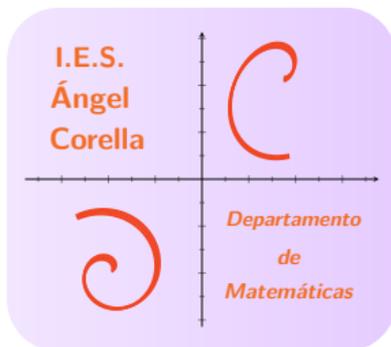


El Teorema de Pitágoras.

David Matellano

Departamento de Matemáticas. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

23 de abril de 2020



- 1 El Teorema de Pitágoras
 - Ternas pitagóricas
 - Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras
- 2 Cálculos en triángulos rectángulos
 - Cálculo de la hipotenusa
 - Cálculo de un cateto
- 3 La raíz de dos

El Teorema de Pitágoras

Enunciado

Enunciado

 *En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*

El Teorema de Pitágoras

Enunciado

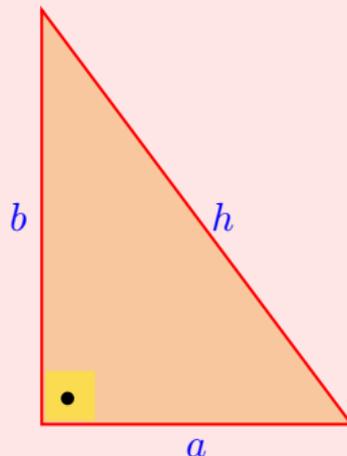
Enunciado

 En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Enunciado algebraico

 $h^2 = a^2 + b^2$

Figuras



El Teorema de Pitágoras

Enunciado

Enunciado

 En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



No debemos confundir la **suma de los cuadrados** con el **cuadrado de la suma**.

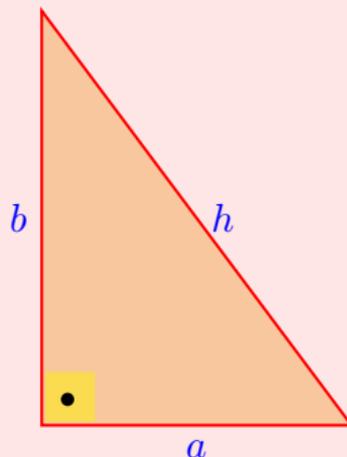
Enunciado algebraico

 $h^2 = a^2 + b^2$ ✓



$h^2 \neq (a + b)^2$ ✗

Figuras



El Teorema de Pitágoras

Ternas pitagóricas

Definición de terna pitagórica

 *Es una terna de tres números naturales que coinciden con las dimensiones de un triángulo rectángulo*

El Teorema de Pitágoras

Ternas pitagóricas

Definición de terna pitagórica

 *Es una terna de tres números naturales que coinciden con las dimensiones de un triángulo rectángulo*

 Las ternas pitagóricas cumplen el Teorema de Pitágoras.

El Teorema de Pitágoras

Ternas pitagóricas

Definición de terna pitagórica

-  Es una terna de tres números naturales que coinciden con las dimensiones de un triángulo rectángulo
- Veamos varios ejemplos:

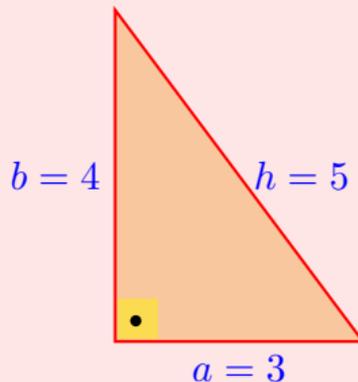
Enunciado algebraico

 $T_1 = (3, 4, 5)$

 $3^2 + 4^2 = 5^2$ ✓

 Es el *Triángulo Sagrado Egipcio*.

