SOLUCIONES EJERCICIOS (11-21) DE CINEMÁTICA MARZO 2020

11

$v_0 = 108\ km/h = 30\ m/s$
$v_f = 0$ (Tiene que parar) } MRVA
$a = -4\ m/s^2$
$x_0 = 0$
x ¿? → Nos piden en qué espacio mínimo podrá parar → Nos preguntan por la posición respecto la inicial

FÓRMULAS MRVA

$$\boxed{\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \\ x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \end{aligned}}$$

→ Con estos datos elegimos la segunda ecuación.

$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \rightarrow 0 = 30^2 + 2 \cdot (-4) \cdot (x - 0) \rightarrow$

$\rightarrow 0 = 900 - 8x \rightarrow \boxed{x = 112'5\ m}$

En esta posición logra pararse.

t ¿¿ → Utilizamos la 1ª ecuación:

$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 30 + (-4)t. \rightarrow t = \frac{-30}{-4} = \boxed{7'5\ s}$

Es el tiempo que tarda en parar.

12

$v_0 = 0$ (Parte del reposo)
$v = 360\ km/h = 100\ m/s$
$t = 25\ s$

Formulas MRVA

$$\boxed{\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \\ x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \end{aligned}}$$

a) a ¿¿

Con estos datos elegimos la primera ecuación:

$v = v_0 + at \rightarrow 100 = 0 + a \cdot 25 \rightarrow t = \frac{100}{25} = \boxed{4s \text{ necesita}}$

b) Ecuación velocidad → $v = v_0 + at \rightarrow v_0 = 0 \Rightarrow \boxed{v = 4 \cdot t}$ → En función de t

Ecuación posición → $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x_0 = 0,\ v_0 = 0$

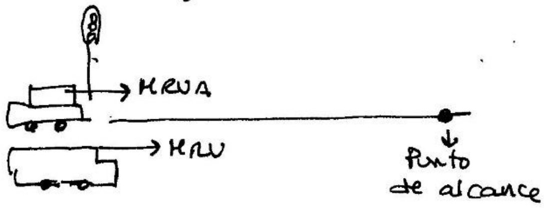
$\rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 4t^2 = \boxed{2t^2 = x}$ → En función de t

13 **OJO** → Es un ejemplo de persecución o alcance, en el que un móvil tiene MRU y el otro móvil MRVA

Ponemos los datos por separado:

AUTOMÓVIL $\left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \text{ (Está parado en el semáforo)} \\ a = 0{,}15\ m/s^2 \quad t \end{array} \right\} \to$ MRVA

CAMIÓN $\left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ v = 35\ Km/h = 9{,}72\ m/s \text{ (constante)} \\ t \end{array} \right\}$ MRU



El tiempo en el que se estudia el alcance es el mismo para los dos

Como en los anteriores ejercicios de alcances, la clave es saber que cuando se alcanzan están en la misma posición, y en este caso, t es igual para ambos

AUTOMÓVIL → MRVA → $x = x_0 + v_0 \cdot t + 1/2\, at^2 \to x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} 0{,}15 \cdot t^2$

$\to \boxed{x_A = 0{,}075t^2}$

CAMIÓN → MRU → $x = x_0 + vt \to \boxed{x_{CAM} = 0 + 9{,}72 \cdot t}$

Como cuando se encuentran, están en el mismo sitio

$$\boxed{x_{AUTOMÓVIL} = x_{CAMIÓN}}$$

$\Rightarrow \boxed{0{,}075\, t^2 = 9{,}72\, t} \to$ Resolvemos la ecuación: $\boxed{0{,}075t^2 - 9{,}72t = 0}$

$\to (0{,}075\, t - 9{,}72)\, t = 0$ → $\boxed{t = 0}$

→ $0{,}075\, t - 9{,}72 = 0 \to t = \frac{9{,}72}{0{,}075} = \boxed{129{,}6\ s}$ → En este tiempo alcanza el coche al camión

Para saber la posición, basta con sustituir t en cualquier ecuación de la posición, cogemos la del camión, que es más sencilla → $x = 9{,}72 \cdot t = 9{,}72 \cdot 129{,}6 = \boxed{1259'7\ m = x}$

En esta posición con respecto al semáforo da alcance el coche al camión

(14)

PRIMER EJEMPLO DE MOVIMIENTO BAJO LA ACCIÓN DE LA GRAVEDAD

Importante **SIGNOS**

$y_0 = 175\ m$ (Ponemos y porque es en eje vertical)

$y_F = 0$ (Llega al suelo → **Importante!!**

$v_0 = 0$ (se deja caer → **Importante!!**

$a = g = -9{,}8\ m/s$ → Recordad g siempre (−), actúa hacia abajo

t?, v?

