



Fundación "la Caixa"

 HelloBebras!

Camino matemático al pensamiento computacional



Guía docente

1º a 4º de primaria

EduCaixa

¿Qué encontrarás en esta guía?



Índice

¿Qué es <i>HelloBebras!</i> ?	3
¿Por qué lo hacemos?	6
¿Cómo llevar <i>HelloBebras!</i> al aula?	7
· Las preguntas para orientar el trabajo en el aula	
· Las fichas de reflexión	
Tareas: · Ordenar bolas	10
· Monedas	18
· Muñecas	26
· La compra	34
· Aspersores	42
· Señales de humo	50
· El arte del Rangoli	58
· Perlas	66
Análisis: · Las habilidades del pensamiento computacional	75
· Los procesos matemáticos	76
· Nota al marco de análisis	77
· Las competencias transversales	78
¡Conéctate al mundo Bebras!	79
Créditos	80

¿Qué es HelloBebras!?



¿QUÉ PROPONEMOS?

Las tareas que te presentamos a continuación han sido seleccionadas del catálogo Bebras por un equipo formado por colaboradores de todos los niveles educativos, expertos en matemáticas, informática y didáctica específica.

El equipo de *HelloBebras!* ha seleccionado las fichas por niveles y ha trabajado sobre ellas produciendo una extensión de cada una que contiene:

Solución comentada.

Conexiones con la informática.

Análisis de las habilidades del pensamiento computacional y los procesos matemáticos activados por la tarea.

Preguntas para orientar el trabajo en el aula con el fin de impulsar, desbloquear o ampliar la actividad.

El objetivo es disfrutar, en clase de matemáticas, de la resolución de problemas que promuevan el desarrollo del pensamiento computacional.

Verás al final de cada tarea una referencia a la ficha original, autoría y país de origen.

¿Qué es HelloBebras!?



¿EN QUÉ ÁREAS PUEDE CONTRIBUIR *HelloBebras!* A LA FORMACIÓN DE LOS ALUMNOS?

A la **competencia matemática**, especialmente a través de los procesos de resolución de problemas, razonamiento y demostración, conexiones, representación y comunicación.



A las competencias asociadas al **pensamiento computacional**.



En concreto es relevante señalar las posibilidades que puede ofrecer en torno a la **lectura comprensiva de textos**, a la **argumentación**, al **trabajo en grupo**, a la **comunicación para construir conocimiento**...



¿Qué es HelloBebras!?



¿QUÉ TE PEDIMOS?

Dos cosas:

1.

La más importante: que trabajes estos materiales en el aula con tus alumnos y alumnas.



2.

Que, al final, nos hagas llegar una cierta realimentación sobre la actividad, ágil y breve, pero que aporte observaciones (siempre globales y anónimas) que puedan sernos útiles para analizar la actividad conjunta y para mejorarla en futuras ediciones.

Para ello, te haremos llegar un formulario durante el mes de abril.



¿Por qué lo hacemos?

El objetivo es disfrutar de la resolución de problemas a través de los excelentes recursos que constituyen las tareas Bebras.

Para ello os proporcionamos un **marco de análisis** (págs. 58 y siguientes) con las principales habilidades del **pensamiento computacional** y los **procesos matemáticos** que podemos encontrar involucrados en estas tareas.

La intención de este marco es simplemente identificar términos y procesos a través de los cuales podáis **observar y acompañar los esfuerzos de cada estudiante** en la resolución de problemas.

En ningún momento el marco pretende ser único ni los análisis de cada tarea ser definitivos. De hecho, en la discusión de esos análisis esperamos que encontréis también un **motivo para disfrutar**.

Incorporamos también observaciones **sobre posibles dinámicas de la actividad en clase**, así como una referencia a las competencias transversales, que se potenciarán en función de cómo decidáis llevar cada tarea al aula.

¿Cómo llevar HelloBebras! al aula?



La organización de *HelloBebras!* es muy abierta para dar respuesta a distintos perfiles y necesidades de alumnos y de grupos y a diversos estilos de trabajo escolar.

Como docente, tendrás que **valorar**:

¿EN QUÉ MARCO ES MÁS CONVENIENTE PARTICIPAR?

- Dentro de la clase de matemáticas o de otra materia.
- En el marco de un proyecto de diversos grupos para fomentar el trabajo cooperativo a la hora de afrontar nuevos retos.
- Fuera del horario de clase: un club de matemáticas, un club de informática, un taller de resolución de problemas...



¿TRABAJO INDIVIDUAL O EN EQUIPO?

- El material de *HelloBebras!* se puede trabajar de manera individual. Pero hacerlo en grupo promueve en nuestro alumnado la colaboración activa, ayudando a desarrollar la comunicación a través de un pensamiento crítico y creativo.



¿TEMPORALIZACIÓN?

- Una única sesión en la que se trabajan todas las tareas.
- En diversas sesiones más cortas, y, para evitar que pierdan fuerza, distribuir las por ejemplo en pequeñas sesiones semanales a lo largo del mes.



¿Cómo llevar HelloBebras! al aula?



LAS PREGUNTAS PARA ORIENTAR EL TRABAJO EN EL AULA

Son preguntas concebidas para facilitar el desarrollo del trabajo en el aula: desbloquear los obstáculos iniciales, guiar o proporcionar pistas en el proceso de resolución o incluso para ampliar el planteamiento original para adecuarlo a más niveles.



COMPETENCIAS TRANSVERSALES

Aunque nos centremos en las habilidades del pensamiento computacional y en los procesos matemáticos, no hay que olvidar que con este tipo de problemas se fomentan y trabajan algunas de las competencias transversales que se exponen al final de este documento.



LAS FICHAS DE REFLEXIÓN

Después de haber trabajado con el material *HelloBebras!* en el aula, es muy positivo promover la reflexión en los alumnos sobre el proceso de resolución de problemas.

Encontrarás una ficha con preguntas dirigidas a ellos que pueden ser útiles para enriquecer este proceso y que, igualmente, pueden ayudarte como docente a gestionar este trabajo en el aula. Su uso es opcional y puedes emplearlo como consideres necesario.

¿Cómo llevar HelloBebras! al aula?



● PROPUESTA DE REFLEXIÓN EN COMÚN SOBRE LA ACTIVIDAD REALIZADA

Probablemente una muy buena manera de trabajar estas tareas consista en añadir a las propias sesiones de resolución una actividad de puesta en común en la que los alumnos y las alumnas, coordinados por el profesorado, compartan ideas sobre la manera en que han enfocado las resoluciones, sobre los aspectos que les han facilitado el razonamiento, sobre las dificultades que han observado...

Es probable que aparezcan enfoques inesperados y valiosos que agradeceríamos que se incluyeran en la realimentación final.



FICHA 1

Ordenar bolas



TAREA:

Ordenar bolas

ENUNCIADO:

Hay cinco bolas insertadas en una varilla y hay dos varillas más, como ilustra la imagen 1 (izquierda). Queremos colocar las bolas tal como muestra la imagen 2 (derecha).

Solo podemos mover las bolas de una en una. Consideramos un *paso* el movimiento de una bola de una varilla a otra.

Por ejemplo, en la imagen 2, mover la bola amarilla de la varilla A a la varilla B sería un paso, y mover la bola roja de la varilla C a la varilla A sería otro paso.

