

# El campo gravitatorio.

David Matellano

Departamento de Física y Química. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

15 de septiembre de 2019



Esta obra está bajo una licencia [Creative Commons "Reconocimiento-NoCommercial-CompartirIgual 3.0 España"](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/).



# índice de contenidos I

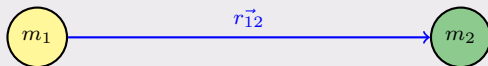
- 1 El campo gravitatorio
  - La ley de Gravitación universal de Newton.
  - El campo  $\vec{g}$
  - Energía potencial.
  - El potencial gravitatorio.
    - Superficies equipotenciales
  - El teorema de Gauss
    - Esfera de masa M

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



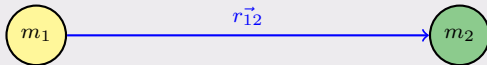
La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot r_{12} \hat{r} \quad (1)$$

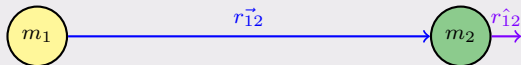
### Dirección y sentido

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

### Dirección y sentido

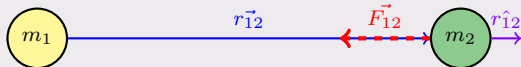
- La fuerza tiene la dirección de  $\vec{r}_{12}$

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot r_{12} \hat{r} \quad (1)$$

### Dirección y sentido

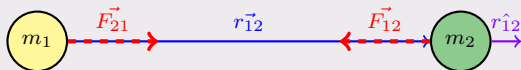
- La fuerza tiene la dirección de  $r_{12}$
- El sentido siempre es el contrario a  $r_{12}$ .

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot r_{12} \hat{r} \quad (1)$$

### Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de  $r_{12}$
- El sentido siempre es el contrario a  $r_{12}$ .

### El principio de acción y reacción

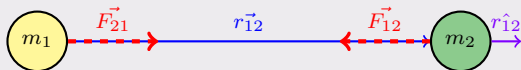
- Igualdad de módulos:  $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$

# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

### Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de  $\vec{r}_{12}$
- El sentido siempre es el contrario a  $\vec{r}_{12}$ .

### El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos:  $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$
- **Misma dirección:**  $\vec{F}_{12} \parallel \vec{F}_{21}$

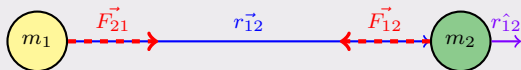


# Fuerzas entre dos masas

## Ley de Gravitación Universal de Newton

### Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ :



La fuerza que crea  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot r_{12} \hat{r} \quad (1)$$

### Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de  $r_{12}$
- El sentido siempre es el contrario a  $r_{12}$ .

### El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos:  $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$
- Misma dirección:  $\vec{F}_{12} \parallel \vec{F}_{21}$
- Sentidos opuestos:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

# El campo gravitatorio.

Campo  $\vec{g}$  creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

Figuras:



# El campo gravitatorio.

Campo  $\vec{g}$  creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

- A partir de la Ley de Newton (1):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de  $\vec{g}$

Figuras:



# El campo gravitatorio.

Campo  $\vec{g}$  creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

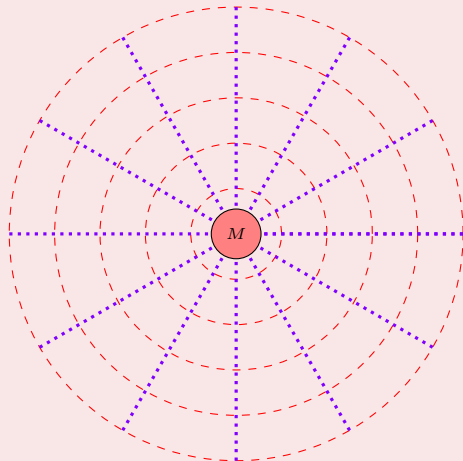
- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):  

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de  $\vec{g}$

- Su dirección es radial desde la masa.

