{,}25$ |
| 6 | $11/36{=}0,30\widehat{5}$ |
| Sumas | 1 |

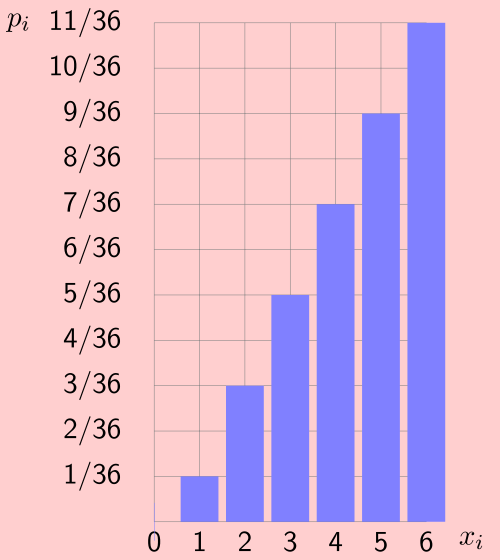
# Distribuciones estadísticas de variable discreta

## Tabla

- Lanzo dos dados 40 veces y anoto la puntuación mayor:

| $x_i$ | $p_i$ |
|---|---|
| 1 | $1/36 = 0,02\overset{\frown}{7}$ |
| 2 | $3/36 = 0,08\overset{\frown}{3}$ |
| 3 | $5/36 = 0,13\overset{\frown}{8}$ |
| 4 | $7/36 = 0,19\overset{\frown}{4}$ |
| 5 | $9/36 = 0,25$ |
| 6 | $11/36 = 0,30\overset{\frown}{5}$ |
| Sumas | 1 |

## Diagrama de barras



# Distribución binomial

## Distribución binomial

✍ Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

✍ Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.

La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- ✍ Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- ☞ Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- ☞ $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots, n$.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, ..., n$.
- La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

✍ Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.

La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.

☞ Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.

☞ $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots, n$.

☞ La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

## Ejemplo.

Lanzamos una moneda 10 veces y observamos si sale cara.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, ..., n$.
- La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

## Ejemplo.

- Lanzamos una moneda 10 veces y observamos si sale cara.
- $x =$ n.º de caras obtenidas en los 10 lanzamientos.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, ..., n$.
- La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

## Ejemplo.

- Lanzamos una moneda 10 veces y observamos si sale cara.
- $x =$ n.º de caras obtenidas en los 10 lanzamientos.
- $x$ toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots\ , 10$.

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots, n$.
- La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

## Ejemplo.

- Lanzamos una moneda 10 veces y observamos si sale cara.
- $x =$ n.º de caras obtenidas en los 10 lanzamientos.
- $x$ toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots\ , 10$.
- $p = P(C) = 0,5$

# Distribución binomial

## Distribución binomial

- Una experiencia dicotómica es aquella en la que solo se presta atención a si se verifica un suceso $A$ llamado éxito o su contrario $\overline{A}$.
- La probabilidad del suceso $A$ es $p$ y la de $\overline{A}$ es $q = 1 - p$.
- Repetimos $n$ veces una experiencia dicotómica y definimos la variable aleatoria $x =$ n.º de éxitos conseguidos en las $n$ repeticiones.
- $x$ es una variable aleatoria discreta que toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, ..., n$.
- La distribución de probabilidad de $x$ se llama distribución binomial $B(n, p)$.

## Ejemplo.

- Lanzamos una moneda 10 veces y observamos si sale cara.
- $x =$ n.º de caras obtenidas en los 10 lanzamientos.
- $x$ toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots\ , 10$.
- $p = P(C) = 0,5$
- $x \sim B(10; 0,5)$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- ☞ Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- ☞ La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$
- $x$ se distribuye según una binomial en la que $n = 4,\ p = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x \sim B\left(4, \dfrac{1}{6}\right)$.

