

EXAMEN DE GRADO MEDIO  
MAYO 2018  
COMUNIDAD DE MADRID  
MATEMÁTICAS

**Pelayo Palacio Pérez**

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 1

## EJERCICIO 1

Se pregunta a un grupo de once personas el número de veces que han asistido al cine en el último mes, obteniéndose los siguientes resultados: 4, 2, 0, 0, 4, 2, 3, 4, 5, 1, 1.

- Calcule la media aritmética (**0,75 puntos**).
- Calcule la moda y la mediana (**0,5 punto**).
- Si regalan una entrada gratis a los que hayan asistido como mínimo 4 veces en el último mes, calcule el porcentaje de personas que recibirán la entrada gratuita. (Aproxime el resultado con dos cifras decimales) (**0,5 puntos**).

## a) Calcule la media aritmética.

Para calcular la media podemos seguir dos caminos:

- 1) Sumar todos los datos y dividir entre 11 (no recomendado en general).
- 2) Usar la fórmula  $\bar{x} = \frac{\sum_i x_i \cdot F_i}{N}$ , que viene a decir que podemos multiplicar cada valor por su frecuencia absoluta (las veces que aparece dicho valor), luego sumarlos y dividir entre el total de datos. En este caso particular tendremos:

- $\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 1}{11} = \frac{26}{11} = 2,363636 \dots \approx 2,36$
- Solución: la media es 2,36.

## b) Calcule la moda y la mediana.

La mediana es el valor central de la distribución una vez ordenados los datos y la moda es el valor o valores que más se repiten.

- Miramos los valores que más se repiten y nos quedamos con el mayor. En este caso tenemos dos "0", dos "1", dos "2", un "3", tres "4" y un "5". El valor que más se repite es el "4", así pues:
- Solución: la moda de la distribución es 4.
- Para el cálculo de la mediana en el caso de que el número de valores sea impar (como es el caso aquí porque tenemos 11), la mediana será el valor que deja tanto a derecha como izquierda el mismo número de elementos. Obtenemos ese valor mirando el que ocupa la posición  $6^a$  ( $11:2=5,5 \implies$  hay que dejar 5 a derecha e izquierda  $\implies$  nuestro valor es el  $6^a$ ). Así pues, la mediana será: "2"
- Solución: la mediana de la distribución es 2.

c) Si regalan una entrada gratis a los que hayan asistido como mínimo 4 veces en el último mes, calcule el porcentaje de personas que recibirán la entrada gratuita. (Aproxime el resultado con dos cifras decimales).

Los viajeros que han asistido como mínimo 4 veces son aquellos que lo han hecho 4 o 5 veces.

- Usamos la definición de porcentaje: % de personas con 4 o más asistencias,

$$\begin{aligned} \% &= \frac{\text{personas con 4 asistencias} + \text{personas con 5 asistencias}}{\text{total de viajeros}} = \\ &= \frac{3 + 1}{11} = 0,363636 \dots \approx 36,36 \% \end{aligned}$$

- Solución: el porcentaje de personas con una entrada gratis será del 36,36 %.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 2

## EJERCICIO 2

El departamento de extraescolares quiere organizar un viaje para los alumnos del instituto y necesita contratar un autobús. Para ello ha pedido dos presupuestos a la empresa de autobuses.

Presupuesto A: 500 € por el autobús más 5 € por cada alumno.

Presupuesto B: 450 € por el autobús más 6 € por cada alumno.

- Escriba la expresión matemática que permite que permite calcular el importe del viaje= $y$  en función del número de alumnos= $x$  para cada uno de los presupuestos (**1 punto**).
- Si solo van 15 alumnos, calcule el coste de la excursión en ambos presupuestos (**0,5 puntos**).
- Calcule de forma razonada el número de alumnos que deben ir como mínimo a la excursión para que sea más rentable el presupuesto A (**1 punto**).

a) Escriba la expresión matemática que permite que permite calcular el importe del viaje= $y$  en función del número de alumnos= $x$  para cada uno de los presupuestos.

En este apartado se nos pide calcular la función que relaciona ambas cantidades. El mismo enunciado nos dice cuál va a ser la variable independiente ( $x$ =nº de alumnos) y la variable dependiente ( $y$ =importe del viaje). Teniendo en cuenta las relaciones indicadas anteriormente:

- Opción A:  $y = f(x) = 500 + 5 \cdot x$
- Opción B:  $y = g(x) = 450 + 6 \cdot x$
  
- **Solución:** para la opción A la expresión es:  $y = 500 + 5x$  y para la opción B es:  $y = 450 + 6x$

b) Si solo van 15 alumnos, calcule el coste de la excursión en ambos presupuestos.

Conseguiremos lo que nos piden sin más que evaluar para  $x = 15$

- Opción A:  $f(15) = 500 + 5 \cdot 15 = 575$
- Opción B:  $g(15) = 450 + 6 \cdot 15 = 540$
  
- **Solución:** el coste con la opción A es de 575 € y con la opción B es de 540 €.

c) Calcule de forma razonada el número de alumnos que deben ir como mínimo a la excursión para que sea más rentable el presupuesto A.

Es claro que la opción B sale más rentable para pocos alumnos (en el apartado anterior hemos visto un caso particular) pues empezamos con menos dinero fijo para el alquiler (450 € en vez de 500 €).

Sin embargo, como el precio por alumno es menor en la opción A ocurre que, a la larga, la opción A saldrá más barata.

