



Título: Estimando PI

Nivel educativo: Educación Secundaria Obligatoria

Materia/s: Matemáticas, Tecnología

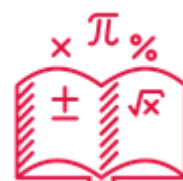
Temporalización: En cualquier trimestre

Descripción breve de la actividad

Con motivo de la llegada del 14 de marzo, se celebra el día internacional del número PI (3,14). Es por ello que esta actividad resulta especialmente interesante para realizarla en fechas cercanas a ese día. No obstante, podría realizarse en cualquier momento del curso escolar.

El número pi es una de las constantes matemáticas más fascinantes y fundamentales en el estudio de la geometría y la física. Tiene infinitas aplicaciones en nuestra vida diaria, como alguna de las siguientes:

- Definición geométrica: Representa la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. No importa el tamaño del círculo, si divides su perímetro por su diámetro, el resultado siempre será el mismo
- Valor y naturaleza: Es un número irracional, lo que significa que sus decimales son infinitos y no siguen un patrón periódico. Aunque solemos usar 3.1416 para cálculos rápidos, su valor real continúa eternamente.
- Ubicuidad: Aunque nace de los círculos, aparece en campos sorprendentes como la genética (estructura del ADN), la astrofísica (relatividad de Einstein) y la tecnología cotidiana como el GPS.

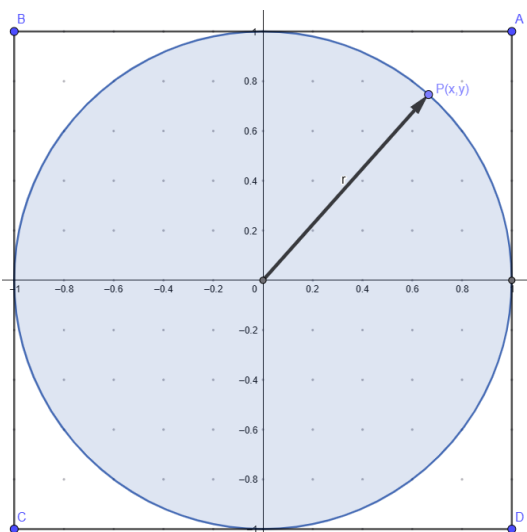




En esta actividad realizaremos la estimación del valor numérico de π a partir del método de Montecarlo.

Se trata de una sencilla relación entre el área de un cuadrado y un círculo inscrito dentro de él.

Si utilizamos unos ejes de coordenadas y dibujamos un cuadrado de vértices A (1,1), B(-1,1), C(-1,-1) y D(1,-1) e inscribimos un círculo de radio 1 y centro en el origen de coordenadas, nos quedará un dibujo como el siguiente:



Si tomamos r como el radio del círculo podremos obtener el área del mismo y del cuadrado:

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2$$

Dado que el lado del cuadrado es el doble del radio del círculo, su área será:

$$A_{\text{cuadrado}} = 2r \cdot 2r = 4r^2$$

Haciendo la relación entre ambas áreas, deduciremos el valor de π .

$$\frac{A_{\text{círculo}}}{A_{\text{cuadrado}}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \pi = 4 \cdot \frac{A_{\text{círculo}}}{A_{\text{cuadrado}}}$$

Por lo tanto, teniendo esta relación de áreas para obtener π , podemos hacer el siguiente razonamiento: si dibujamos (o lanzamos) un número suficientemente alto de puntos dentro del cuadrado, la probabilidad de caer dentro del círculo será proporcional a su área, mientras que el número total de puntos será el número total de lanzamientos.



En resumen, fijando un total de unos 2000 lanzamientos, la relación de áreas entre el círculo y el cuadrado será igual a la probabilidad de que un número determinado de puntos haya caído dentro del círculo.

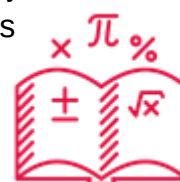
$$\frac{A_{\text{círculo}}}{A_{\text{cuadrado}}} = \frac{P_{\text{dentro}}}{P_{\text{totales}}}$$

Siendo la variable P_{dentro} el número de puntos que han caído dentro del círculo y P_{totales} el número de puntos que en total han sido lanzados.

Por lo tanto, la estimación del número π quedará de la siguiente manera.

$$\pi = 4 \cdot \frac{P_{\text{dentro}}}{P_{\text{totales}}}$$

Esta actividad consistirá en la programación de la placa micro:bit para que la estimación del número π se lleve a cabo a través de esta operación y la muestra de su resultado se haga automáticamente cuando pulsemos el botón A de la placa.



Objetivos

El objetivo de esta prueba es fomentar el desarrollo del pensamiento computacional, la programación así como el razonamiento lógico y matemático.

En una prueba como esta se pueden mezclar conceptos de matemáticas como la geometría y la probabilidad, así como el uso de herramientas de programación y su volcado en la placa física micro:bit.



Objetivos

Competencias clave a desarrollar:

Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM).