Figuras:



# El campo gravitatorio.

Campo  $\vec{g}$  creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

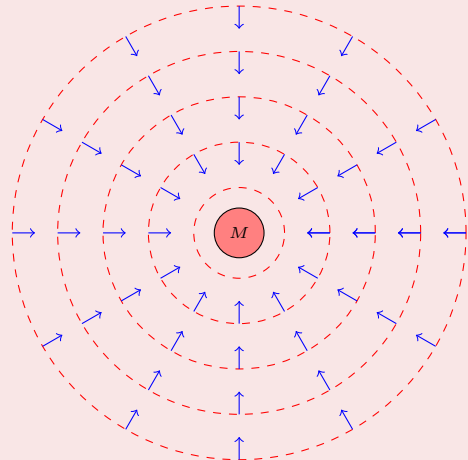
- A partir de la Ley de Newton (1):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de  $\vec{g}$

- Su dirección es radial desde la masa.
- Su sentido es centrípeto.

Figuras:



## Líneas de campo $\vec{g}$

Concepto de líneas de campo:

## Líneas de campo $\vec{g}$

### Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar  $\vec{g}$ . Cumplen:

### Propiedades:

## Líneas de campo $\vec{g}$

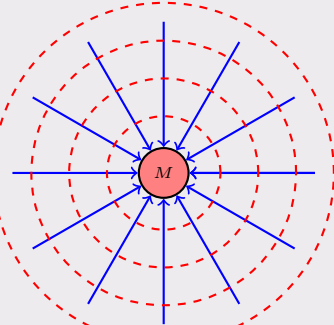
### Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar  $\vec{g}$ . Cumplen:

### Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.

### Figuras





# Líneas de campo $\vec{g}$

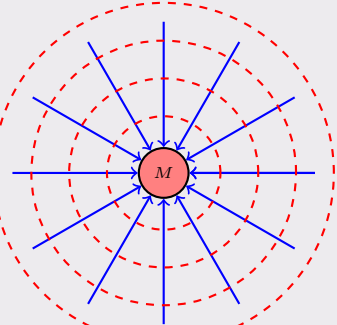
## Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar  $\vec{g}$ . Cumplen:

### Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.

### Figuras



# Líneas de campo $\vec{g}$

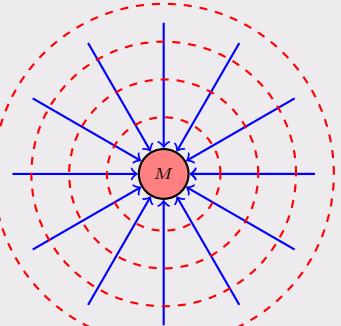
## Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar  $\vec{g}$ . Cumplen:

### Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.
- 3 Son tangentes en cada punto a  $\vec{g}$

### Figuras



# Líneas de campo $\vec{g}$

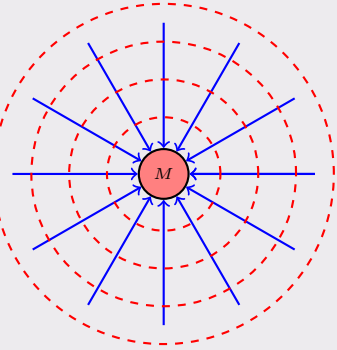
## Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar  $\vec{g}$ . Cumplen:

### Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.
- 3 Son tangentes en cada punto a  $\vec{g}$
- 4 Si  $|\vec{g}|$  aumenta, están más próximas.

### Figuras



# La energía potencial gravitatoria

## Definición

Trabajo realizado por el campo  $\vec{g}$

Para llevar una masa  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta el infinito:

# La energía potencial gravitatoria

## Definición

### Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

### Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa  $m'$  en presencia de una masa  $M$  distante  $r$  es:

# La energía potencial gravitatoria

## Definición

### Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

### Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa  $m'$  en presencia de una masa  $M$  distante  $r$  es:

$$\bullet E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

# La energía potencial gravitatoria

## Definición

### Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

### Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa  $m'$  en presencia de una masa  $M$  distante  $r$  es:

$$\bullet E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

- Es el trabajo necesario para que el campo  $\vec{g}$  lleve a  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta  $\infty$

# La energía potencial gravitatoria

## Definición

### Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

### Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa  $m'$  en presencia de una masa  $M$  distante  $r$  es:

- $E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$
- Es el trabajo necesario para que el campo  $\vec{g}$  lleve a  $m'$  desde  $\vec{r}$  hasta  $\infty$
- $\lim_{r \rightarrow \infty} E_p(r) = 0$  (La energía potencial se anula en el infinito)



# La energía potencial gravitatoria

Signo de la energía potencial

Definiendo el origen de la  $E_p$  en  $\infty$  se cumple:

# La energía potencial gravitatoria

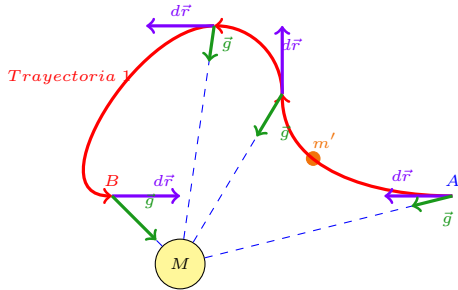
## Signo de la energía potencial

Definiendo el origen de la  $E_p$  en  $\infty$  se cumple:

- La energía potencial siempre es un valor negativo.