MRUA

$$\boxed{\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \\ y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \end{array}}$$

Podemos hacerlo de varias formas → Utilizando la 2ª o 3ª ecuación

$$\rightarrow y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 175 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-9{,}8) \cdot t^2$$

→ Podemos aplicar esta porque $v_0 = 0$, si no, nos quedaría ecuación de 2º grado y se nos complicaría el cálculo.

$$\rightarrow 0 = 175 - 4{,}9\, t^2$$

$$\rightarrow t = \sqrt{\frac{-175}{-4{,}9}} = \boxed{5{,}98\ s \text{ tarda en caer al suelo}}$$

Ahora, para calcular v con la que llega al suelo, basta con sustituir en la 1ª ecuación.

$v = v_0 + at \rightarrow v = 0 - 9{,}8 \cdot 5{,}98 = \boxed{-58{,}6\ m/s}$ → Es la velocidad con la que impacta contra el suelo

Es (−) porque está yendo hacia abajo!!

Ahora nos dicen que repitamos el problema considerando no que cae, sino que lo lanzamos hacia abajo con una velocidad de 10 m/s.

→ Como es hacia abajo → $v_0 = -10\ m/s$ (↓)

$y_0 = 175\ m$

$y_f = 0$ (suelo

$a = g = -9,8\ m/s^2$

Como ahora v_0 no es 0, es preferible utilizar la segunda ecuación escrita de MRUA, para evitar ecuaciones de 2º grado. → $v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$

$$v^2 = (-10)^2 + 2(-9,8)(0 - 175) \rightarrow$$

$$v^2 = 100 - 19'6(-175) \rightarrow v^2 = 100 + 3,43 \cdot 10^3$$

$$v = \pm\sqrt{3,53 \cdot 10^3} = \pm 59,41$$ → Cogemos $\boxed{-59,41\ m/s}$

Porque se dirige hacia abajo (↓)

Para calcular el tiempo → $v = v_0 + at$

$$\rightarrow -59,41 = -10 - 9,8 \cdot t \rightarrow t = \frac{-59,41 + 10}{-9,8} =$$

= $\boxed{5,04\ s}$ tardaría en llegar en este caso

(15) Movimiento hacia arriba (Ojo !!)

$y_0 = 0$ (desde el suelo)

$y = 20\ m$ (Es la altura que queremos alcanzar)

$v = 0$ → **CLAVE** → Cuando alcanza la máxima altura se para

$a = g = -9,8\ m/s^2$

V_0 ? → Velocidad con la que hay que lanzarlo ?

Fórmulas

$$\boxed{\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \\ y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{array}}$$

Con estos datos, elegimos la segunda ecuación:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0)$$

$$0 = v_0^2 + 2\cdot(-9{,}8)\cdot(20 - 0) \rightarrow 0 = v_0^2 - 392$$

Cuando llega arriba, justo se para

$$\rightarrow v = \pm\sqrt{392} = \pm 19{,}79\,m/s$$

Elegimos $\boxed{+19{,}79\,m/s}$ porque lo lanzamos hacia arriba ($\uparrow$)

t? → Elegimos la primera ecuación

$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 19{,}79 - 9{,}8t$$

$$t = \frac{-19{,}79}{-9{,}8} = \boxed{2{,}02\,s \text{ tarda en alcanzar dicha altura}}$$

16

$v_0 = 6\,m/s$ (⊕ → Porque se lanza hacia arriba ↑)

Elegimos $y_0 = 0$ → Puente → Esto es importante, se pueden elegir otros puntos de referencia, pero creo que el más lógico es el puente, cuando empieza el movimiento.

a) y (máxima altura)??

Cuando llega a la máxima altura, sabemos que se para $v = 0$. Recopilamos datos:

$v_0 = 6\,m/s$

$v = 0$

$y_0 = 0$

y?