Competencia digital

Pasos a seguir



1. Como punto de partida se puede proceder a realizar la explicación matemática que vincula el número π con la relación de áreas entre un cuadrado y un círculo inscrito dentro de él. Esta explicación corresponde con el primer bloque mostrado en esta memoria.
2. Añadiremos que para comprobar si un punto está dentro o fuera del círculo bastará con comprobar si su distancia al origen de coordenadas es igual o inferior a 1. Eso se puede obtener analizando el módulo del vector que une dicho punto obtenido con el origen de coordenadas.

Asumiendo que el punto P tiene como coordenadas (x,y), podremos hallar su distancia al origen de coordenadas mediante la siguiente fórmula:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Cuando esa distancia sea igual o inferior a 1, consideraremos que el punto está dentro del círculo. Simplificando lo anterior:

$$1 \geq \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 1 \geq x^2 + y^2$$



Pasos a seguir

3. Para comenzar, definiremos 7 variables detalladas a continuación.



Dentro: contará el número de puntos que hay dentro del círculo

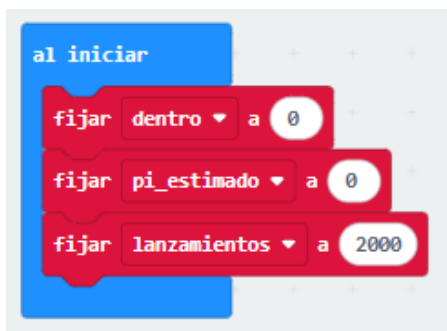
Lanzamientos: lo inicializaremos a 2000 para tener una muestra suficientemente grande.

x - y: serán dos variables aleatorias que tomarán valores entre -100 y +100.

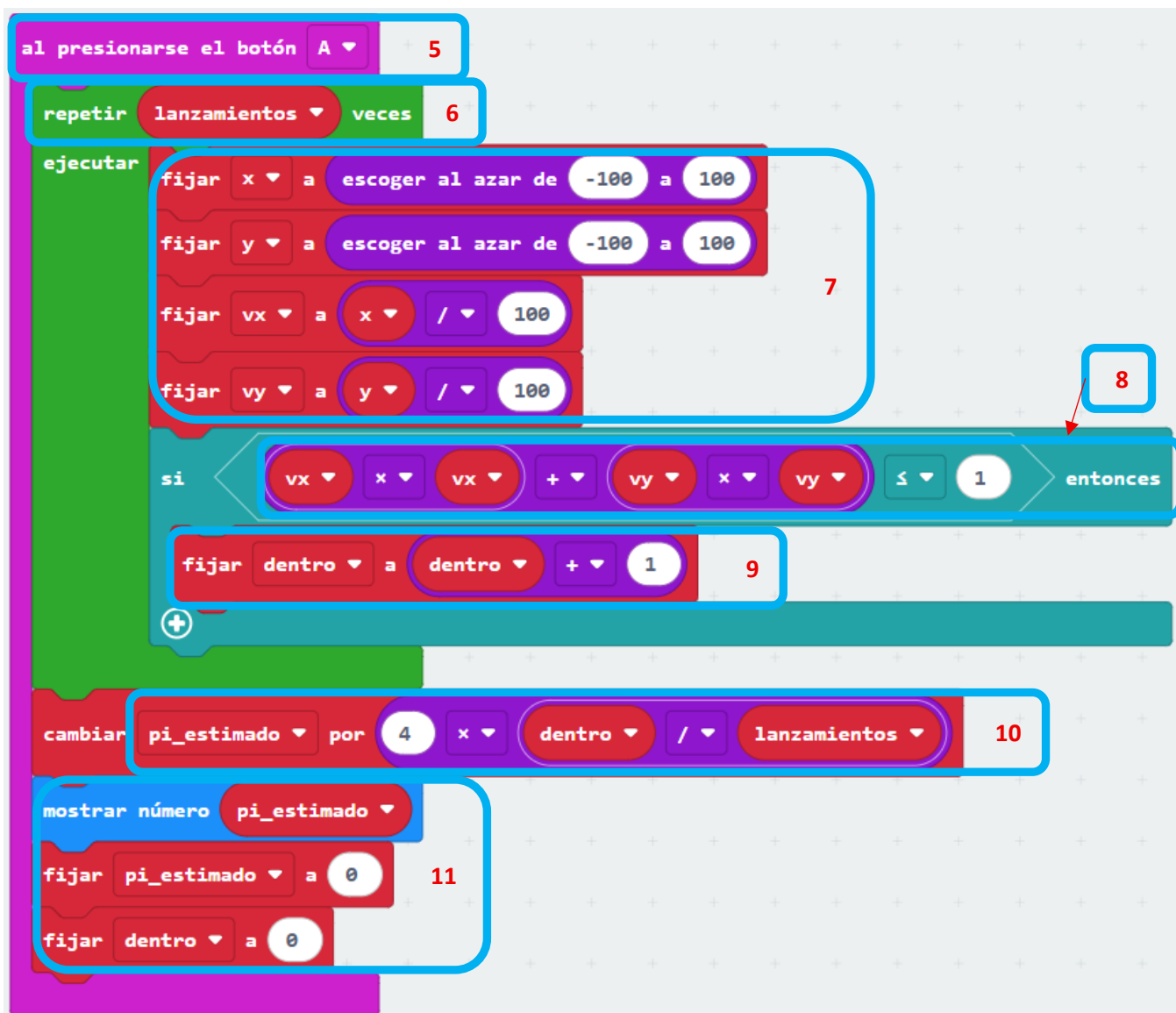
vx - vy: serán los valores de x e y que definimos entre -1 y 1 para realizar los cálculos anteriores.