Para saber en qué momento se produce el cambio habrá que ver en qué momento ambos presupuestos son iguales y, a partir de ahí, la opción A saldrá más barata pues son rectas crecientes y a partir del punto de cruce la opción B saldrá más cara.

- Resolvemos:  $500 + 5 \cdot x = 450 + 6 \cdot x$

$$500 - 450 = 6x - 5x$$

$$x = 50$$

- Solución:** la opción A saldrá más rentable a partir de 51 alumnos.

*Nota:* con 50 alumnos exactos ambas valen lo mismo. En el apartado se pide que la opción A sea más rentable.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 3

### EJERCICIO 3

Tres amigos compran un lote de 12 piezas iguales por 600 €. El primero se queda con 3 piezas, el segundo con 5 piezas y el tercero con 4 piezas. Calcule cuánto debería de pagar cada uno de los amigos si la cantidad abonada es directamente proporcional al número de piezas compradas (**1,25 puntos**).

Calcule el precio que ha pagado por cada objeto.

Este es un problema de repartos proporcionales directos. La idea es repartir el dinero de forma proporcional a todas las piezas (las 12 que han comprado) y después a cada amigo le corresponderá pagar esa cantidad multiplicada por el número de piezas con las que se queda. Hecha esta aclaración:

- Dinero por pieza =  $\frac{600}{12} = 50 \text{ €}$

El que se lleva 3 piezas pagará:  $50 \cdot 3 = 150$

El que se lleva 5 piezas pagará:  $50 \cdot 5 = 250$

El que se lleva 4 piezas pagará:  $50 \cdot 4 = 200$

- Solución: el primero pagará 150 €, el segundo 250 € y el tercero 200 €.

*Nota*: obsérvese que  $150+250+200=600$ , que es la cantidad total.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 4

## EJERCICIO 4

En unos grandes almacenes se han realizado dos tipos de ofertas en la venta de un paquete de arroz.

Oferta A: La segunda unidad al 50% (me llevo dos unidades pero de la segunda solo pago la mitad).

Oferta B:  $3 \times 2$  (me llevo tres unidades pero solo pago 2).

- Calcule razonadamente cuál es la oferta más ventajosa hallando el porcentaje de rebaja en cada caso. **(1,5 puntos)**.
- Calcule cuánto pagaré en cada oferta si un paquete de arroz cuesta 2€ **(0,5 puntos)**.

a) Calcule razonadamente cuál es la oferta más ventajosa hallando el porcentaje de rebaja en cada caso.

Hay varias formas de resolver este apartado. Aquí usaremos la definición de porcentaje.

- Opción A: en esta opción pagamos la mitad del segundo, lo que es equivalente a pagar 1,5 paquetes (el primero entero más la mitad del segundo).

$$\% \text{ del precio total a pagar: } \frac{1,5}{2} = 0,75 = 75 \%$$

$$\text{Rebaja: } (100-75) \% = 25 \%$$

- Opción B: en esta opción pagamos 2 de los tres paquetes:

$$\% \text{ del precio total a pagar: } \frac{2}{3} = 0,6666 \dots = 66,66 \dots \% \approx 66,67 \%$$

$$\text{Rebaja: } (100-66,67) \% = 33,33 \%$$

- **Solución:** la oferta más ventajosa es la segunda pues el porcentaje de descuento es mayor.

b) Calcule cuánto pagará en cada oferta si un paquete de arroz cuesta 2€.

- Oferta A: si compramos dos paquetes:  $2 + 0,5 \cdot 2 = 2 + 1 = 3$
- Oferta B: si compramos tres paquetes:  $2 + 2 = 4$
- **Solución:** con la primera oferta pagaremos 3€ por dos paquetes y con la segunda 4€ por tres paquetes.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 5

**EJERCICIO 5**

Una piscina tiene 20 metros de larga, 5m de ancha y 2m de profunda.

- a) Calcule su volumen en  $\text{m}^3$  y en litros (**1,5 puntos**).
- b) Si queremos pintar el suelo de la piscina, calcule el costo de pintar dicho suelo sabiendo que cada  $\text{m}^2$  de pintura nos cuesta 5 € (**1 punto**).

a) Calcule su volumen en  $m^3$  y en litros.

La piscina, con las dimensiones dadas, tiene forma de ortoedro (también llamado paralelepípedo rectangular o caja de zapatos): esto es, un rectángulo por base y altura formando un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a la base. Sabiendo esto, su volumen se calcula como sigue:

- $V = A_{\text{base}} \cdot h = 20 \cdot 5 \cdot 2 = 200$
- Para hallar el volumen en litros tendremos en cuenta las relaciones  $1l = 1dm^3$  y que  $1m^3 = 1.000dm^3$ . Juntando ambas:
- $200m^3 = 200m^3 \frac{1.000dm^3}{1m^3} = 200.000dm^3 = 200.000l$
- Solución: el volumen de la piscina es de  $200m^3$  o de 200.000 litros.

b) Si queremos pintar el suelo de la piscina, calcule el costo de pintar dicho suelo sabiendo que cada  $m^2$  de pintura nos cuesta 5 €.

Para resolverlo primero calculamos el área del suelo de la piscina y después multiplicamos los  $m^2$  que nos hayan dado por el precio de la pintura por  $m^2$ :

- $A_{\text{suelo}} = \{ \text{es un rectángulo} \} = b \cdot h = 20 \cdot 5 = 100m^2$
- Costo de pintar el suelo:  $100 \cdot 5 = 500$
- Solución: el costo de pintar el suelo de la piscina es de 500 €.