Figuras



El Teorema de Pitágoras

Ternas pitagóricas

Definición de terna pitagórica

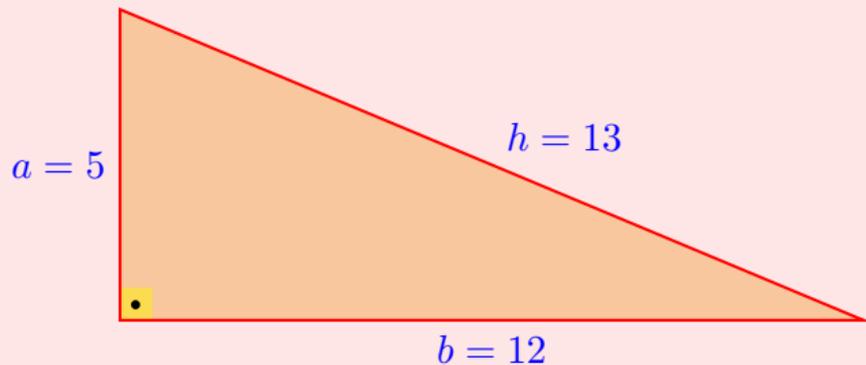
-  Es una terna de tres números naturales que coinciden con las dimensiones de un triángulo rectángulo
- Veamos varios ejemplos:

Enunciado algebraico

 $T_2 = (5, 12, 13)$

 $5^2 + 12^2 = 13^2$ ✓

Figuras



El Teorema de Pitágoras

Ternas pitagóricas

Definición de terna pitagórica

 Es una terna de tres números naturales que coinciden con las dimensiones de un triángulo rectángulo



Si multiplicamos una terna pitagórica por un número natural obtenemos otra terna pitagórica

Enunciado algebraico

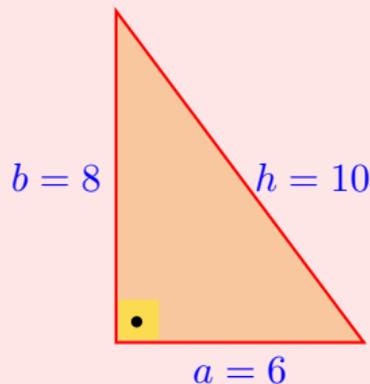


$$T'_1 = 2 \cdot T_1 \Rightarrow T'_1 = (6, 8, 10)$$



$$6^2 + 8^2 = 10^2 \quad \checkmark$$

Figuras



Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Comprobación gráfica



Al sumar números al cuadrado, siempre podemos asociarlos con áreas de cuadrados.

Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Comprobación gráfica



Al sumar números al cuadrado, siempre podemos asociarlos con áreas de cuadrados.



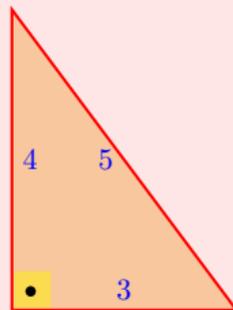
La suma de las áreas de los cuadrados sobre los catetos es igual al área del cuadrado sobre la hipotenusa.

Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Ejemplo

- Sea la terna (3, 4, 5)

