

EXAMEN DE GRADO MEDIO  
MAYO 2019  
COMUNIDAD DE MADRID  
MATEMÁTICAS

**Pelayo Palacio Pérez**

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 1

## EJERCICIO 1

El año pasado, el precio de un billete de AVE de Madrid a Barcelona (solo de ida) era de 135 €, pero si realizábamos el viaje de ida y vuelta nos ofrecían un descuento del 40 % sobre el precio total.

- a) Calcule cuánto deberíamos pagar por un viaje de ida y vuelta si nos acogemos a dicha oferta (**0,5 puntos**).
- b) Si a principios de este año 2019 el precio de cada billete sufrió una subida del 8 %, calcule el nuevo precio del billete de ida y el nuevo precio del billete de ida y vuelta teniendo en cuenta que nos mantienen la oferta del 40 % por realizar ambos trayectos (**1,5 puntos**).

a) Calcule cuánto deberíamos pagar por un viaje de ida y vuelta si nos acogemos a dicha oferta.

- Para calcular el precio calculamos lo que valen los dos viajes individuales y después aplicamos el descuento:

Precio total del billete:  $135 + 135 = 270$

Aplicamos el descuento según una de las siguientes formas:

- 1) Directamente: un descuento del 40 % es quedarnos con el 100 % - 40 % = 60 % del precio original, es decir:

$$270 \cdot 60 \% = 270 \cdot \frac{60}{100} = 270 \cdot 0,6 = 162$$

- 2) Calculamos el descuento y luego lo restamos a la cantidad inicial:

$$\text{El } 40 \% \text{ de } 270 = 0,4 \cdot 270 = 108$$

$$270 - 108 = 162$$

- Solución: el precio final del billete de ida y vuelta es de 162€.

b) Si a principios de este año 2019 el precio de cada billete sufrió una subida del 8 %, calcule el nuevo precio del billete de ida y el nuevo precio del billete de ida y vuelta teniendo en cuenta que nos mantienen la oferta del 40 % por realizar ambos trayectos.

- Para resolver esta parte vamos a calcular cuánto se incrementa el precio de cada billete y después el valor del nuevo precio de ida y vuelta con su nuevo descuento (el 40 % del nuevo precio).

El nuevo precio será:  $135 \cdot 1,08 = 135 + 135 \cdot 0,08 = 145,8$

El precio del billete de ida y vuelta antes del descuento será de:  
 $145,8 \cdot 2 = 291,6$

El precio del ida y vuelta aplicando el descuento será de:  
 $291,6 \cdot 0,6 = 174,96$

- *Nota:* usando porcentajes encadenados obtenemos lo mismo:  
 $(135 \cdot 2) \cdot 1,08 \cdot 0,6 = 174,96$
- Solución: el precio del billete de ida será de 145,8 € y el de ida y vuelta será de 174,96 €.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 2

## EJERCICIO 2

Las calificaciones de un examen realizado a un grupo de 24 alumnos de ESO han sido las que se muestran en la siguiente tabla:

Calificación	2	3	4	5	6	7	9
Número de alumnos	1	1	5	8	4	2	3

- Calcule la columna de las frecuencias acumuladas y la de frecuencias relativas (**1 punto**).
- Calcule el porcentaje de suspensos (**0,25 puntos**).
- Calcule la media del grupo y su desviación típica (**1,25 puntos**).
- Calcule la moda y la mediana (**0,5 puntos**).

a) Calcule la columna de las frecuencias acumuladas y la de frecuencias relativas.

Para construir la tabla nos fijamos en qué valores aparecen (ordenamos de menor a mayor) y las veces que aparecen (frecuencia absoluta). Las frecuencias acumuladas serán las sumas de las frecuencias absolutas desde el primero hasta el valor en el que estemos. La frecuencia relativa de cada valor es la división de su frecuencia absoluta entre el total de datos (se puede expresar tanto como fracción como porcentaje)

VALOR	FR. ABSOLUTA	FR. ACUMULADA	FR. RELATIVA
2	1	1	$1/24$
3	1	2 (1+1)	$1/24$
4	5	7 (2+5)	$5/24$
5	8	15 (7+8)	$8/24$
6	4	19 (15+4)	$4/24$
7	2	21 (19+2)	$2/24$
9	3	24 (21+3)	$3/24$

Como es lógico, la suma de las frecuencias de las frecuencias absolutas es 24, el total de datos.

b) Calcule el porcentaje de suspensos.

- Usamos la definición de porcentaje: % de suspensos =  
$$= \frac{\text{alumnos con un 2} + \text{alumnos con un 3} + \text{alumnos con un 4}}{\text{total de alumnos}} = \frac{7}{24} =$$
$$= 0,29166 \dots = 29,166 \dots \% \approx 29,17 \%$$
- Solución: el porcentaje de alumnos que han suspendido es del 29,17 %.

c) Calcule la media del grupo y su desviación típica.