Esto se hace así porque micro:bit no genera aleatoriamente números decimales y, en este ejercicio, estamos buscando generar números aleatorios entre -1 y 1. Por lo tanto, se generan entre -100 y 100 para luego dividirlos entre 100 y el resultado de vx – vy será definido entre -1 y 1.

4. Inicializamos las variables



Al arrancar la micro:bit arrancamos con las variables dentro y pi_estimado a 0 mientras que el número de lanzamientos lo fijamos en 2000.



5. Seleccionamos el bloque “Al pulsar el botón A”
6. Se selecciona el bloque “Repetir ... veces”
7. Con el bloque “fijar” generamos los aleatorios x e y para luego obtener los valores de x (vx) y los valores de y (vy) entre -1 y 1.





8. Con el bloque “si ... entonces” hacemos la comprobación del apartado 2

$$1 \geq x^2 + y^2$$

Para ello utilizaremos el bloque de matemáticas y hacer las operaciones de elevar al cuadrado y la suma.

9. Incrementamos el valor de la variable dentro en una unidad en caso de que cumpla la condición
10. Calculamos el valor de π utilizando el bloque de matemáticas para realizar la operación:

$$\pi = 4 \cdot \frac{\text{dentro}}{\text{lanzamientos}}$$

11. Por último, se muestra el número π calculado y se reinician las variables para que cuando se vuelva a pulsar el botón A, todos los cálculos se vuelvan a realizar y las variables están reiniciadas.



Sugerencias

Es recomendable que antes de comenzar esta actividad dar un breve repaso de nociones básicas de geometría y probabilidad.

Al menos el cálculo del área del cuadrado y el círculo y un breve recordatorio de la Regla de Laplace en probabilidad.





Recursos

- **Personales:** Profesorado
- **Materiales:** Ordenadores, placas micro:bit, cuaderno, bolígrafos/lápices.



Espacios: Aula de informática o aula con ordenadores

Tipo de actividad: Proyecto tecnológico-científico.



Evaluación

Criterios de Evaluación	4 Excelente	3 Satisfactorio	2 Mejorable	1 Insuficiente
Comprensión matemática del método de Montecarlo	Explica con claridad la relación entre áreas del cuadrado y el círculo, interpreta correctamente la fórmula $x^2 + y^2 \leq 1$ comprende por qué el cociente aproxima π .	Comprende la idea general y aplica correctamente la relación matemática, aunque con alguna imprecisión menor.	Muestra comprensión parcial del razonamiento matemático; necesita ayuda para interpretar la relación geométrica o la fórmula.	No comprende el fundamento matemático del método de Montecarlo ni puede explicar la relación entre el experimento y π .
Programación en micro:bit	Crea correctamente el programa usando variables, generación de números aleatorios, condicionales y bucles; el cálculo de π funciona sin errores.	Programa funcional con pequeños fallos o partes mejorables, pero realiza adecuadamente la secuencia general.	El programa contiene errores importantes o incompletos; necesita apoyo frecuente para estructurar la lógica.	No consigue generar un programa funcional ni comprende la estructura básica del código.
Registro, análisis e interpretación del resultado	Interpreta el valor obtenido de π , compara con el valor real y reflexiona sobre el margen de error y el número de lanzamientos.	Interpreta el valor aproximado y reconoce el error, aunque con análisis limitado.	Muestra dificultades para interpretar resultados o para comprender por qué aparecen diferencias.	No realiza análisis del valor obtenido ni entiende la relación entre la simulación y el resultado.





Pensamiento computacional



A elegir las que consideréis oportuno:

Lógica (predicción y análisis): utilizar el razonamiento para hacer predicciones, resolver problemas y tomar decisiones basadas en la información disponible.

Algoritmos (pasos y reglas): seguir una serie de pasos o instrucciones bien definidas para resolver un problema o completar una tarea.

Descomposición (dividir en partes): dividir un problema grande en partes más pequeñas y manejables, que son más fáciles de entender y resolver.

Patrones (detectar y usar similitudes): identificar similitudes o patrones en problemas o datos, lo que facilita encontrar soluciones más rápidas y eficientes.

Abstracción (eliminar detalles innecesarios): Simplificar un problema eliminando detalles que no son importantes, para enfocarse en lo que es relevante y esencial.

Autoría

Esta actividad ha sido realizada por **Ángel Ballesteros Bravo** y **David Castro Chica**, en el marco del **Programa Código Escuela 4.0 _Madrid**.