Figuras

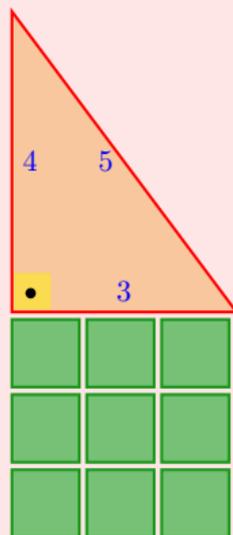


Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Ejemplo

- Sea la terna (3, 4, 5)
- $3^2 = 9$

Figuras

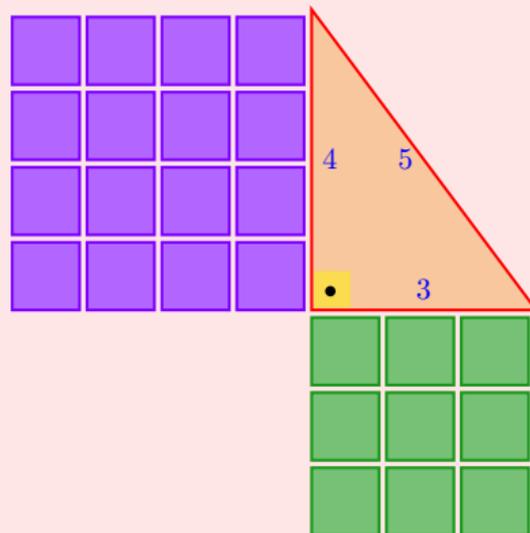


Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Ejemplo

- Sea la terna (3, 4, 5)
- $3^2 = 9$
- $4^2 = 16$

Figuras



Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Ejemplo

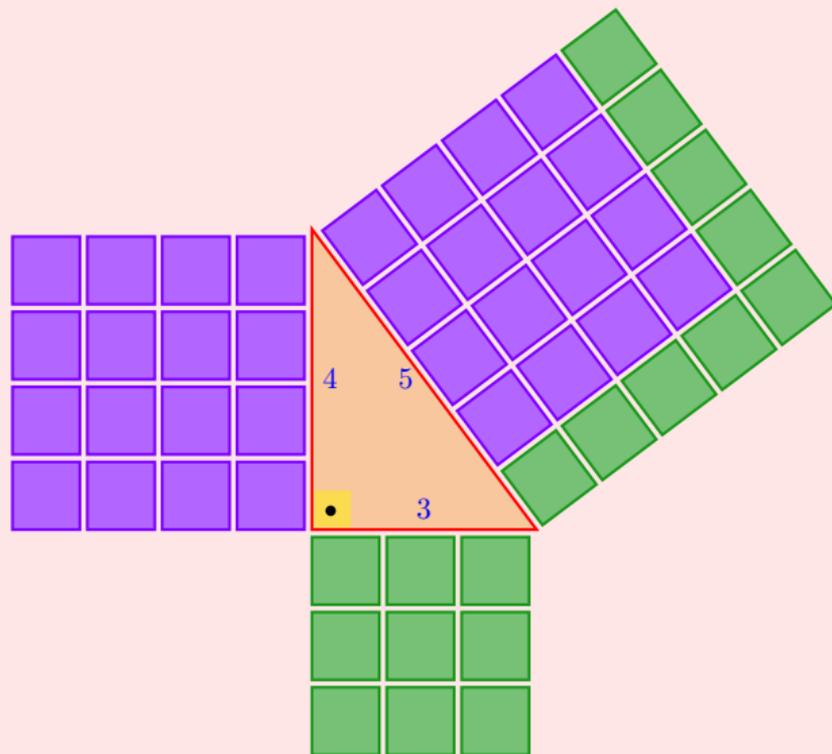
- Sea la terna (3, 4, 5)

- $3^2 = 9$

- $4^2 = 16$

- ☞ $9 + 16 = 25$

Figuras



Comprobación gráfica de Teorema de Pitágoras

Aplicaciones de GeoGebra

👉 Podemos ver la interpretación gráfica del Teorema en las siguientes aplicaciones:

- Comprobación gráfica del Teorema de Pitágoras



<https://www.geogebra.org/m/rexsanhx>

- Teorema de Pitágoras generalizado



<https://www.geogebra.org/m/n339mfh7>

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de la hipotenusa

Pautas

- Si conocemos ambos catetos, la hipotenusa la calculamos despejando de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras mediante el uso de la raíz cuadrada:

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de la hipotenusa

Pautas

- Si conocemos ambos catetos, la hipotenusa la calculamos despejando de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras mediante el uso de la raíz cuadrada:



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de la hipotenusa

Pautas

- Si conocemos ambos catetos, la hipotenusa la calculamos despejando de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras mediante el uso de la raíz cuadrada:



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$



No utilizamos la solución negativa de la ecuación

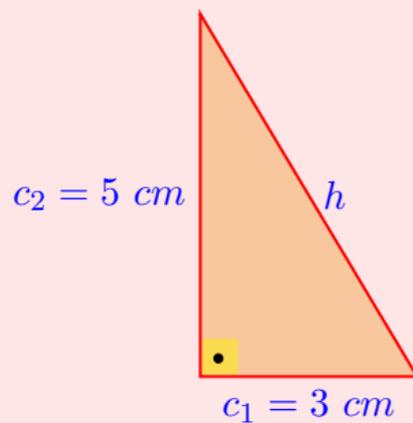
Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de la hipotenusa