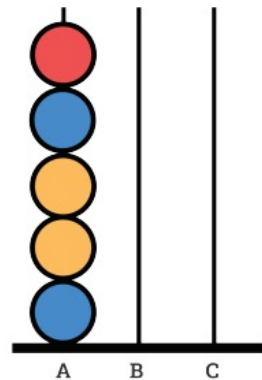


IMAGEN 1

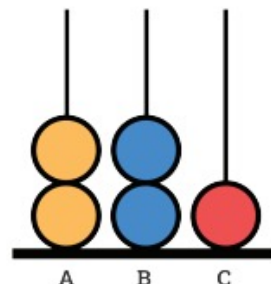


IMAGEN 2

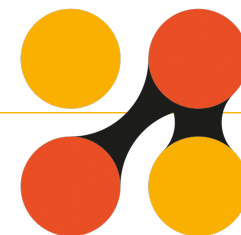
PREGUNTA:

Si la imagen 1 (izquierda) es la posición inicial de las bolas, ¿cuál es el menor número de pasos necesarios para colocar las bolas como en la imagen 2 (derecha)?



TAREA:
ORDENAR
BOLAS

Solución



RESPUESTA CORRECTA: **7 PASOS**

- La disposición requerida tiene una bola azul en la base de la varilla A; por tanto, primero debemos sacar las bolas amarillas de la varilla A.
- Si las moviéramos a la varilla B, bloquearían el movimiento de las bolas azules; por ello, hemos de moverlas a la varilla C. Dado que las bolas se tienen que mover de una en una, necesitamos **2 pasos**.
- A continuación, podemos mover las bolas desde las varillas B y C a la varilla A en el orden correcto: azul, amarilla, amarilla, azul y roja; lo que suma **5 pasos** más.
- El número total de pasos es, por tanto, **7**.

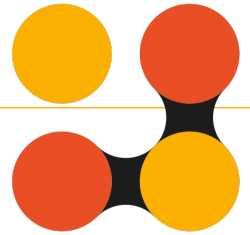
Otra forma de resolver el problema es dar pasos en orden inverso: de la disposición final a la inicial.

- El **primer paso** es mover la bola roja a la varilla C.
- El **siguiente paso** es mover la bola azul a la varilla B.
- Con los **siguientes dos pasos** se moverán las bolas amarillas. Su varilla original es la A, pero aún tenemos que mover la bola azul de la base, así que necesitamos moverlas temporalmente a la varilla C. Y tiene que ser a la varilla C porque, si las moviéramos a la B, deberíamos sacarlas inmediatamente para alojar la siguiente bola azul, y esto incrementaría el número de pasos.
- El **siguiente paso** es mover la bola azul de la varilla A a la varilla B.
- Los **dos últimos pasos** consisten en mover las dos bolas amarillas de la varilla C a la varilla A. El número total de pasos es 7.

**TAREA:
ORDENAR
BOLAS**

¡Esto es informática!

En esta tarea se presentan dos disposiciones distintas de bolas de colores. Si concebimos nuestras tres varillas como un «ordinador» y consideramos las bolas de colores como «datos» ubicados en diversos puntos de la memoria del dispositivo, el desafío radica en transferir los datos desde un estado inicial a uno final, teniendo en cuenta las restricciones en los movimientos.



 TAREA:
ORDENAR
BOLAS

Habilidades del pensamiento computacional

 **ABSTRACCIÓN:**

La tarea requiere que el alumno conceptualice la distribución espacial, los pasos y las reglas para mover las bolas de la disposición inicial a la final. En situaciones en las que los alumnos encuentren dificultades para conceptualizar los movimientos de manera abstracta, también se puede abordar la resolución de forma manipulativa, utilizando herramientas como el papel o el ábaco.

**ALGORITMOS:**

Determinar el menor número de pasos implica pensar de manera algorítmica, planificando una serie de movimientos para alcanzar el estado final deseado de manera óptima (número mínimo de movimientos).





TAREA:
ORDENAR
BOLAS

Procesos matemáticos



RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

- Para resolver este problema es fundamental elaborar y comprobar conjeturas acerca del número mínimo de movimientos. Las pocas cosas que se pueden hacer al tener la solución es comprobar que sea la mínima, es decir, conjeturar que no hay ninguna con menor número de movimientos. Si se hace ensayando diferentes opciones o convenciendo que es la óptima, se puede detectar el grado de razonamiento y demostración.

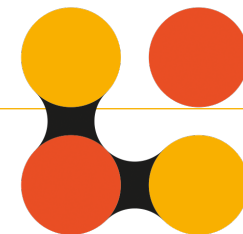
CONEXIONES:

- Si, al llevar a cabo el conteo, el alumno no se «descuenta», se habrá establecido una conexión con la serie de los números naturales. La atención visual-espacial necesaria para seguir los objetos de colores en sus columnas, recordando su posición en cada paso, resulta fundamental, y por lo tanto, también existe una conexión con la geometría.



TAREA:
ORDENAR
BOLAS

Preguntas para orientar el trabajo en el aula



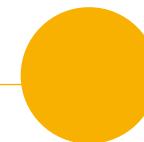
PREGUNTAS GUÍA PARA DESBLOQUEAR Y FACILITAR LA RESOLUCIÓN DURANTE LA ACTIVIDAD:

La principal dificultad reside en identificar la ubicación adecuada de las bolas amarillas, que, en la solución óptima, se encuentra encima de la roja (una vez colocada esta en la varilla C). Preguntas como «¿Es posible colocar cada bola con un solo paso en su posición correcta?» ayudarán a comprobar qué bolas lo permiten y cuáles no. Dada la temática abordada por la tarea, también resulta útil preguntar sobre el orden de entrada y salida de las bolas en cada varilla.

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

¿A esta edad, puede resultar demasiado complicado llegar a una respuesta argumentada sobre por qué 7 es el número mínimo de movimientos, pero los niños sí pueden comenzar a proporcionar explicaciones sobre los diferentes enfoques que han intentado. Es fundamental alentarlos a buscar soluciones de manera sistemática y a empezar a elaborar argumentos.

Otra ampliación posible consiste en incrementar el número de bolas (en una cantidad pequeña, para evitar hacer el problema más extenso pero no más complejo) o modificar el color o disposición de las mismas. Aunque es una edad temprana para abordar algoritmos formales, ¿pueden descubrir una manera general de resolver el problema para ese conjunto de bolas? Estaremos fomentando la lógica y la creatividad de los pequeños.





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



FICHA 2

Monedas



TAREA:

Monedas

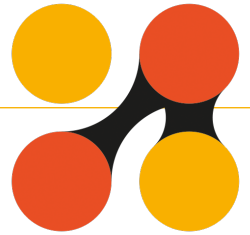
ENUNCIADO:

Emilia tiene seis monedas que coloca, una sobre otra, para formar una figura triangular.



PREGUNTA:

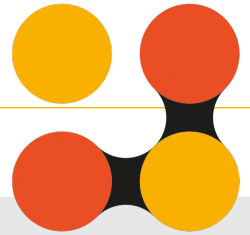
¿Cuál es la cuarta moneda que ha colocado Emilia?

 TAREA:
MONEDAS*Solución* **RESPUESTA CORRECTA: LA SEGUNDA MONEDA (SOL)**

/ Observa que cada moneda, excepto la del vértice superior, pisa al menos otra moneda. Por lo tanto, esa es la primera moneda que colocó Emilia. La siguiente moneda es la que pisa la primera. Al seguir trabajando de esta manera, podemos encontrar la cuarta moneda que se ha colocado.

 TAREA:
MONEDAS

¡Esto es informática!



- Las monedas de la imagen están dispuestas en una secuencia. En ocasiones, cuando falla la conexión a internet o algún juego, el sistema va más lento de lo esperado y las imágenes 3D se cargan gradualmente.
- Inicialmente, en la pantalla aparecen los objetos que se encuentran más distantes; a medida que avanzamos en orden de distancia, se van mostrando los siguientes. Este proceso logra crear el efecto de que unos objetos «ocultan» otros cuando los miramos en la vida real.