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

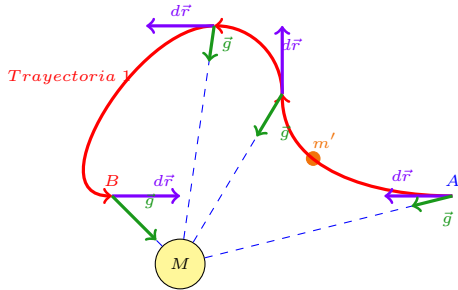
Sentido físico de  $\Delta E_p$



Trabajo para llevar  $m'$  desde A hasta B

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de  $\Delta E_p$

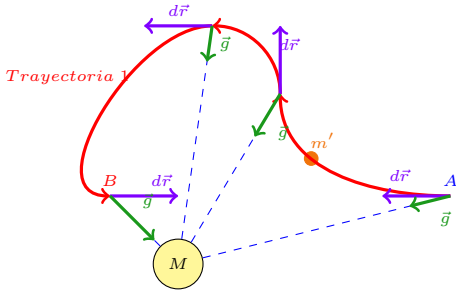


Trabajo para llevar  $m'$  desde A hasta B

$$\bullet W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$$

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de  $\Delta E_p$

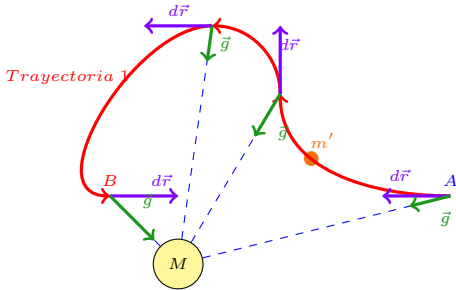


Trabajo para llevar  $m'$  desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de  $\Delta E_p$

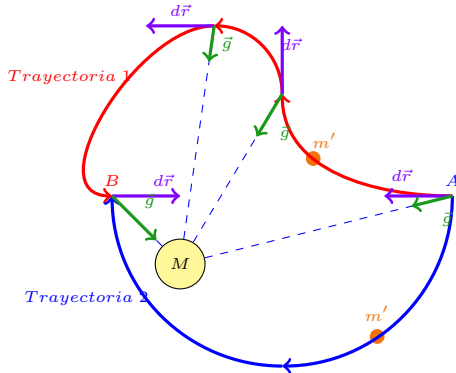


## Trabajo para llevar $m'$ desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de  $\Delta E_p$

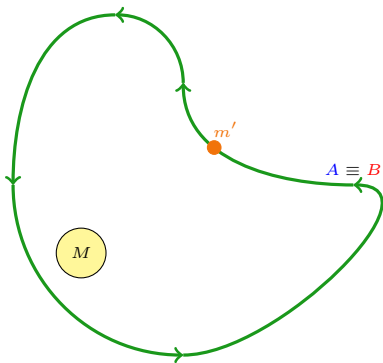


## Trabajo para llevar $m'$ desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
  - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

# El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de  $\Delta E_p$



## Trabajo para llevar $m'$ desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
  - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

## Trabajo sobre una trayectoria cerrada

- El trabajo realizado sobre cualquier trayectoria cerrada es nulo.
- $\oint m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = 0$



# El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa  $M$ .

## Definición de $V$

# El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa  $M$ .

## Definición de $V$

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

# El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa  $M$ .

## Definición de $V$

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

- Así, para una masa puntual: 
$$V = \frac{E_p}{m'} = -\frac{G \cdot M}{r}$$

# El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa  $M$ .

## Definición de $V$

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.
- Así, para una masa puntual: 
$$V = \frac{E_p}{m'} = -\frac{G \cdot M}{r}$$
- Su unidad en el S.I. es el  $J \cdot kg^{-1}$

# Superficies equipotenciales

## Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

## Propiedades:



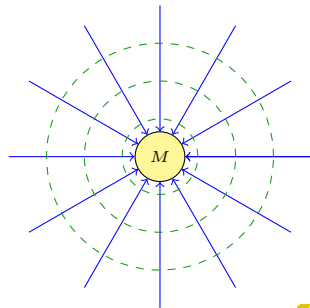
# Superficies equipotenciales

## Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

## Propiedades:

- Las líneas de campo  $\vec{g}$  son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.