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}$; $c_2 = 5 \text{ cm}$

Figuras



Cálculos en triángulos rectángulos

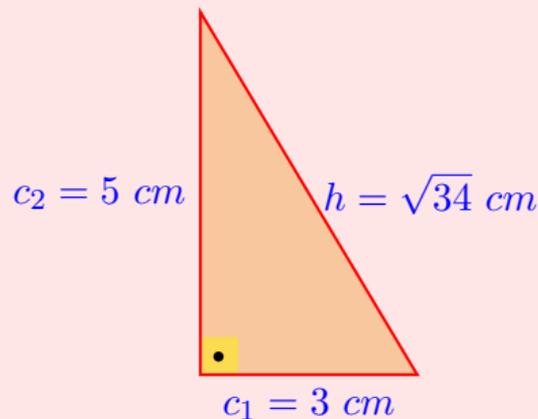
Cálculo de la hipotenusa

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}$; $c_2 = 5 \text{ cm}$

- ➡ $h = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \text{ cm}$

Figuras



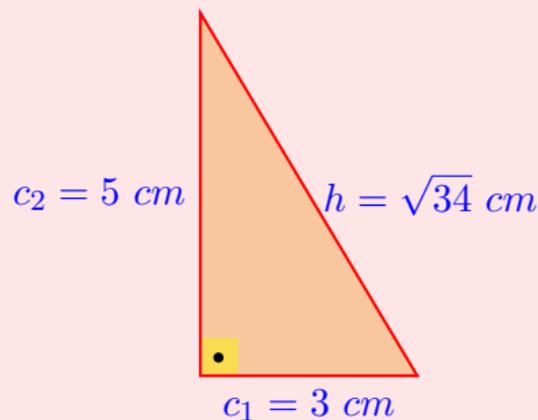
Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de la hipotenusa

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}$; $c_2 = 5 \text{ cm}$
- ☞ $h = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \text{ cm}$
- Podemos dejar el resultado así, u obtener su aproximación decimal:
- ☞ $h = \sqrt{34} \approx 5,83 \text{ cm}$

Figuras



Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Pautas

- Si desconocemos un cateto, despejamos su cuadrado de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras.

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Pautas

- Si desconocemos un cateto, despejamos su cuadrado de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras.
- Posteriormente obtenemos su valor mediante el uso de la raíz cuadrada:

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Pautas

- Si desconocemos un cateto, despejamos su cuadrado de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras.
- Posteriormente obtenemos su valor mediante el uso de la raíz cuadrada:

 $c_1^2 + c_2^2 = h^2 \Rightarrow c_1^2 = h^2 - c_2^2 \Rightarrow c_1 = \sqrt{h^2 - c_2^2}$

Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Pautas

- Si desconocemos un cateto, despejamos su cuadrado de *la fórmula* de Teorema de Pitágoras.
- Posteriormente obtenemos su valor mediante el uso de la raíz cuadrada:

 $c_1^2 + c_2^2 = h^2 \Rightarrow c_1^2 = h^2 - c_2^2 \Rightarrow c_1 = \sqrt{h^2 - c_2^2}$



¡Signo!.  Es la raíz de una resta.

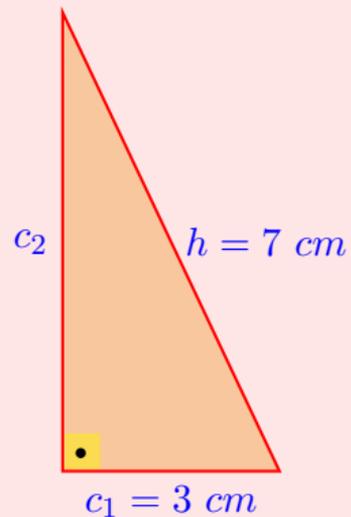
Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}$; $h = 7 \text{ cm}$

Figuras



Cálculos en triángulos rectángulos

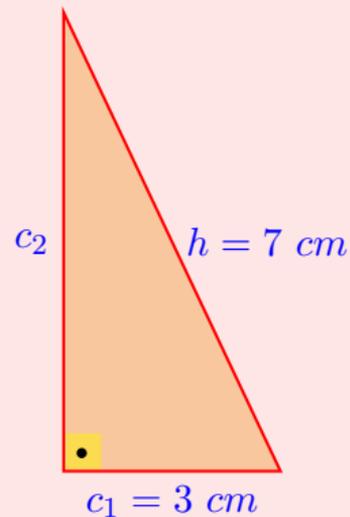
Cálculo de un cateto

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}; h = 7 \text{ cm}$

- ☞ $3^2 + c_2^2 = 7^2 \Rightarrow c_2^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$