**TAREA:
MONEDAS****ALGORITMOS:**

- Al colocar las monedas es necesario seguir una secuencia ordenada. La capacidad de secuenciar tareas representa un prerequisite esencial para la creación de algoritmos simples.

Habilidades del pensamiento computacional





TAREA:
MONEDAS

Procesos matemáticos



RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

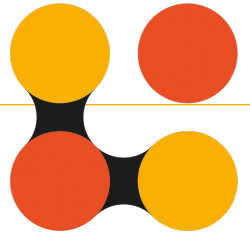
- Para encontrar la respuesta a la tarea es necesario argumentar basándose en dos principios: la primera moneda no se superpone a ninguna otra, y la siguiente moneda con respecto a una dada es aquella que la cubre únicamente a ella. A partir de esos dos principios, se desarrolla el razonamiento para llegar a la conclusión de que la cuarta moneda es el sol.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

- La correcta identificación de la primera moneda, no confundir el triángulo con una pirámide tridimensional o el uso de material manipulativo (sin ninguna instrucción previa por parte del docente) pueden servir como indicadores del logro en esta dimensión.

 TAREA:
MONEDAS

Preguntas para orientar el trabajo en el aula



PREGUNTAS GUÍA PARA DESBLOQUEAR Y FACILITAR LA RESOLUCIÓN DURANTE LA ACTIVIDAD:

Los alumnos podrían cometer errores al identificar cuál es la primera moneda colocada. Por tanto, además de brindarles un material manipulativo para recrear la situación, las siguientes preguntas pueden resultar útiles para facilitar la resolución:

¿Cómo podemos determinar cuál es la primera moneda colocada?

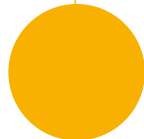
¿Qué interpretas cuando una moneda pisa otra?

¿Por qué algunas monedas se encuentran entre otras dos?



PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

Resulta interesante plantear a los estudiantes la posibilidad de modificar el dibujo de manera que alguna moneda que inicialmente estuviera debajo ahora quede encima de otra, manteniendo la coherencia con el procedimiento de Emilia al colocar las monedas (de una en una y tapando la siguiente). También resulta muy interesante explorar la creación de otro tipo de figuras geométricas, incluso figuras consideradas «imposibles».





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:



- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?

FICHA 3

Muñecas



TAREA:

Muñecas



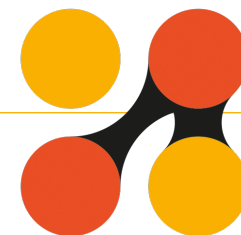
PREGUNTA:

¿Qué muñeca está usando un vestido que NO está hecho de cuatro telas diferentes?



TAREA:
MUÑECAS

Solución



RESPUESTA CORRECTA: LA TERCERA MUÑECA



/ Cada muñeca lleva 5 piezas diferentes de ropa. Si comprobamos cada una de estas piezas, observamos que la tercera muñeca es la única que va vestida solo con 3 colores, ya que falta el azul.



TAREA:
MUÑECAS

¡Esto es informática!



- La informática en esta tarea se centra principalmente en el tratamiento y análisis de los datos. Las cuatro telas del enunciado constituyen la estructura de datos. En primer lugar, se requiere establecer qué datos son relevantes (hay 4 muñecas; todas llevan corona; cada vestido tiene 5 piezas distintas de ropa: camisa, banda, falda, filo y faja; cada pieza puede ser de un color y estampado diferente; la faja y la banda siempre son de la misma tela...).
- Dado que no todos los datos son pertinentes en este contexto, es imperativo «filtrarlos» y retener únicamente aquellos que resultan útiles para resolver el problema: falda, filo, banda/faja y camisa.
- De manera análoga, en informática, es necesario procesar grandes cantidades de datos e identificar cuáles son esenciales, para utilizar solo aquellos que sean relevantes para la tarea.

**TAREA:
MUÑECAS**

Habilidades del pensamiento computacional

**DATOS Y MODELOS:**

- En esta tarea, nos enfrentamos a una variedad de datos, como se menciona en el apartado anterior. Para llegar a la respuesta correcta, es imperativo discriminar y analizar los datos pertinentes al problema.

ABSTRACCIÓN:

- A pesar de que cada muñeca lleva diferentes tipos de tela, todas comparten las mismas piezas de ropa. Resolver el problema implica darse cuenta de la regularidad en sus vestidos y del número de piezas de ropa que cada uno lleva, así como reducir el resto de los datos innecesarios.



TAREA:
MUÑECAS

Procesos matemáticos



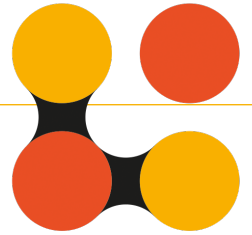
RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

- En este caso, el razonamiento se deriva del filtrado y análisis de los datos esenciales, y la demostración resultará necesaria para explicar por qué la respuesta elegida es la correcta y se excluye cualquier otra opción.

COMUNICACIÓN:

- Resulta valioso conocer el proceso seguido por el estudiante para abordar el problema y observar cómo se desenvuelve al explicar la solución.

TAREA:
MUÑECAS

Preguntas para orientar el trabajo en el aula

PREGUNTAS GUÍA PARA DESBLOQUEAR Y FACILITAR LA RESOLUCIÓN DURANTE LA ACTIVIDAD:

Para resolver el problema, es esencial identificar las 4 piezas utilizadas y contar los colores empleados. En caso de encontrar dificultades en este proceso, sería útil crear una tabla con los datos obtenidos para verificar qué muñeca está vestida únicamente con tres colores.

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

Resultaría enriquecedor introducir una variable adicional, aparte del color de la tela (por ejemplo, color de la corona o tipo de calzado), ya que permitiría trabajar con conectivas como «¿Qué muñeca lleva 4 colores en su vestido y zapatos rojos?» o «¿Qué muñeca lleva 4 colores en su vestido o corona plateada?».

Esto también abre la posibilidad de discutir sobre condiciones necesarias y suficientes, ya que si comenzamos una pregunta con «¿Qué muñeca tiene 3 colores en su vestido y...?», la segunda condición no es relevante, ya que solo una muñeca cumple con la primera.

También podemos introducir conceptos básicos de combinatoria, explorando cuántas muñecas diferentes se pueden crear con 1 tela, 2 telas, etc.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN



Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?

FICHA 4

La compra



TAREA:

La compra

ENUNCIADO:

Los castores Azulino, Rosie y Verdín están planeando una fiesta para su familia. Necesitan comprar todos los artículos que se muestran a continuación, pero cada castor sólo puede llevar dos cestas.



Azulino puede llevar un total de 8 kg.

Rosie y Verdín pueden llevar, cada uno, un total de 5 kg.

PREGUNTA:

¿Qué artículos debe llevar cada castor en sus cestas?





TAREA:
LA COMPRA

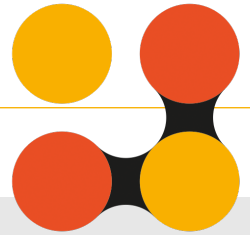
Solución

RESPUESTA CORRECTA:



Se muestra una posible solución de varias respuestas posibles:

/ El castor que puede cargar 8 kg tiene que llevar el paquete de 5 kg y uno de los artículos de 3 kg. De este modo, los otros dos castores pueden cargar 5 kg, su carga límite. Para ello, cada uno debe llevar un artículo de 2 kg y otro de 3 kg.