$a = g = -9{,}8\,m/s^2$

Fórmulas MRUA

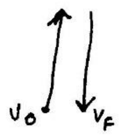
$$\boxed{\begin{aligned} &v = v_0 + at \\ &v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0) \\ &y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \end{aligned}}$$

Elegimos la segunda ecuación:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0) \rightarrow 0 = 6^2 + 2\cdot(-9{,}8)\,(y - 0)$$

$$\rightarrow 0 = 36 - 19{,}6y \rightarrow y = \frac{-36}{-19{,}6} = \boxed{18{,}37\,m} \rightarrow \boxed{\text{A esta altura llega}}$$

NOTA → Importante, un objeto tarda lo mismo en subir a una altura que en volver a la posición inicial cuando cae, y además, llega al suelo con la misma velocidad con la que se ha lanzado

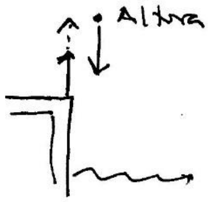


Igual tiempo es subir que en bajar.
$v_0 = v_F$

Vamos a calcular tiempo en subir.

$v = v_0 + at \rightarrow 0 = 6 - 9{,}8 \cdot t \rightarrow t = \frac{-6}{-9{,}8} = \boxed{0{,}61\,s}$ tarda en subir

→ En subir y bajar para poder llegar otra vez a esa posición → $t_{SUBIR\ Y\ BAJAR} = 2 \cdot 0{,}61 =$



$= \boxed{1{,}22\,s}$ → Hasta que vuelve a pasar por el puente.

c) **OJO!** Muy importante

$t_{TOTAL} = 1{,}94\ s$ (Desde que se lanza hasta que choca contra el agua → Muy importante → El momento inicial es en el puente y el final es en el agua y en ese intervalo sube y baja → **NOS DA IGUAL LO QUE PASE ENTRE MEDIAS, EN NUESTRA FÓRMULA SOLO NOS IMPORTA SITUACIÓN INICIAL Y FINAL**.

$v_0 = 6\ m/s$

$y_0 = 0$

y_F ?

$a = g = -9{,}8\ m/s$

Utilizamos la fórmula $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\rightarrow y = 0 + 6 \cdot 1{,}94 + \frac{1}{2}(-9{,}8) \cdot 1{,}94^2 =$

$= 11{,}64 - 4{,}9 \cdot 3{,}76 = \boxed{-6{,}8\ m}$ → Posición del agua
→ Es $-$ porque está por debajo del puente.

⇒ Entre el agua y el puente hay una altura de 6,8 m.

d) v al entrar al agua ??

$v = v_0 + at \rightarrow v = 6 - 9{,}8 \cdot 1{,}94 = \boxed{-13{,}01\ m/s}$ → Porque va hacia abajo (↓)

No nos importa lo que pasa entre medias ⇒ Momento inicial y momento final, y en ello tarda 1,94 s

17

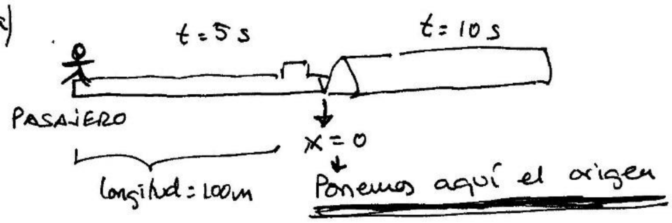
longitud del tren = 100 m

Pasajero $t_1 = 5\ s$ (desde que oye la bocina hasta que entra al túnel)

$t_2 = 10\ s$ (tiempo en atravesar el túnel)

⇒ $t_{TOTAL} = 15\ s$ → MRU → La velocidad del tren no cambia.

a)



a) ⇒ Como el pasajero está al final del tren ⇒

⇒ $\boxed{X\ (\text{pasajero}) = -100\ m}$

b) longitud del túnel → Realmente tenemos que calcular la posición final, pero antes tenemos que saber la velocidad → Estudiamos el primer trayecto

→ Desde que oye la bocina hasta que entra en el túnel

⇒ $x_0 = -100\ m$ → MRU → $x = x_0 + vt \rightarrow 0 = -100 + v \cdot 5$

$x = 0$ → $v = \frac{100}{5} = \boxed{20\ m/s}$ → Es la velocidad del tren

$t = 5\ s$

Ahora hay que calcular la longitud del tunel :