Para calcular la media podemos seguir dos caminos:

1) Sumar todos los datos y dividir entre 24 (no recomendado).

2) Usar la fórmula  $\bar{x} = \frac{\sum_i x_i \cdot F_i}{N}$  que viene a decir que podemos multiplicar cada valor por su frecuencia absoluta, luego sumarlos y dividir entre el total de datos. En este caso particular tendremos:

$$\bullet \bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{24} = 5,4166 \dots \approx 5,42$$

• Solución: la media es 5,42.

### c) Calcule la media del grupo y su desviación típica.

La desviación típica es la medida de dispersión por excelencia y nos dice cómo de alejados están nuestros datos de la media. Para ello solemos usar la fórmula:

$\sigma = +\sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot F_i}{N}}$ , es decir, para cada valor hay que calcular su diferencia con respecto a la media, elevar ese resultado al cuadrado y multiplicarlo por su frecuencia absoluta. Una vez calculado esto para los distintos valores, los sumamos y los dividimos por el total de datos. Por último, extraemos la raíz cuadrada con su valor positivo.

- En nuestro caso, el primer paso sería hacer:  
 $(2 - 5,42)^2 \cdot 1 + (3 - 5,42)^2 \cdot 1 + (4 - 5,42)^2 \cdot 5 + (5 - 5,42)^2 \cdot 8 +$   
 $+(6 - 5,42)^2 \cdot 4 + (7 - 5,42)^2 \cdot 2 + (9 - 5,42)^3 \cdot 3 \approx 73,833\dots$
- El segundo paso sería:  $\frac{73,833\dots}{24} \approx 3,07638\dots$
- El tercer y último paso sería:  $\sqrt{3,07638\dots} \approx 1,7539\dots \approx 1,75$
- Solución: la desviación típica es 1,75.

#### d) Calcule la moda y la mediana.

La mediana es el valor central de la distribución una vez ordenados los datos y la moda es el valor o valores que más se repiten.

- Miramos las frecuencias absolutas y nos quedamos con la mayor. En este caso es 8. La moda será el valor que tiene asociado esa frecuencia absoluta.
- Solución: la moda de la distribución es 5.
- Para el cálculo de la mediana en el caso de que el número de valores sea par (como es el caso aquí porque tenemos 24), la mediana será la media aritmética de los dos valores centrales. Obtenemos dichos valores mirando los que ocupan la posición  $12^{\text{a}}$  ( $24:2$ ) y  $13^{\text{a}}$  ( $24 : 2 + 1$ ) en la tabla de frecuencias acumuladas: 5 ( $12^{\text{a}}$  posición) y 5 ( $13^{\text{a}}$  posición). Así pues, la mediana será: 
$$\frac{5 + 5}{2} = 5$$
- Solución: la mediana de la distribución es 5.

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 3

## EJERCICIO 3

Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)  $x + \frac{2x}{3} = 62 - \frac{x+20}{2}$  (1,25 puntos)

b)  $4x^2 - 3x = 2x^2 + 7x$  (1,25 puntos)

$$a) x + \frac{2x}{3} = 62 - \frac{x+20}{2}$$

Esta es una ecuación de primer grado que se resuelve por el método habitual de dejar las incógnitas en un lado y los números en el otro. Como hay fracciones primero reducimos a común denominador.

- $x + \frac{2x}{3} = 62 - \frac{x+20}{2}$  (m.c.m(2,3)=6)

$$\frac{6x}{6} + \frac{2 \cdot 2x}{6} = \frac{6 \cdot 62}{6} - \frac{3 \cdot (x+20)}{6}$$

$$6x + 4x = 372 - 3(x+20)$$

$$6x + 4x = 372 - 3x - 60$$

$$6x + 4x + 3x = 372 - 60$$

$$13x = 312$$

$$x = \frac{312}{13} = 24$$

- Solución:  $x = 24$

$$b) 4x^2 - 3x = 2x^2 + 7x$$

Esta es una ecuación de segundo grado que se resuelven o bien usando lo fórmula general o dándonos cuenta de que estamos en un caso particular.