 TAREA:
LA COMPRA *¡Esto es informática!*

- Esta tarea requiere de un análisis inicial de los datos suministrados con el objetivo de organizarlos en distintas categorías. El problema impone condiciones que limitan la manipulación de estos datos. Los alumnos deben establecer criterios de satisfacción para determinar qué castores pueden llevar qué alimentos.
- A pesar de contar con varias opciones, existen criterios esenciales que deben cumplirse. De manera similar, en un sistema informático, con frecuencia hay procesos que solo pueden ejecutarse si se cumplen determinados criterios. Además, en muchos casos, este conjunto de criterios puede satisfacerse de diversas maneras. En tales casos, el programador debe decidir si se deben mostrar todas las soluciones posibles, solo la primera, o bien una al azar.

**TAREA:
LA COMPRA**

Habilidades del pensamiento computacional

**DATOS Y MODELOS:**

- Este problema presenta una serie de datos, algunos de ellos idénticos desde el punto de vista de información relevante, lo que significa que no habrá diferencias en su uso. El análisis de los datos y sus restricciones será imprescindible para satisfacer las condiciones del problema.

LÓGICA:

- La lógica es necesaria para imponer los criterios de satisfacción que determinarán las respuestas posibles, elaborando mentalmente argumentos condicionales del tipo *Si... entonces...*



TAREA:
LA COMPRA

Procesos matemáticos



RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

- Una de las estrategias más efectivas es empezar llenando las cestas vacías del castor más fuerte que tenga cestas vacías y seguidamente escoger los artículos de mayor peso que estén aún libres. Seguir el proceso recursivamente. La visualización de este camino demanda habilidades sólidas de razonamiento.

CONEXIONES:

- Las sumas por descomposición del 5 y del 8 pueden jugar un papel fundamental en este problema al facilitar la búsqueda de la solución si se tienen interiorizadas dichas sumas.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

- El enunciado contiene información y requisitos abundantes, lo que implica reflexionar para establecer estrategias en un contexto que presenta cierta complejidad y que, además, admite diversas soluciones.

TAREA:
LA COMPRA

Preguntas para orientar el trabajo en el aula

PREGUNTAS GUÍA PARA DESBLOQUEAR Y FACILITAR LA RESOLUCIÓN DURANTE LA ACTIVIDAD:

Para orientar a los estudiantes en la resolución de este problema, es necesario que identifiquen las consecuencias de las condiciones clave: «Se tienen que comprar todos los artículos» y «Toda la compra ha de llevarse a casa en un solo viaje». Preguntas como «¿Cuántos artículos hay?» o «¿Cuántas cestas?» resultarán adecuadas para que los alumnos se den cuenta de que, necesariamente, en cada cesta debe ir un artículo.

A partir de este punto, deben razonar por qué el artículo de 5 kg debe llevarlo el castor que puede cargar 8 kg; sabiendo que todas las cestas deben ir llenas, el planteamiento de este razonamiento resulta mucho más sencillo.

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

¿Hay más de una solución?

¿Cuántas?

¿Cómo podemos saberlo?

En este tipo de problemas de carácter combinatorio, complica mucho añadir una opción más y un castor, tanto respecto a la pregunta original como a la discusión sobre cuántas soluciones tiene el problema.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



FICHA 5

Aspersores

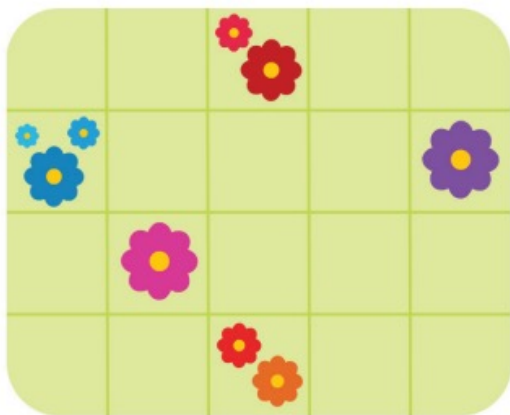


TAREA:

Aspersores

ENUNCIADO:

Un castor plantó flores en su jardín cuadrado (imagen 1).



Ahora quiere colocar aspersores en los cuadrados vacíos de su jardín. Cada aspersor puede regar los ocho cuadrados que hay a su alrededor, como se muestra en la segunda imagen (imagen 2).



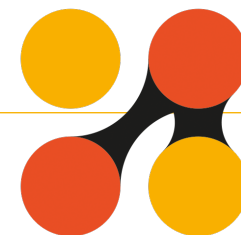
PREGUNTA:

¿Cuál es el menor número de aspersores necesario para regar todas las flores en el jardín?

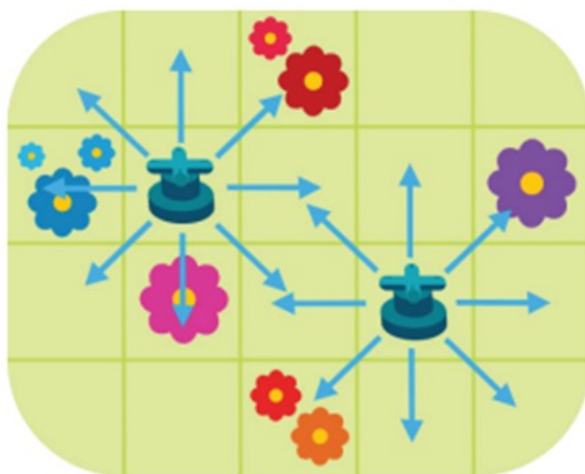


TAREA:
ASPERSORES

Solución



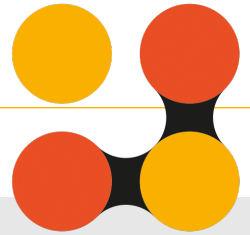
RESPUESTA CORRECTA: **2 ASPERSORES**



- / Es imposible llegar a todos los parterres de flores solo con un aspersor.
- / Un único aspersor no puede regar las flores de la segunda fila porque están demasiado separadas entre ellas. Por tanto, se necesitan dos aspersores, como se ve en la imagen.

 TAREA:
ASPERSORES

¡Esto es informática!



- En ciencias de la computación, a menudo nos enfrentamos a la tarea de buscar la solución más eficiente para un problema dado. Esto implica establecer un criterio de comparación entre soluciones y determinar cuál es la mejor. En nuestro escenario específico, la tarea no consiste solo en regar todas las flores, sino en hacerlo con el menor número posible de aspersores para evitar el desperdicio de agua.
- A medida que el tamaño del jardín crece, aumenta la cantidad de flores y se introducen posibles restricciones adicionales al criterio, lo que complica la búsqueda de la mejor solución. Aquí es donde la informática desempeña un papel crucial, utilizando modelado y técnicas de investigación operativa para alcanzar soluciones óptimas o casi óptimas en situaciones de toma de decisiones complejas.

**TAREA:
ASPERSORES****LÓGICA:**

El primer razonamiento que surge es que no es factible regar todas las flores utilizando solo un aspersor. A partir de esta premisa, surgen de manera natural razonamientos de tipo *Si... entonces...* que facilitan la búsqueda de una solución óptima.