Cogemos el segundo tramo → Desde que entra en el tunel hasta que sale →

$x_0 = 0$
$x = ?$
$t = 10 s$
$v = 20 m/s$

No cambia la velocidad

MRU → $\boxed{x = x_0 + v t}$

→ $x = 0 + 20 \cdot 10 = 200$ m → Es la longitud del túnel

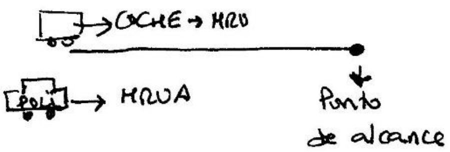
(18) **OTRO DE PERSECUCIONES O ALCANCES**, un móvil tiene MRUA (policía) y otro (conductor) MRU. Ponemos los datos por separado :

Conductor
$x_0 = 0$ (cruce escolar)
$v = 15 m/s$
t

MRU → $x = x_0 + v t$

Policía
$x_0 = 0$ (cruce escolar)
$v_0 = 0$ (está parado)
$a: 3 m/s^2$
t

→ MRUA
$x = x_0 + v_0 t + 1/2 a t^2$



El tiempo en el que se estudia el alcance es el mismo para los dos.

Como siempre en estos ejercicios de alcances, la clave es saber que cuando se alcanzan están en la misma posición, y en este caso, el tiempo es el mismo para ambos.

COCHE → MRU → $x = x_0 + vt$ → $\boxed{x = 0 + 15 \cdot t}$

POLICÍA → MRUA → $x = x_0 + v_0t + 1/2\, at^2$ → $\boxed{x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} 3 \cdot t^2}$

Cuando se encuentran, están en el mismo sitio

$$x_{COCHE} = x_{POLICÍA}$$

$$15t = 1{,}5 \cdot t^2 \rightarrow \boxed{1{,}5t^2 - 15t = 0} \longrightarrow$$

$$\rightarrow (1{,}5t - 15)t = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \\ 1{,}5t - 15 = 0 \rightarrow t = \frac{15}{1{,}5} = \boxed{10\ s} \end{cases}$$

Es lo que tarda la policía en alcanzar al coche infractor.

¿Dónde? → x ?

Para saber la posición del alcance, basta con sustituir t en cualquiera de las ecuaciones de x.

$$\rightarrow x_{COCHE} = 15 \cdot t = 15 \cdot 10 = \boxed{150\ m}$$

→ A esta distancia del cruce alcanza la policía al infractor.

19 $v_0 = 2\,m/s$ (sube) → Es la velocidad que tiene el paquete cuando se suelta, **OJO**, no se suelta desde el reposo → Importante, el paquete está dentro del globo y sube con él.

$y_0 = 60\,m$

$y = 0$ (Suelo)

$a = g = -9{,}8\,m/s^2$

Fórmulas

$$\boxed{\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(y_F - y_0) \\ y &= y_0 + v_0t + 1/2\, at^2 \end{aligned}}$$

a) t ?

Si escogemos la ecuación 3, queda una ecuación de 2º grado → Nos complicamos

→ Utilizamos la 2 para sacar v y luego sustituir en la 1ª ecuación

$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) \rightarrow v^2 = 2^2 + 2 \cdot (-9'8)(0 - 60)$

$\rightarrow v^2 = 4 + 1176 \rightarrow v = \pm\sqrt{1180} = \pm 34,35\ m/s \rightarrow$ Elegimos $\ominus 34,35\ m/s$ porque va hacia abajo ($\downarrow$)

Ahora sustituimos en la ecuación $\underline{1}$ para calcular el tiempo

$v = v_0 + at \rightarrow -34,35 = 2 - 9,8t \rightarrow -36,35 = -9,8t$

$\rightarrow t = \frac{-36,35}{-9,8} = \boxed{3,71\ s} \rightarrow$ Es lo que tarda en llegar al suelo

b) Ya resuelto $\rightarrow v = -34,35\ m/s$

c) Nos piden posición del globo cuando el paquete llega al suelo, el globo sigue subiendo con velocidad constante $v = 2\ m/s$, el tiempo que hay que considerar es el que tarda el paquete en caer $\rightarrow \boxed{t = 3,71\ s}$

$\rightarrow$ Globo $\rightarrow$ MRU $\rightarrow y = y_0 + vt \rightarrow y = 60 + 2 \cdot 3,71 \rightarrow$

