

Matemáticas 4º ESO Académicas

Se usa como guión el libro de la asignatura:

ANAYA: 4 Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas

GUÍA DE ESTUDIO DE TRIGONOMETRÍA (TEMA 7)

A. Punto 1

Repasamos el primer punto del Tema 7. Es importante que te quedes con estos conceptos porque toda la trigonometría se basa en ellos.

Nos quedamos sobre todo con las tres razones trigonométricas más importantes: seno, coseno y tangente.

En los videos verás que se habla de otras tres: cotangente, secante y cosecante. Está bien que veas las definiciones pero no trabajaremos mucho con ellas.

- Repasa el punto 1 del Tema 7, páginas 144 y 145 del libro:

“Razones trigonométricas de un ángulo agudo.”

- Mira este video donde las explica paso a paso:

<https://www.youtube.com/watch?v=tTqDtsrKpCA&t=80s>

- Haz en esta página al menos 3 ejemplos de cálculo de razones trigonométricas. La página te dice si lo has hecho bien:

<https://www.ematematicas.net/trigonometria.php?a=4>

- **TAREA SUGERIDA**

Haz el ejercicio 1 de la página 158

B. Punto 2

- Estudia el punto 2 del Tema 7: “Relaciones trigonométricas fundamentales”, página 146 del libro.
- Mira este video donde las explica paso a paso, y también repasa las razones trigonométricas otra vez.

https://www.youtube.com/watch?v=4ETrt_uQ8Ag

- Intenta hacer otra vez los dos *Ejercicios resueltos* de la página 146 sin mirar la solución.
- **TAREA SUGERIDA**

Haz los ejercicios 1 y 2 de la página 146.

- Estudia el punto 2 del Tema 7, página 147 del libro: Razones trigonométricas de 30, 45 y 60 grados.
- Mira este video donde explica cómo se obtienen:

https://www.youtube.com/watch?v=4k46X_W6urM

- **TAREA SUGERIDA**

Haz los problemas 3, 4 y 5 de la página 147.

C. Puntos 3 y 4

- Repasa los puntos 1 y 2, páginas 144 a 147 del libro.
- Estudia el punto 4, página 150: “Resolución de triángulos rectángulos”. El punto 3 de uso de la calculadora está implícito en los vídeos que indico en el punto siguiente, y te los dejo para que practiques por tu cuenta.
- Mira estos vídeos de resolución de triángulos rectángulos

<https://www.youtube.com/watch?v=1Udqp4SEv68>

<https://www.youtube.com/watch?v=A2fkBsRWZoY>

- Intenta resolver los ejercicios resueltos de la página 150 sin mirar las soluciones.
- **TAREA SUGERIDA**

Haz los ejercicios: 1 y 2, página 150, y 13 de la página 158

D. Punto 5

- Vemos resolución de triángulos oblicuángulos. Estudia el punto 5, página 151 del libro.
- Mira estos vídeos donde lo explica paso a paso.

<https://www.youtube.com/watch?v=uqk9EWQRq3c>

<https://www.youtube.com/watch?v=jHQzfjYo9T4>

- **TAREA SUGERIDA**

Haz los ejercicios 1 y 2 de la página 151.

E. Razones trigonométricas inversas

- Vemos las funciones trigonométricas inversas. Básicamente consisten en saber cuál es el ángulo que tiene una determinada razón, por ejemplo, ¿cuál es el ángulo cuyo seno vale 0.5? No hay un punto específico en el libro que hable de esto pero está implícito en todo el tema. Mira este vídeo, donde se explica también el uso de la calculadora para hallarlas:

<https://www.youtube.com/watch?v=xeKxbOg6Hi0>

- Repasa los puntos 4 y 5, páginas 150 y 151 del libro.
- Haz los ejercicios 20 y 21 de la página:

<http://www.aprendermatematicas.org/4esomateb06trigonometria.html>

En el primero se piden las 6 razones trigonométricas. Basta con que hagas el seno, el coseno y la tangente. En las otras tres (cosecante, secante y cotangente) no nos vamos a detener. Una vez que los hayas hecho o intentado al menos, mira las soluciones, son vídeos donde los explican con detalle.

- **TAREA SUGERIDA**

Haz los problemas 12 a) y 12 b) de la página 148 y el 19 de la página 159.