- Agrupamos todo en uno de los miembros:

$$4x^2 - 3x - 2x^2 - 7x = 0 \implies 2x^2 - 10x = 0$$

- Podemos resolver la ecuación anterior de dos formas:

1ª) Usando la fórmula (no recomendable): tenemos que  $a = 2$ ,  $b = -10$

$$\bullet x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2} = \frac{10 \pm \sqrt{100}}{4} =$$

$$= \frac{10 \pm 10}{4} \implies \begin{cases} \oplus : x_1 = \frac{10 + 10}{4} = 5 \\ \ominus : x_2 = \frac{10 - 10}{4} = 0 \end{cases}$$

- Solución: las soluciones son  $x = 0$  y  $x = 5$

2ª) Sacando factor común  $x$  (o  $2x$ ) pues se encuentra en todos los términos:

$$\bullet x(2x - 10) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 10 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 0 \\ 2x = 10 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

- Solución: las soluciones son  $x = 0$  y  $x = 5$

\*\*\*\*\*

## EJERCICIO 4

## EJERCICIO 4

Se quiere pintar una pared de 5 m de larga y 2,8 m de alta. La pared tiene una ventana cuadrada de 50 cm de alta y 50 cm de larga, y una puerta de 2,5 m de alta y 1 m de ancha.

- Calcule la superficie en  $\text{m}^2$  de la pared que pintaremos, teniendo en cuenta que la ventana y la puerta quedarán sin pintar (**1 punto**).
- Calcule el precio total que nos costará al obra incluido el 21% de IVA, sabiendo que la pintura la hemos comprado a 3,85 euros el metro cuadrado (sin IVA), que la mano de obra nos sale a 30 € la hora (sin IVA) y que se han necesitado 2,5 horas para completar el trabajo (**1,5 puntos**).

a) Calcule la superficie en  $m^2$  de la pared que pintaremos, teniendo en cuenta que la ventana y la puerta quedarán sin pintar.

Para responder a la pregunta procederemos como sigue: calculamos la superficie de la pared como si no tuviera huecos (es decir, ni puerta ni ventana) y a esa cantidad le sustraeremos las áreas de la ventana y la puerta (los huecos).

- Área de la pared (rectángulo):  $A_{\text{pared}} = \text{base} \cdot \text{altura} = 5 \cdot 2,8 = 14m^2$
- Área de la ventana (cuadrado):  $A_{\text{ventana}} = l^2 = 50^2 = 2.500cm^2 = 0,25m^2$   
(recordemos que las unidades de superficie van de 100 en 100).
- Área de la puerta (rectángulo):  $A_{\text{puerta}} = \text{base} \cdot \text{altura} = 1 \cdot 2,5 = 2,5m^2$
- Área total de la pared:  $14 - 0,25 - 2,5 = 11,25$
- Solución: la superficie de la pared, en  $m^2$ , es de  $11,25m^2$

b) Calcule el precio total que nos costará al obra incluido el 21 % de IVA, sabiendo que la pintura la hemos comprado a 3,85 euros el metro cuadrado (sin IVA), que la mano de obra nos sale a 30€ la hora (sin IVA) y que se han necesitado 2,5 horas para completar el trabajo.

Podemos resolver este apartado de dos formas:

- 1) Calculamos el precio total sin IVA y luego le sumamos el IVA a esa cantidad.
  - Precio de la pintura: si el precio es de 3,85€ el  $m^2$  y la superficie a pintar es de  $11,25m^2 \implies P_{\text{pintura}} = 3,85 \cdot 11,25 = 43,3125$
  - Precio de la mano de obra: 30€ la hora y trabajan 2,5 horas  $\implies \implies P_{\text{mano de obra}} = 30 \cdot 2,5 = 75$
  - Total sin IVA:  $75 + 43,3125 = 118,3125$
  - Añadiendo el 21 % de IVA:  $118,3125 \cdot 1,21 = 143,158125 \approx 143,16$
  - Solución: el precio total será de 143,16€

b) Calcule el precio total que nos costará al obra incluido el 21% de IVA, sabiendo que la pintura la hemos comprado a 3,85 euros el metro cuadrado (sin IVA), que la mano de obra nos sale a 30€ la hora (sin IVA) y que se han necesitado 2,5 horas para completar el trabajo.

2) Calculamos los gastos individuales con su IVA y luego los sumamos.

- Precio de la pintura: si el precio es de 3,85€ el  $m^2$  y la superficie a pintar es de  $11,25m^2 \implies P_{\text{pintura}} = 3,85 \cdot 11,25 = 43,3125$

Añadimos el 21% de IVA:  $43,3125 \cdot 1,21 = 52,408125$

- Precio de la mano de obra: 30€ la hora y trabajan 2,5 horas  $\implies$

$\implies P_{\text{mano de obra}} = 30 \cdot 2,5 = 75$

Añadimos el 21% de IVA:  $75 \cdot 1,21 = 90,75$

- Sumamos todo:  $52,408125 + 90,75 = 143,158125 \approx 143,16$

- Solución: el precio total será de 143,16€

*Nota:* en ambos casos da lo mismo porque el IVA es el mismo para todos. Si el IVA fuese distinto para cada apartado no podríamos utilizar el método (1) y tendríamos que usar el método (2).