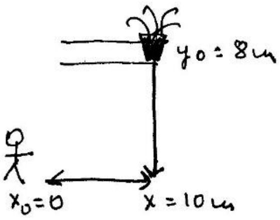
$\rightarrow \boxed{y = 67'42\ m} \rightarrow$ A esta altura estará

(20) **OJO** $\rightarrow$ Maceta $\rightarrow$ MRUA (Caída libre) (Eje Y $\rightarrow$ Vertical)

Persona $\rightarrow$ MRU (Eje X $\rightarrow$ Horizontal)

Maceta $\begin{cases} y_0 = 8\ m \\ y_F = 0 \text{ (Suelo)} \\ v_0 = 0 \text{ (Reposo)} \\ a = g = -9,8\ m/s^2 \end{cases}$

Peatón $\begin{cases} x_0 = 0 \\ x = 10\ m \text{ (distancia a la que caerá la maceta)} \\ v = ? \end{cases}$



Habrá que calcular el tiempo que tarda en caer la maceta, y luego utilizar ese tiempo para el peatón

Fórmulas MRUA

$$\boxed{\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0) \\ y = y_0 + v_0 t + 1/_2\, a t^2 \end{array}}$$

Para calcular el tiempo que tarda la maceta en caer, como parte del reposo $\rightarrow \underline{v_0 = 0}$ podemos usar la última ecuación, ya que nos quedará una ecuación de segundo en grado, pero sin término en t, más sencilla $\rightarrow y = y_0 + v_0 t + 1/_2\, a t^2 \rightarrow 0 = 8 + 0 + \frac{1}{2}(-9{,}8)t^2$

$$\rightarrow 0 = 8 - 4{,}9t^2 \rightarrow t = \pm\sqrt{\frac{-8}{-4{,}9}} = \pm\sqrt{1{,}63} = \boxed{\pm 1{,}28\,s}$$

El tiempo **NUNCA** puede ser $\ominus$

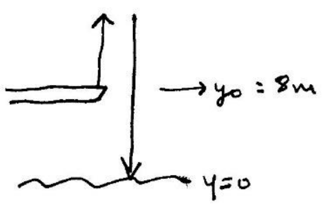
$\rightarrow \boxed{t = 1{,}28\,s} \rightarrow$ Tarda la maceta en caer.

$\rightarrow$ Ahora calculamos la velocidad que debe tener el peatón para evitar que impacte contra el suelo en ese tiempo $\rightarrow$ Peatón $\rightarrow$ MRU $\rightarrow x = x_0 + v \cdot t$

$$10 = 0 + v \cdot 1{,}28 \rightarrow v = \frac{10}{1{,}28} = \boxed{7{,}81\,m/s}$$

Debe tener una velocidad superior a esta para evitar que la maceta se rompa.

21



Sube y luego baja

velocidad con la que llega al agua

Fórmulas:

$$\boxed{\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a\,(y - y_0) \\ y = y_0 + v_0 t + 1/_2\, a t^2 \end{array}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 = 8\,m \\ y = 0 \text{ (agua)} \\ v_0 = 3\,m/s \text{ } (\oplus \text{ hacia arriba}) \\ a = g = -9{,}8\,m/s^2 \end{array} \right.$$

Utilizamos la segunda ecuación, acorde a los datos que tenemos: $v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$

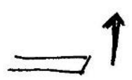
$$v^2 = 3^2 + 2\cdot(-9,8)(0 - 8)$$

$$v^2 = 9 + 156'8 \rightarrow v = \pm\sqrt{165,8} = \pm 12,88 \text{ m/s}$$

Como va hacia abajo $\rightarrow \ominus \rightarrow \boxed{v = -12,88 \text{ m/s}}$

Hasta qué altura sube ??

Ahora sólo vamos a considerar el movimiento de subida



Sabemos que la altura máxima se alcanza cuando se para $\rightarrow v = 0$

$$\rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a(y_{max} - y_0)$$

$$0 = 3^2 + 2\cdot(-9,8)(y_{max} - 8)$$

$$0 = 9 - 19,6\,y_{max} + 156'8$$

$$0 = 165'8 - 19,6\,y_{max}$$

$$y_{max} = \frac{-165'8}{-19,6} = \boxed{8,46 \text{ m es la máxima altura a la que llega}}$$