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- ☞ Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- ☞ La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$
- ☞ $x$ se distribuye según una binomial en la que $n = 4,\ p = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x \sim B\left(4, \dfrac{1}{6}\right)$.
- ☞ Vamos a calcular la probabilidad de obtener dos veces el 5, $P(x = 2)$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$
- $x$ se distribuye según una binomial en la que $n = 4,\ p = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x \sim B\left(4, \dfrac{1}{6}\right)$.
- Vamos a calcular la probabilidad de obtener dos veces el 5, $P(x = 2)$
- Por ejemplo $5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}) = P(5) \cdot P(5) \cdot P(\overline{5}) \cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1296}$$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$
- $x$ se distribuye según una binomial en la que $n = 4$, $p = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x \sim B\left(4, \dfrac{1}{6}\right)$.
- Vamos a calcular la probabilidad de obtener dos veces el 5, $P(x = 2)$
- Por ejemplo $5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

  $$P(5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}) = P(5)\cdot P(5)\cdot P(\overline{5})\cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{25}{1296}$$
- Pero hay más posibilidades de obtener dos cincos, ¿cuántas? $\displaystyle\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = 6$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Experiencia aleatoria tirar 4 veces un dado y observar cuántas veces sale 5.
- La variable aleatoria es $x =$n.º de cincos obtenidos, toma los valores $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$
- $x$ se distribuye según una binomial en la que $n = 4$, $p = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x \sim B\left(4, \dfrac{1}{6}\right)$.
- Vamos a calcular la probabilidad de obtener dos veces el 5, $P(x = 2)$
- Por ejemplo $5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,\overline{5}\,\overline{5}) = P(5) \cdot P(5) \cdot P(\overline{5}) \cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1296}$$

- Pero hay más posibilidades de obtener dos cincos, ¿cuántas? $\displaystyle\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$
- Por lo tanto $\displaystyle P(x = 2) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{6 \cdot 25}{1296} = \frac{25}{216}$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

☞ Vamos a calcular ahora la probabilidad de obtener tres veces el 5, $P(x = 3)$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Vamos a calcular ahora la probabilidad de obtener tres veces el 5, $P(x = 3)$
- Por ejemplo $5\,5\,5\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,5\,\overline{5}) = P(5) \cdot P(5) \cdot P(5) \cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{1296}$$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Vamos a calcular ahora la probabilidad de obtener tres veces el 5, $P(x=3)$
- Por ejemplo $5\,5\,5\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,5\,\overline{5}) = P(5)\cdot P(5)\cdot P(5)\cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{1296}$$

Pero hay más posibilidades de obtener tres cincos, ¿cuántas? $\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\cdot 1!} = 4$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Vamos a calcular ahora la probabilidad de obtener tres veces el 5, $P(x = 3)$
- Por ejemplo $5\,5\,5\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,5\,\overline{5}) = P(5) \cdot P(5) \cdot P(5) \cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{1296}$$

Pero hay más posibilidades de obtener tres cincos, ¿cuántas? $\binom{4}{3} = \dfrac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$

- Por lo tanto $P(x = 3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{4 \cdot 5}{1296} = \frac{5}{324}$

# Distribución binomial

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial. Ejemplo.

- Vamos a calcular ahora la probabilidad de obtener tres veces el 5, $P(x=3)$
- Por ejemplo $5\,5\,5\,\overline{5}$ cuya probabilidad sería:

$$P(5\,5\,5\,\overline{5}) = P(5)\cdot P(5)\cdot P(5)\cdot P(\overline{5}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{1296}$$

Pero hay más posibilidades de obtener tres cincos, ¿cuántas? $\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\cdot 1!} = 4$

- Por lo tanto $P(x=3) = \binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{4\cdot 5}{1296} = \frac{5}{324}$

## Cálculo de probabilidades en una distribución binomial

Sea $x$ una variable aleatoria $x \sim B(n,p)$, $\boxed{P(x=k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot q^{n-k}}$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x = 0) + 1 \cdot P(x = 1) + 2 \cdot P(x = 2)$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

- Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$
- Cálculo de la media:
  - $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x = 0) + 1 \cdot P(x = 1) + 2 \cdot P(x = 2)$
  - $P(x = 1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq; \; P(x = 2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2,p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x=0) + 1 \cdot P(x=1) + 2 \cdot P(x=2)$
  - ☞ $P(x=1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq;\ P(x=2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$
  - $\mu = 2pq + 2p^2 = 2p(q+p) = 2p \Rightarrow \boxed{\mu = np}$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x=0) + 1 \cdot P(x=1) + 2 \cdot P(x=2)$
  - ☞ $P(x=1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq;\ P(x=2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$
  - $\mu = 2pq + 2p^2 = 2p(q+p) = 2p \Rightarrow \boxed{\mu = np}$
- Cálculo de la desviación típica:

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x=0) + 1 \cdot P(x=1) + 2 \cdot P(x=2)$
  - ☞ $P(x=1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq;\ P(x=2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$
  - $\mu = 2pq + 2p^2 = 2p(q+p) = 2p \Rightarrow \boxed{\mu = np}$
- Cálculo de la desviación típica:
  - ☞ $\sigma^2 = \sum x_i^2 \cdot p_i - \mu^2 = 0^2 \cdot P(x=0) + 1^2 \cdot P(x=1) + 2^2 \cdot P(x=2) - \mu^2$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x=0) + 1 \cdot P(x=1) + 2 \cdot P(x=2)$
  - ☞ $P(x=1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq;\ \ P(x=2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$
  - $\mu = 2pq + 2p^2 = 2p(q+p) = 2p \Rightarrow \boxed{\mu = np}$
- Cálculo de la desviación típica:
  - ☞ $\sigma^2 = \sum x_i^2 \cdot p_i - \mu^2 = 0^2 \cdot P(x=0) + 1^2 \cdot P(x=1) + 2^2 \cdot P(x=2) - \mu^2$
  - ☞ $\sigma^2 = 2pq + 4p^2 - 4p^2 = 2p(q + 2p - 2p) = 2pq \Rightarrow \sigma^2 = npq$

# Media y desviación típica de una distribución binomial

## Media y desviación típica de una distribución binomial

☞ Sea $x$ una variable que se distribuye según una binomial; $x \sim B(2, p)$

- Cálculo de la media:
  - ☞ $\mu = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot P(x=0) + 1 \cdot P(x=1) + 2 \cdot P(x=2)$
  - ☞ $P(x=1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot q^1 = 2pq;\ P(x=2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot q^0 = p^2$
  - $\mu = 2pq + 2p^2 = 2p(q+p) = 2p \Rightarrow \boxed{\mu = np}$
- Cálculo de la desviación típica:
  - ☞ $\sigma^2 = \sum x_i^2 \cdot p_i - \mu^2 = 0^2 \cdot P(x=0) + 1^2 \cdot P(x=1) + 2^2 \cdot P(x=2) - \mu^2$
  - ☞ $\sigma^2 = 2pq + 4p^2 - 4p^2 = 2p(q + 2p - 2p) = 2pq \Rightarrow \sigma^2 = npq$
  - ✍ $\boxed{\sigma = \sqrt{npq}}$

# Apéndices

4 Cálculos con WxMaxima
- Configuración previa
- La función de densidad de probabilidad
- La función de distribución
- Ejemplos

Volver al índice

# Cálculos con WxMaxima

## Configuración previa

### Carga de los paquetes necesarios

☞ Para utilizar las funciones de densidad y distribución, cargamos el paquete *distrib*

```
(%i1) load(distrib)$
```

# Cálculos con WxMaxima

## La función de densidad de probabilidad

### $P(x = k)$

Recordamos: $f(k) = P(x = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

# Cálculos con WxMaxima

## La función de densidad de probabilidad

### $P(x = k)$

Recordamos: $f(k) = P(x = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

WxMaxima tiene definida dicha función:

# Cálculos con WxMaxima

## La función de densidad de probabilidad

**$P(x = k)$**

Recordamos: $f(k) = P(x = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

WxMaxima tiene definida dicha función:

$f(x) \equiv pdf\_binomial(x, n, p)$

(% i2) f(k)=pdf_binomial(k,n,p);

(% o2) $f(k) = \binom{n}{k} (1-p)^{n-k} p^k$

# Cálculos con WxMaxima

## La función de distribución

### $P(x \leq k)$

$$F(k) = P(x \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot q^{n-i}$$

# Cálculos con WxMaxima

## La función de distribución

### $P(x \leq k)$

$$F(k) = P(x \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot q^{n-i}$$

☞ En WxMaxima $F(x) \equiv cdf\_binomial(x, n, p)$

(% i3) F(k):=cdf_binomial(k,n,p);

(% o3) $F(k) := cdf\_binomial(k, n, p)$

# Cálculos con WxMaxima

## Ejemplos

### Ejemplo

✍ Dada una variable $X \sim B(120, 0{,}4)$, calcule las siguientes probabilidades:

(% i8) n:120$ p:0.4$ q:1-p$ f(x):=pdf_binomial(x,n,p)$ F(x):=cdf_binomial(x,n,p)$

# Cálculos con WxMaxima

## Ejemplos

### Ejemplo

✍ Dada una variable $X \sim B(120, 0{,}4)$, calcule las siguientes probabilidades:

☞ $P(x = 80)$

```
(%i8)  n:120$ p:0.4$ q:1-p$ f(x):=pdf_binomial(x,n,p)$ F(x):=cdf_binomial(x,n,p)$

(%i9)  'P(x=80)=f(80);
```

(% o9) $P\,(x = 80) = 2{,}238053057592585 10^{-9}$

# Cálculos con WxMaxima

## Ejemplos

### Ejemplo

✍ Dada una variable $X \sim B(120, 0{,}4)$, calcule las siguientes probabilidades:

☞ $P(x \leq 50)$

```
(%i8)  n:120$ p:0.4$ q:1-p$ f(x):=pdf_binomial(x,n,p)$ F(x):=cdf_binomial(x,n,p)$
(%i10) 'P(x<=50)=F(50);
```

(% o10) $P\,(x <= 50) = 0{,}680990648094746$

# Cálculos con WxMaxima

## Ejemplos

### Ejemplo

✍ Dada una variable $X \sim B(120, 0{,}4)$, calcule las siguientes probabilidades:

☞ $P(20 \leq x \leq 60)$

( % i8) n:120$ p:0.4$ q:1-p$ f(x):=pdf_binomial(x,n,p)$ F(x):=cdf_binomial(x,n,p)$

( % i11) P=F(60)-F(19);

( % o11) $P = 0{,}9895403723425863$

# Cálculos con WxMaxima

## Ejemplos

### Ejemplo

Dada una variable $X \sim B(120, 0{,}4)$, calcule las siguientes probabilidades:

Los cálculos *a mano* serían:

(%i8) n:120$ p:0.4$ q:1-p$ f(x):=pdf_binomial(x,n,p)$ F(x):=cdf_binomial(x,n,p)$

(%i12) 'P(x=80)=binomial(n,80)*p^ 80*q^ 40;

(%o12) $P(x = 80) = 2{,}23805305759258510^{-9}$

(%i13) 'P(x<=50)=sum(binomial(n,k)*p^ k*q^ (n-k),k,0,50),simpsum;

(%o13) $P(x <= 50) = 0{,}68099064809474 47$

(%i14) 'P20[60]=sum(binomial(n,k)*p^ k*q^ (n-k),k,20,60),simpsum;

(%o14) $\mathrm{P20}_{60} = 0{,}989540372342589$