Figuras



Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

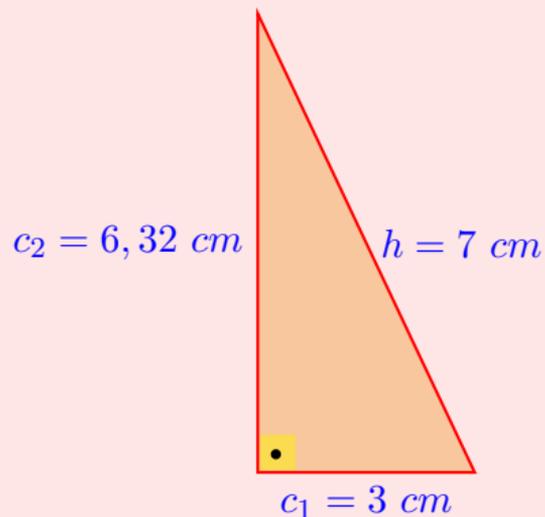
Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}; h = 7 \text{ cm}$

- ➡ $3^2 + c_2^2 = 7^2 \Rightarrow c_2^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$

- ➡ $c_2 = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ cm}$

Figuras



Cálculos en triángulos rectángulos

Cálculo de un cateto

Ejemplo

- $c_1 = 3 \text{ cm}; h = 7 \text{ cm}$

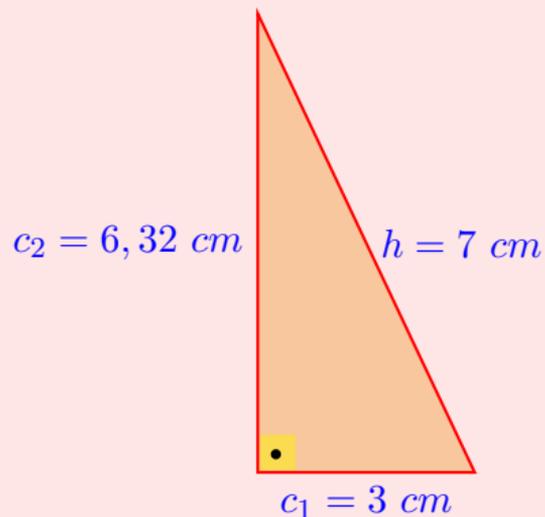
- ➡ $3^2 + c_2^2 = 7^2 \Rightarrow c_2^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$

- ➡ $c_2 = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ cm}$

- ➡ Practica en el siguiente enlace:

- 🌐 <https://www.geogebra.org/m/gjp2yggs>

Figuras



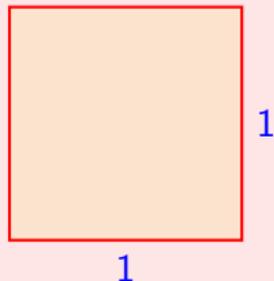
La raíz de dos

Un número muy importante

Diagonal de un cuadrado de lado 1

- Sea un cuadrado de lado 1.

Figuras



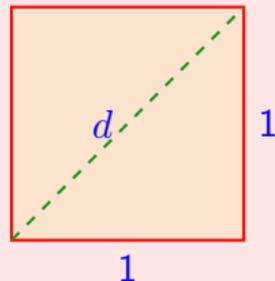
La raíz de dos

Un número muy importante

Diagonal de un cuadrado de lado 1

- Sea un cuadrado de lado 1.
- Calculemos su diagonal \rightarrow Pitágoras

Figuras



La raíz de dos

Un número muy importante

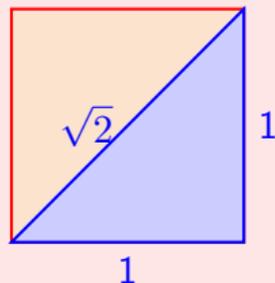
Diagonal de un cuadrado de lado 1

- Sea un cuadrado de lado 1.
- Calculemos su diagonal \rightarrow Pitágoras



$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Figuras



La raíz de dos

Un número muy importante

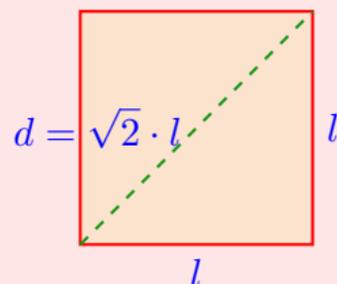
Diagonal de un cuadrado de lado 1

- Sea un cuadrado de lado 1.
- Calculemos su diagonal \rightarrow Pitágoras



$$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Figuras



¡Importante!



En cualquier cuadrado, la diagonal entre el lado es $\sqrt{2}$