Habilidades del pensamiento computacional



**TAREA:
ASPERSORES**

Procesos matemáticos



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

- La estrategia de ensayo, error y acierto resulta esencial para llegar a la conclusión de que es necesario utilizar más de un aspersor. A partir de ahí, encontrar una solución con dos aspersores es suficiente para argumentar que hemos alcanzado una solución óptima, dado que reconocemos la necesidad de utilizar necesariamente más de un aspersor.
- 

REPRESENTACIÓN:

- Si plasmamos el problema en un esquema figurativo en un papel, estaremos representando la acción de los aspersores dentro de la cuadrícula.
- 

TAREA:
ASPERSORES

Preguntas para orientar el trabajo en el aula
**PREGUNTAS GUÍA
PARA DESBLOQUEAR
Y FACILITAR LA
RESOLUCIÓN DURANTE
LA ACTIVIDAD:**

La mayor dificultad de este problema consiste en colocar los dos aspersores. Sin embargo, antes de abordar este problema hemos de demostrar que con un aspersor no es suficiente. Preguntas como «¿Cuántos cuadrados abarca un aspersor?», «¿Qué forma tiene esa región?», «¿Cuántos cuadrados hay entre las dos plantaciones de flores más separadas?»... nos llevarán a la conclusión de que un aspersor no basta.

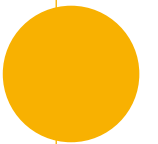
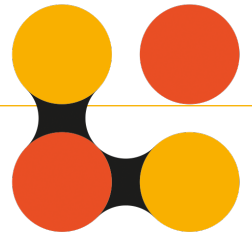
Al demostrar la posibilidad de utilizar dos aspersores, es esencial que los estudiantes dividan los parterres de flores en grupos que se encuentren dentro del mismo «cuadrado cubierto por aspersor».

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

Un desafío para los estudiantes puede consistir en idear la forma óptima de regar un campo de cuadrados $N \times N$ utilizando este tipo de aspersores.

Se les puede animar a buscar la distribución más eficiente en este escenario o a diseñar jardines con parterres de flores para que otros equipos resuelvan el problema.

Además, la complejidad de este problema puede ampliarse al considerar el uso de otras formas de aspersores o variaciones en el diseño de jardines.





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido
tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



FICHA 6

*Señales
de humo*



TAREA:

Señales de humo

ENUNCIADO:

La Castora del Clima usa señales de humo para enviar mensajes desde la cima de la montaña a las castoras que viven en el valle.

Utiliza nubes de humo pequeñas y grandes siguiendo este código:

Tormenta	Lluvia	Nublado	Soleado
			
			
			
			

Un día, la Castora del Clima falló con una nube, y envió el mensaje siguiente:



PREGUNTA:

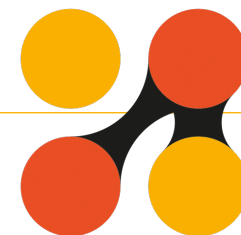
A pesar del fallo, las castoras del valle supieron qué tiempo iba a hacer.

¿Qué mensaje quiso enviar?



TAREA:
SEÑALES
DE HUMO

Solución



RESPUESTA CORRECTA: **NUBLADO**

- / «Tormenta» no es la respuesta correcta porque tendrían que cambiar la primera y la última nube.
- / «Lluvia» tampoco es correcta porque tendrían que cambiar la primera, la segunda y la cuarta nube.
- / «Soleado» tampoco, porque tendrían que cambiar todas las nubes excepto la primera.
- / La respuesta correcta es «Nublado», que se obtiene al cambiar la tercera nube.



TAREA:
SEÑALES
DE HUMO

¡Esto es informática!



- Si diseñas una secuencia de símbolos para comunicarte (con humanos u ordenadores), tienes que hacerlo de manera que la información pueda ser reconstruida incluso si algunas partes del mensaje se pierden o se dañan.
- Piensa qué pasaría si alguien está maniobrando un camión y le das las instrucciones «dale, dale» para que avance y «vale, vale» para que pare. ¡Qué desastre podría causar un pequeño malentendido!
- El principio básico que hay detrás de este código de nubes es que estas cuatro secuencias de nubes difieren entre sí en, al menos, tres posiciones. Esto se hace enviando más información de la necesaria para que, así, la información esencial sea redundante, es decir, llegue más de una vez.



TAREA:
SEÑALES
DE HUMO

Habilidades del pensamiento computacional



DATOS Y MODELOS:

- En este problema nos enfrentamos a datos (erróneos) cuyo significado debemos comprender. Resolver el problema requiere la capacidad de comparar los datos originales de la tabla con los datos «erróneos», a fin de identificar un único error.



TAREA:
SEÑALES
DE HUMO

Procesos matemáticos



CONEXIONES:

- Los estudiantes deben reinterpretar el código como una secuencia de longitud fija de dos símbolos (grande/pequeño).

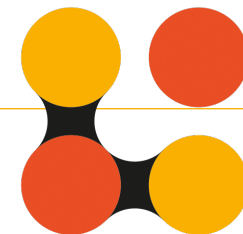
RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

- La tarea requiere comparar la secuencia de nubes errónea emitida por la Castora del Clima y cada una de las posibles alternativas de interpretación correcta. Hay diversas maneras de llevar a cabo este razonamiento. Una manera muy ágil consiste en tomar la secuencia errónea y cambiar sucesivamente una única nube hasta detectar una imagen que coincida con una de las alternativas de solución.
- Otra manera de hacerlo es por comparación visual directa, detectando y contando coincidencias y discrepancias entre la secuencia emitida y cada alternativa de solución. Este razonamiento se puede facilitar dibujando en un papelito el mensaje enviado, situándolo al lado del resto de mensajes, señalando las coincidencias por filas y escogiendo la alternativa en la que se den todas las coincidencias menos una.



TAREA:
SEÑALES
DE HUMO

Preguntas para orientar el trabajo en el aula



PREGUNTAS GUÍA PARA DESBLOQUEAR Y FACILITAR LA RESOLUCIÓN DURANTE LA ACTIVIDAD:

La dificultad de este problema es encontrar la estrategia óptima de resolución. Si verificamos todas y cada una de las posibilidades, el problema se vuelve extenso y monótono.

Por eso, es fundamental hacer preguntas preliminares como:

«¿Si compruebo las tres primeras posiciones puedo saber si es correcto?»

«¿A partir de cuántos cambios puedo parar de comprobar?».

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

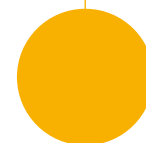
Como se detalla en el apartado «¡Esto es informática!», este problema se fundamenta en los códigos detectores de errores. Preguntas como «¿En cuántas posiciones difiere cada una de las predicciones?» pueden conducirnos a reflexionar sobre este concepto.

A partir de aquí surgen de forma orgánica preguntas como:

«¿Para cuántas predicciones diferentes nos sirve este sistema?»

«¿Hay algún mensaje de nubes que, al cometer un solo error, no podamos recuperar con su significado original?»

«¿Si tenemos 20 predicciones, podemos implementar un sistema similar?».





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



FICHA 7

El arte del Rangoli



TAREA:

El arte del Rangoli

ENUNCIADO:

El Rangoli es una forma de arte que utiliza materiales de colores para crear adornos en el suelo.

Rita tiene tres tipos de baldosas:



8 triángulos morados



4 cuadrados verdes



6 triángulos negros

Todas las baldosas de cada tipo son iguales.

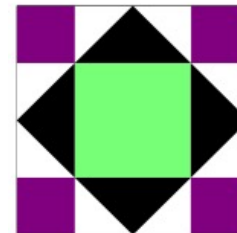
Rita quiere crear un Rangoli utilizando solo estas baldosas y colocándolas sobre un suelo blanco.

No tiene que utilizar todas las baldosas disponibles ni cubrir todo el suelo.