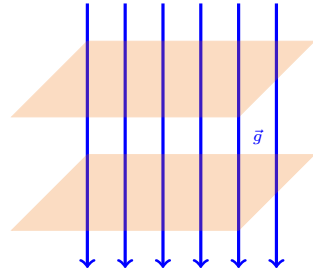
# Superficies equipotenciales

## Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

## Propiedades:

- Las líneas de campo  $\vec{g}$  son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.
- Si el campo es constante son planos paralelos entre sí.





# El teorema de Gauss.

Definición de flujo de  $\vec{g}$

Flujo de  $\vec{g}$  a través de una superficie  $S$

# El teorema de Gauss.

Definición de flujo de  $\vec{g}$

Flujo de  $\vec{g}$  a través de una superficie  $S$

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

Características de  $\Phi$

Figuras:

# El teorema de Gauss.

## Definición de flujo de $\vec{g}$

### Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie $S$

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

- Se calcula: 
$$\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$$

### Características de $\Phi$

### Figuras:

# El teorema de Gauss.

## Definición de flujo de $\vec{g}$

### Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie $S$

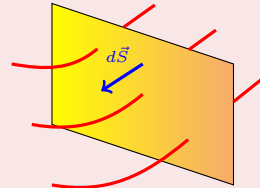
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

- Se calcula: 
$$\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$$

### Características de $\Phi$

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.

### Figuras:



# El teorema de Gauss.

## Definición de flujo de $\vec{g}$

### Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie $S$

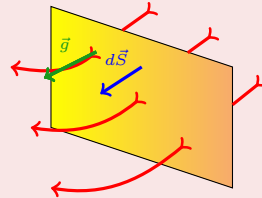
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

- Se calcula: 
$$\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$$

### Características de $\Phi$

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de  $S \Rightarrow \Phi > 0$

### Figuras:



# El teorema de Gauss.

## Definición de flujo de $\vec{g}$

### Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie $S$

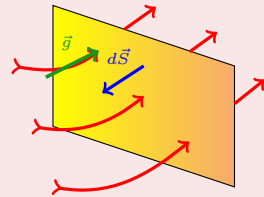
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

- Se calcula: 
$$\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$$

### Características de $\Phi$

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de  $S \Rightarrow \Phi > 0$
- Si las líneas entran hacia  $S \Rightarrow \Phi < 0$

### Figuras:



# El teorema de Gauss.

## Definición de flujo de $\vec{g}$

### Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie $S$

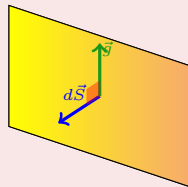
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de  $\vec{g}$  por unidad de superficie.

- Se calcula: 
$$\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$$

### Características de $\Phi$

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de  $S \Rightarrow \Phi > 0$
- Si las líneas entran hacia  $S \Rightarrow \Phi < 0$
- Si  $\vec{g} \perp d\vec{S} \Rightarrow \Phi = 0$

### Figuras:



# El teorema de Gauss

## Enunciado

Flujo del campo  $\vec{g}$  a través de una superficie cerrada





# El teorema de Gauss

## Enunciado

### Flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada

- El flujo del campo  $\vec{g}$  a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la masa encerrada por dicha superficie.

$$\bullet \Phi = \oint_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc}$$

## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el exterior de la esfera. ( $r > R$ )

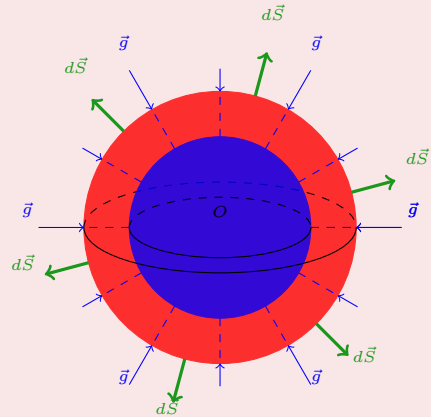
# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el exterior de la esfera. ( $r > R$ )

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r$ .