F. Resolución de triángulos

- Vamos a repasar la resolución de triángulos y algunas aplicaciones para la resolución de problemas.
- Repasa el punto 4, página 150 del libro.
- Repasa estos vídeos de resolución de triángulos rectángulos

<https://www.youtube.com/watch?v=1Udqp4SEv68>

<https://www.youtube.com/watch?v=A2fkBsRWZoY>

- Estudia el ejercicio resuelto 1 de la página 157 e intenta después reproducirlo sin mirar la solución.
- Estudia el ejercicio resuelto 2 de la página 157 e intenta después reproducirlo sin mirar la solución.
- **TAREA SUGERIDA**

Repite los ejercicios 1 y 2 de la página 157 con los datos que aparecen en la nota “Hazlo tú”, abajo a la izquierda en cada problema.

- Repasa el punto 5, página 151 del libro.
- Repasa estos vídeos de resolución de triángulos oblicuángulos

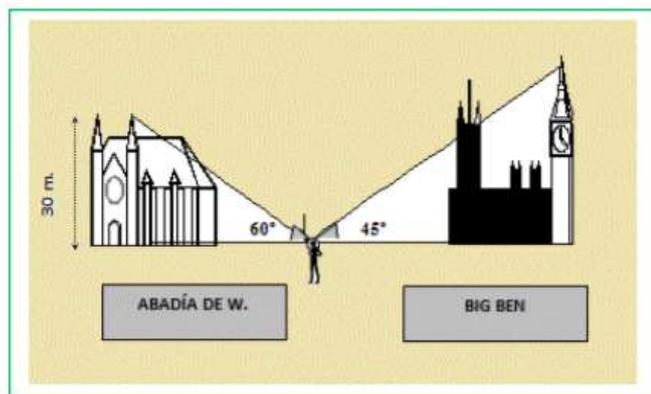
<https://www.youtube.com/watch?v=uqk9EWQRq3c>

<https://www.youtube.com/watch?v=jHQzfyYo9T4>

- Mira este ejercicio resuelto e intenta repetirlo sin mirar la solución:

✚ En un viaje de alumnos de 4º de E.S.O. a Londres, algunos de los viajeros hicieron prácticas de trigonometría. (Ya sabes, siempre hay un teodolito a mano).

Al conocer que las torres de la Abadía de Westminster tienen **30** metros de altura, decidieron aprovechar sus conocimientos para calcular la altura de la conocida torre Big Ben. Desde un punto intermedio entre ambos edificios se divide el punto más alto de la Abadía con ángulo de **60º**, y el Big Ben con un ángulo de **45º**. Si la distancia entre las bases de las torres de los dos edificios es de **50** metros, ¿cuál fue el resultado de sus cálculos?, ¿a qué distancia se encontraba de cada edificio? (Nota: Los datos son totalmente ficticios)



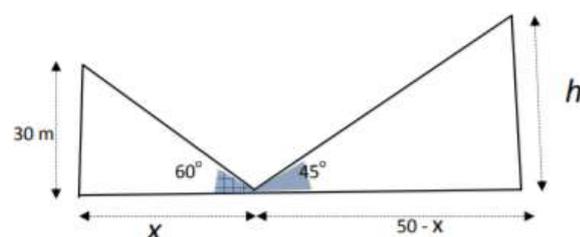
En el triángulo izquierdo determinado por la Abadía:

$$\tan 60^\circ = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{\tan 60^\circ} = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

En el triángulo que determina el Big Ben:

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{50 - 10\sqrt{3}} \Rightarrow h = (50 - 10\sqrt{3}) \cdot \tan 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 50 - 10\sqrt{3} \text{ m} \approx 32,7 \text{ m}$$



- Estudia el ejercicio resuelto 3 de la página 157 e intenta después reproducirlo sin mirar la solución.
- **TAREA SUGERIDA**

Repite el ejercicio 3 de la página 157 con los datos que aparecen en la nota "Hazlo tú", al final del problema.

G. Punto 6. Circunferencia goniométrica

- Empezamos a ver las razones trigonométricas de cualquier ángulo con la llamada "circunferencia goniométrica". Estudia el punto 6, página 152 del libro. Observa que se hace una nueva definición de seno y coseno para ángulos mayores de 90 grados.
- Mira este video donde se explica:

<https://www.youtube.com/watch?v=SWphpUFgY0k>

- **TAREA SUGERIDA**

Haz los ejercicios 1 y 2 de la página 153.

H. Punto 7

- Estudia el punto 7, página 154 del libro. Se introducen aquí los ángulos mayores de 360 grados y los ángulos negativos.
- Mira este video donde se explica cómo se reduce un ángulo mayor de 360 grados al primer giro. En él se habla de una nueva forma de medir los ángulos: el radián, que veremos a continuación, pero te puedes ir familiarizando con ella:

https://www.youtube.com/watch?v=_aRyOxWaCLK

- Mira este video donde se explica cómo se reduce un ángulo mayor de 360 grados al primer giro, y además se relacionan sus razones trigonométricas con razones de un ángulo del primer cuadrante:

<https://www.youtube.com/watch?v=5e8Auyx74tA>

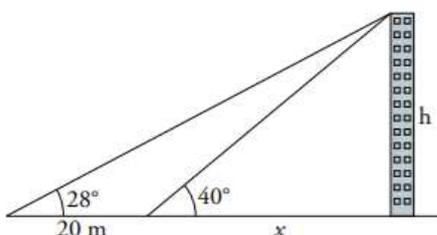
- **TAREA SUGERIDA**

Haz el ejercicio 1 de la página 154. Fíjate que dice que expreses los resultados con valores entre 180 y -180 grados.

I. Aplicaciones de la trigonometría

- Seguimos con aplicaciones de la trigonometría. Repasa otra vez los puntos 4 y 5 del libro, páginas 150 y 151
- Mira este problema e intenta hacerlo sin mirar la solución:

Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto del edificio que tengo en frente forma un ángulo de 28° con la horizontal. Si me acerco 20 m, el ángulo es de 40° . ¿Cuál es la altura del edificio?



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 28^\circ = \frac{h}{20+x} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h = \operatorname{tg} 40^\circ \cdot x \\ h = \operatorname{tg} 28^\circ \cdot (20+x) \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} 40^\circ \cdot x = \operatorname{tg} 28^\circ \cdot (20+x) \rightarrow \operatorname{tg} 40^\circ \cdot x = 20 \cdot \operatorname{tg} 28^\circ + \operatorname{tg} 28^\circ \cdot x \rightarrow$$

$$\rightarrow (\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 28^\circ) \cdot x = 20 \cdot \operatorname{tg} 28^\circ \rightarrow x = \frac{20 \cdot \operatorname{tg} 28^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 28^\circ} \rightarrow x = 34,59 \text{ m}$$

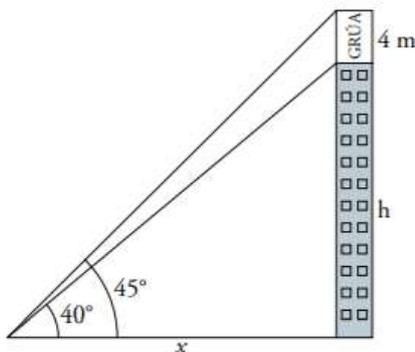
$$h = \operatorname{tg} 40^\circ \cdot x \rightarrow h = 29,02 \text{ m}$$

Por tanto, el edificio mide 29,02 m.

- **TAREA SUGERIDA**

Haz este problema:

▣ En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula la altura del edificio.



J. Punto 8. El radián

- Vemos hoy una nueva forma de medir ángulos, el radián, Estudia el punto 8 del libro, página 155. Volveremos mañana en la clase sobre los puntos 6 y 7 del libro. Repásalos también.
- Mira estos videos de teoría donde se explica quizá de forma más sencilla:

<https://www.youtube.com/watch?v=hKhnkA87Mcg>

https://www.youtube.com/watch?v=L5GNg9a_gSc

- Haz los ejercicios 1 y 2 sin mirar las soluciones de esta colección de problemas resueltos:

<https://iescomplutense.es/wp-content/uploads/2010/10/ESO-4-T07-Autoev.pdf>

- **TAREA SUGERIDA**

Haz los ejercicios 1 y 2 de la página 155 del libro.

K. Más problemas resueltos

- Dejo aquí tres colecciones de problemas resueltos. Te recomiendo que hagas algunos de las autoevaluaciones.

<http://www.iesarroyodelamiel.es/matematicas/materiales/4eso/solucionibroa/unidad13.pdf>

<https://www.matematicasonline.es/cuarto-eso/autoevaluacion/trigonometria.pdf>

<https://www.matematicasonline.es/cuarto-eso/autoevaluacion/resolucion-triangelos.pdf>