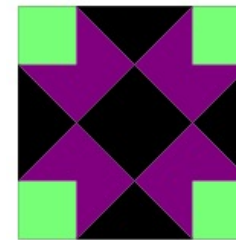
PREGUNTA:

¿Cuál de los siguientes adornos de Rangoli puede crear Rita con las baldosas que tiene?

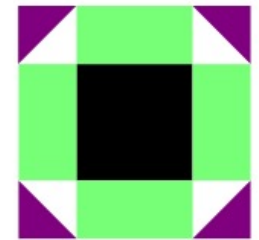
A



B



C

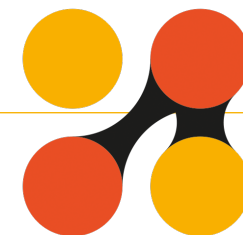
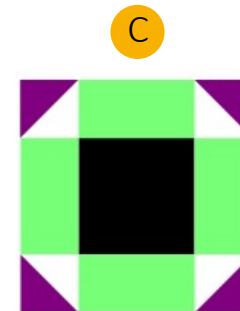
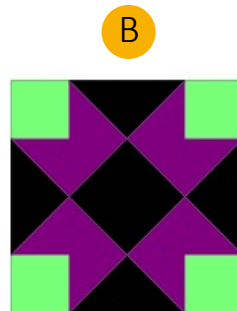
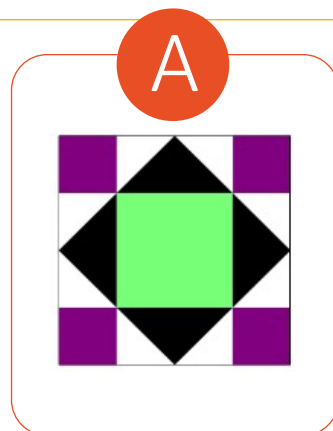


- A Puede hacer el adorno A.
- B Puede hacer el adorno B.
- C Puede hacer el adorno C.
- D Puede hacer cualquiera de los tres adornos.

TAREA:
EL ARTE
DEL RANGOLI

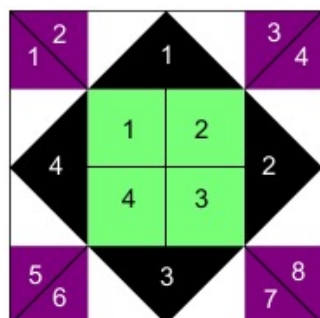
Solución

RESPUESTA CORRECTA:
PUEDE CREAR EL ADORNO A



/ La condición inicial del problema proporciona el número de baldosas que tiene Rita. Por lo tanto, es necesario averiguar cómo organizar las baldosas según los patrones de Rangoli presentados en cada opción, y contar el número de baldosas de cada tipo.

/ La siguiente imagen ilustra la cantidad de baldosas de cada tipo utilizadas para el adorno A:

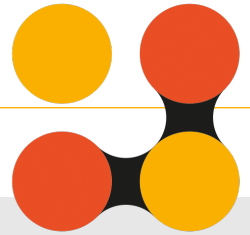


/ La tabla siguiente presenta el número de baldosas necesarias para cada adorno. La última columna muestra si Rita tiene suficientes piezas para crear cada adorno.

ADORNO	AZULEJOS NECESARIOS	¿PUEDE RITA CREAR ESTE ADORNO?
A	8 triángulos morados 4 cuadrados verdes 4 triángulos negros	Sí , tiene suficientes de cada tipo de pieza.
B	12 triángulos morados 4 cuadrados verdes 6 triángulos negros	No , solo tiene 8 triángulos morados.
C	4 triángulos morados 8 cuadrados verdes 4 triángulos negros	No , solo tiene 4 cuadrados verdes.

 TAREA:
EL ARTE
DEL RANGOLI

¡Esto es informática!



- Para resolver esta tarea, se deben identificar todos los tipos de piezas de cada adorno y contar el número de baldosas.
- Esta tarea implica descomponer y buscar patrones. En informática, la búsqueda de patrones es crucial. Al buscar una palabra en un documento, un archivo en un ordenador o información en internet, se lleva a cabo una búsqueda de patrones.
- Un patrón puede ser el inicio de una palabra; entonces, un motor de búsqueda buscará todos los documentos que comiencen con la misma combinación de letras.

**TAREA:
EL ARTE
DEL RANGOLI****PATRONES:**

- La solución exige realizar un recuento de cada tipo de baldosas. La estrategia para llevar a cabo este conteo, aunque pueda parecer evidente, contribuye a optimizar el resultado final y, por tanto, a identificar un patrón único para cada tipo de baldosa en cada rangoli.

Habilidades del pensamiento computacional





TAREA:
EL ARTE
DEL RANGOLI

Procesos matemáticos



RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN:

- Al descubrir el patrón de recuento de cada figura, sea por simetrías o por agrupamientos de figuras, ha tenido lugar un proceso de razonamiento.

CONEXIONES:

- Las conexiones con el espacio, forma y medida de figuras planas, así como su proporcionalidad y medida de áreas facilitarán la resolución del problema.

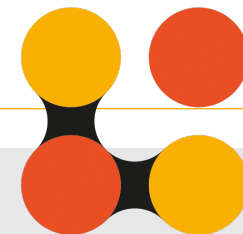
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

- Si se hace una comprobación de que la suma de todas las baldosas del Rangoli coincida o sea inferior al total de que se dispone, se está desarrollando una parte de la habilidad de evaluación sistemática y control de errores.



TAREA:
EL ARTE
DEL RANGOLI

Preguntas para orientar el trabajo en el aula



**PREGUNTAS GUÍA
PARA DESBLOQUEAR
Y FACILITAR LA
RESOLUCIÓN DURANTE
LA ACTIVIDAD:**

Concéntrate en cada tipo de baldosa y no en el mosaico en su conjunto.

¿Cómo estás realizando el conteo?

Puede resultar más sencillo tener en cuenta las agrupaciones y recordar las tablas de multiplicar.
¿Hay alguna opción que puedas descartar?

PREGUNTAS PARA AMPLIAR LA ACTIVIDAD:

Si el área del cuadrado equivale a una unidad cuadrada, ¿cuánto miden las otras dos baldosas? ¿Y el total de cada rangoli de las posibles soluciones dadas?

Si el área de triángulo morado equivale a una unidad cuadrada, ¿cuánto miden las otras dos baldosas? ¿Y el total de cada rangoli de las posibles soluciones dadas?

Con las baldosas de las que se dispone originalmente, ¿se puede generar un cuadrado? ¿Y un rectángulo? ¿Y se puede crear una figura que cubra todo el plano?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



FICHA 8

Perlas



TAREA:

Perlas

ENUNCIADO:

Mónica y Miguel tienen, cada uno, un collar de perlas de colores.

Deciden confeccionar un collar para su amiga Anastasia y, para ello, quitan algunas de las perlas de sus collares. Tras quitar las perlas, sus collares quedan así:

Collar inicial de Mónica:



Collar inicial de Miguel:



Collar final de Mónica:



Collar final de Miguel:



Quieren enseñarle a su amiga tres combinaciones diferentes para que pueda elegir la que más le guste.

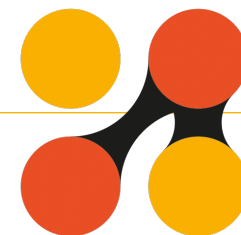
PREGUNTA:

Representa gráficamente tres collares posibles que podrían crearse con las perlas eliminadas.



TAREA:
PERLAS

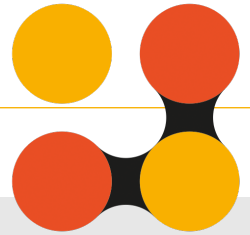
Solución



RESPUESTA CORRECTA:

/ Se han eliminado 3 perlas rosas y 3 perlas naranjas. Cualquier combinación de estas será correcta. Un ejemplo de respuesta sería:



 TAREA:
PERLAS *¡Esto es informática!*

- En algunos lenguajes de programación, como, por ejemplo, Python, un conjunto es un tipo de dato abstracto que permite operaciones binarias, como, por ejemplo, la substracción. La solución de esta tarea ilustra un algoritmo para la substracción de conjuntos.
- Estamos trabajando con un conjunto de perlas y necesitamos quitar seis perlas para hacer un collar. Está claro que la cantidad total de perlas debe ser la misma antes y después de hacer el collar. El algoritmo que da la solución implica contar repeticiones de varios colores, hacer una lista con las cantidades de cada uno y llevar un registro para comparar los resultados intermedios.
- Estas operaciones simples son la base de muchos algoritmos útiles en informática y pueden aplicarse en diversos contextos.

 TAREA:
PERLAS

Habilidades del pensamiento computacional

 **ABSTRACCIÓN:**

- Cada collar se compone de dos conjuntos de perlas, sin importar su orden o posición; solo la cardinalidad de cada conjunto es relevante para resolver el problema.

LÓGICA:

- Al establecer la relación entre el collar original y el que resulta tras quitar algunos elementos, se pueden deducir los elementos que faltan y, por tanto, aquellos que se pueden utilizar para crear el nuevo collar.



TAREA:
PERLAS

Procesos matemáticos



REPRESENTACIÓN:

- Resulta de gran ayuda representar los conjuntos de datos inicial y final para poder identificar las diferencias en forma de operación.

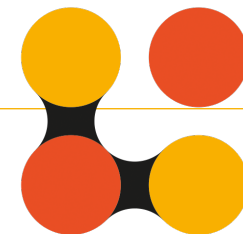
CONEXIONES:

- De manera natural, aparecen el conteo y la combinatoria (consulta las preguntas de ampliación). Más allá de esto, se pueden introducir nociones de probabilidad y estadística.



TAREA:
PERLAS

Preguntas para orientar el trabajo en el aula



**PREGUNTAS GUÍA
PARA DESBLOQUEAR
Y FACILITAR LA
RESOLUCIÓN DURANTE
LA ACTIVIDAD:**

Una estrategia de resolución podría ser realizar un conteo inicial y otro final de cada tipo de perla, identificando las diferencias y determinando cuántas y cuáles se han eliminado.

Algunas preguntas útiles podrían ser:

¿Has contado cuántas perlas de cada tipo hay? ¿Cuántas faltan y de qué tipo?

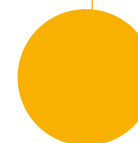
¿Cuántas perlas rosas hay al principio? ¿Y al final?

**PREGUNTAS PARA
AMPLIAR LA
ACTIVIDAD:**

De las combinaciones realizadas, ¿en cuántas de ellas es indiferente ponerse el collar del derecho o del revés? En este caso estaremos trabajando la simetría. (La solución se obtiene calculando las combinaciones de 6 elementos tomados de 3 en 3, es decir 20.)

Sin considerar que son collares cerrados, ¿cuántas combinaciones diferentes se pueden hacer?

¿Y teniendo en cuenta que sí que se cierran?





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
FICHA DE REFLEXIÓN

Nombre del problema:

- ¿Cómo has resuelto el problema?
Explica la estrategia que has empleado. ¿Ha servido
tu estrategia inicial o has tenido que cambiarla?



ANÁLISIS

Habilidades de PC
Procesos matemáticos
Competencias transversales

ANÁLISIS

Habilidades del pensamiento computacional

Extraer las características esenciales de objetos o situaciones de un contexto concreto para crear conceptos que los representen.

ABSTRACCIÓN

Reconocer similitudes en procesos o datos para extrapolar reglas (generalización) o para dividir en partes (descomposición).

PATRONES

Razonar de manera clara, coherente y estructurada, expresando los elementos de una situación y las relaciones entre ellos haciendo uso, al nivel adecuado, de representaciones simbólicas o lenguajes formales.

LÓGICA

**DATOS Y
MODELOS**

Recoger, representar y analizar datos usando los modelos adecuados.

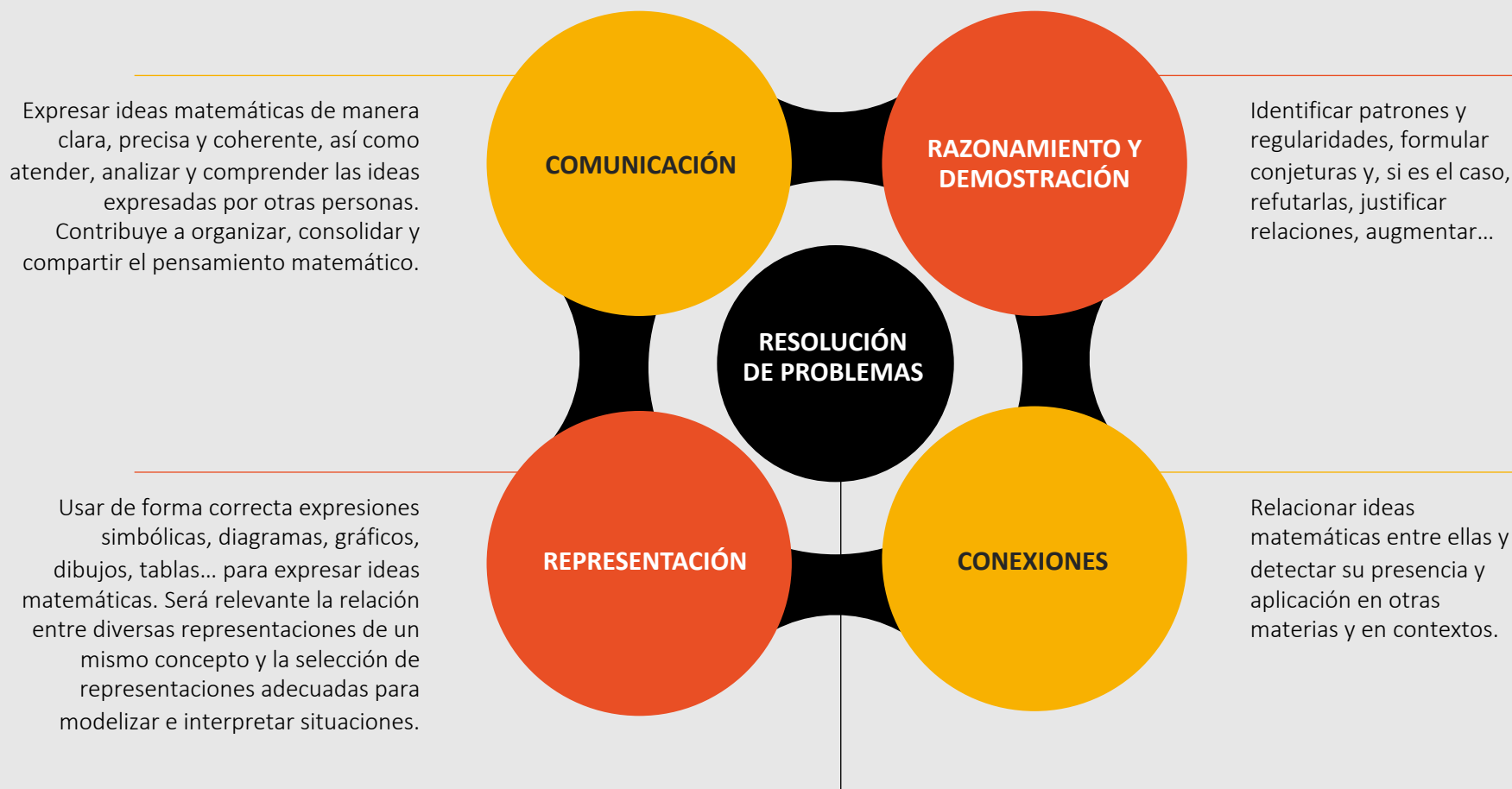
ALGORITMOS

Resolver tareas de manera estructurada, paso a paso, y utilizando secuencias, condicionales e iteraciones.



ANÁLISIS

Procesos matemáticos



Proceso central en la construcción de conocimiento matemático que incluye: traducir enunciados a una formulación matemática, establecer, aplicar y rectificar estrategias de resolución, usar herramientas y conocimientos matemáticos, la evaluación sistemática y el control de errores, comprobar la corrección de soluciones y su plausibilidad en el contexto del problema...

ANÁLISIS

*Nota al marco de análisis***SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:**

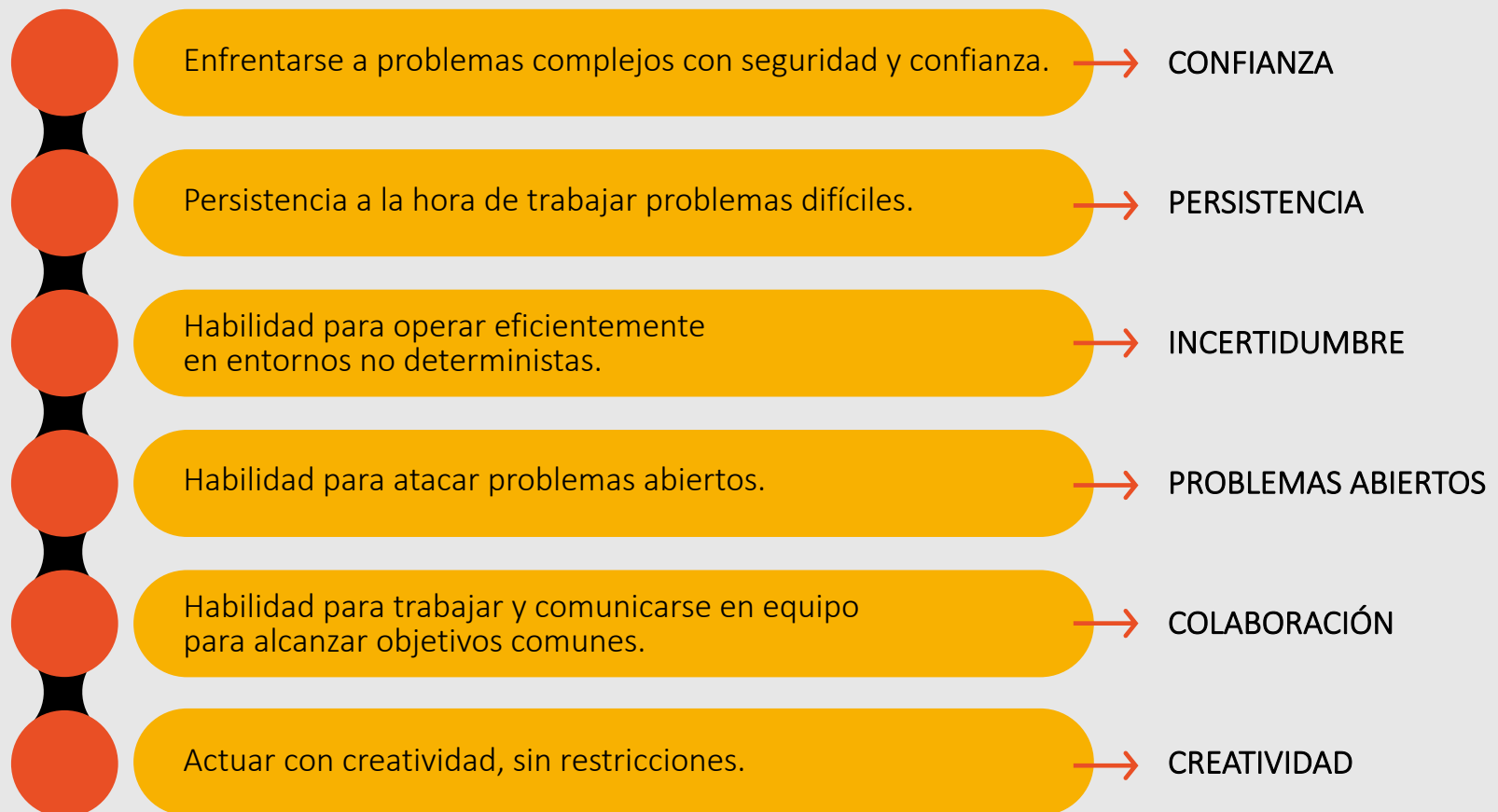
- La resolución de problemas es un proceso central en la construcción del conocimiento matemático. Incluye la traducción de enunciados a una formulación matemática, el establecimiento, aplicación y rectificación de estrategias de resolución, el uso de herramientas y conocimientos matemáticos, la evaluación sistemática y el control de errores, la comprobación de la corrección de soluciones y su plausibilidad en el contexto del problema...
- La resolución de problemas se halla genuinamente presente en las tareas Bebras. Por esta razón en el análisis de los procesos matemáticos que se ponen en juego al trabajar en cada tarea ya se da por supuesta su contribución relevante al desarrollo de las habilidades de resolución de problemas, aunque en algunas ocasiones se explicita algún aspecto especialmente destacable.
- Asimismo, se observará que la evaluación sistemática y el control de errores, a veces contemplados como habilidades del pensamiento computacional, se incluyen en este marco dentro de la resolución de problemas.

SOBRE LAS HABILIDADES DEL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL DESTACADAS:

Como dijimos en la introducción, la selección de habilidades de pensamiento computacional destacadas responde a un criterio de simplificación. Es el mínimo número de habilidades que nos permite alcanzar nuestro objetivo específico de analizar tareas Bebras de manera más o menos clara y unificada, evitando solapamientos, repeticiones o incidencias contradictorias... Aún así, como se ha mencionado anteriormente, el análisis no tiene la intención de ser único.

ANÁLISIS

Competencias transversales



¡Conéctate al mundo Bebras!



↓

Bebras es una de las iniciativas mundiales más importantes para el desarrollo del pensamiento computacional.

- Puesta en marcha por varias universidades de toda Europa, en la actualidad está siendo difundida **por todo el mundo**.
- El **objetivo principal** de Bebras es promover el interés en el pensamiento computacional como competencia para todos los estudiantes desde primaria hasta bachillerato.
- Una de las actividades que realiza es el **Concurso Bebras**, abierto cada año de noviembre a marzo, para todo el alumnado desde 5º de Primaria hasta 2º de Bachillerato.



La Universidad del País Vasco (UPV/EHU) es la encargada en España de coordinar Bebras y organizar su concurso anualmente, en el que os animamos a participar.

Créditos

PERSONAS QUE HAN TRABAJADO EN LA SELECCIÓN Y ANÁLISIS:

Francisco Javier Álvarez Jiménez

Anton Aubanell

Raül Fernández

Álvaro Molina Ayuso

Belén Palop

Arnau Sánchez

Juanjo Santa Engracia





Fundación "la Caixa"