Figuras:



# Ejemplos del Teorema de Gauss.

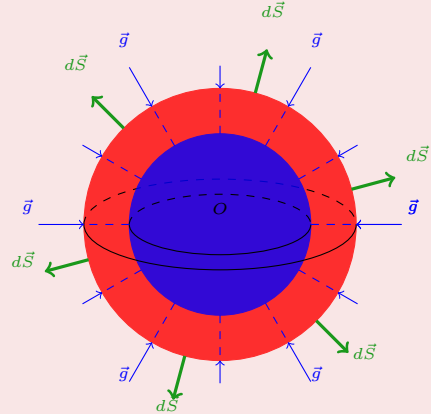
Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el exterior de la esfera. ( $r > R$ )

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r$ .

- 2 
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

Figuras:



# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

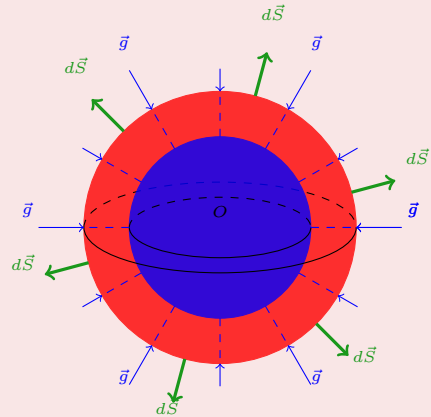
## Campo en el exterior de la esfera. ( $r > R$ )

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r$ .

$$2 \quad \Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

$$3 \quad -|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$$

## Figuras:



# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

## Campo en el exterior de la esfera. ( $r > R$ )

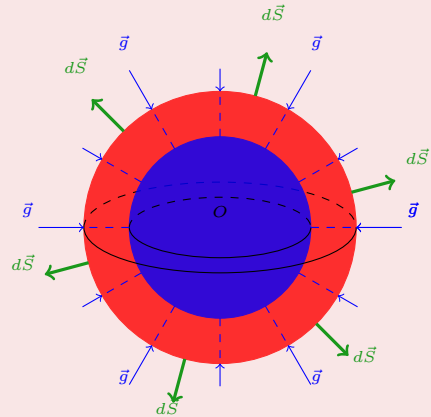
1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r$ .

$$2 \quad \Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

$$3 \quad -|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$$

$$4 \quad |\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

## Figuras:



## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )



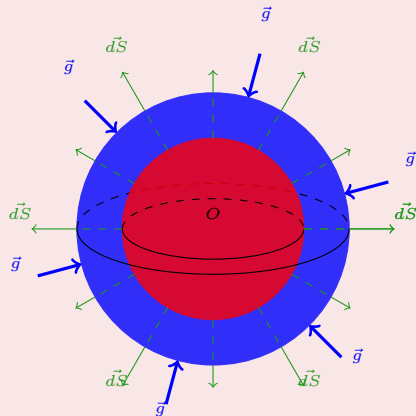
# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

Figuras:



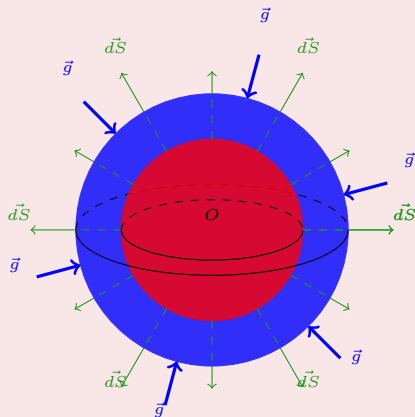
## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa  $M$  y radio  $R$ .Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

- $$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

Figuras:



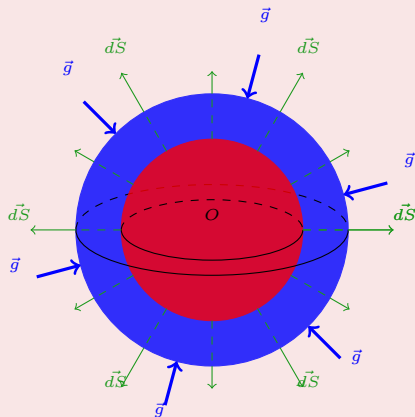
## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa  $M$  y radio  $R$ .

### Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .
- 2 
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$
- 3 
$$-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} = 0 \Rightarrow \vec{g} = 0$$

### Figuras:



## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

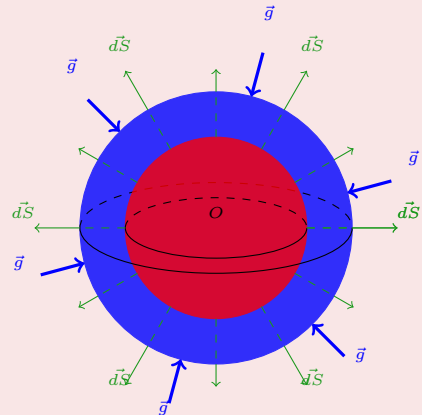
## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa  $M$  y radio  $R$ .

Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

Figuras:



## Ejemplos del Teorema de Gauss.

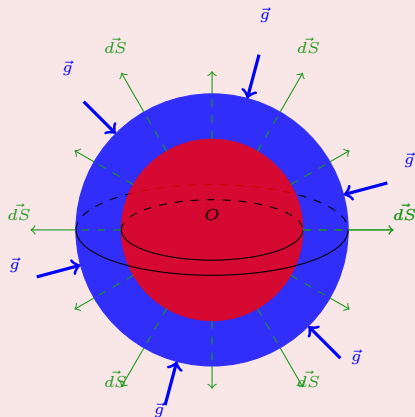
Esfera maciza homogénea con masa  $M$  y radio  $R$ .

### Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

- $$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

### Figuras:



## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa  $M$  y radio  $R$ .

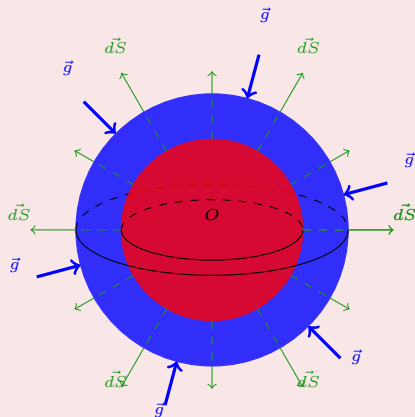
### Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

2 
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

3 Definimos: 
$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi \cdot R^3}$$

### Figuras:



## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa  $M$  y radio  $R$ .

### Campo en el interior de la esfera. ( $r < R$ )

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio  $r < R$ .

$$2 \quad \Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

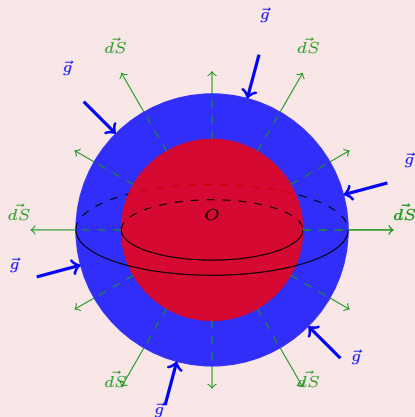
$$3 \quad \text{Definimos: } \rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi \cdot R^3}$$

$$4 \quad -|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} =$$

$$-\frac{4\pi \cdot G \cdot \rho \cdot 4\pi \cdot r^3}{3} \Rightarrow$$

$$|\vec{g}| = \frac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$$

### Figuras:





## Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

- Si representamos el módulo de  $\vec{g}$  en función de  $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

# Ejemplos del Teorema de Gauss.

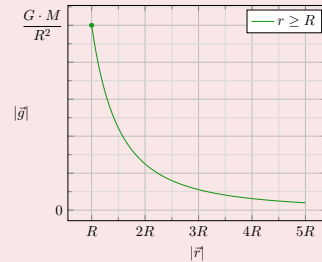
Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

- Si representamos el módulo de  $\vec{g}$  en función de  $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

$$\bullet \quad |\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2} \text{ si } r \geq R$$

Figuras:



# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

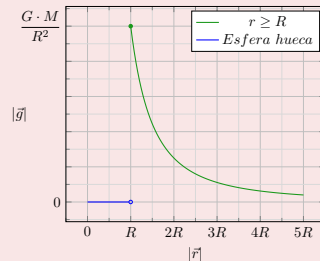
- Si representamos el módulo de  $\vec{g}$  en función de  $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

1  $|\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$  si  $r \geq R$

2 Si es una esfera hueca:  $|\vec{g}| = 0$  si  $r < R$

Figuras:



# Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa  $M$  y radio  $R$ .

- Si representamos el módulo de  $\vec{g}$  en función de  $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

1  $|\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$  si  $r \geq R$

3 Si  $M$  se distribuye homogéneamente en  $V$ :  $|\vec{g}| = \frac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$

Figuras:

