EXAMEN DE GRADO MEDIO
MAYO 2011
COMUNIDAD DE MADRID
MATEMÁTICAS

Pelayo Palacio Pérez

****

EJERCICIO 1

EJERCICIO 1

Las tres escuelas de una localidad tienen 230, 450 y 600 alumnos cada una. El Ayuntamiento quiere repartir una dotación de 3.840 libros en total, de manera proporcional al número de alumnos. ¿Cuántos les adjudicará a cada una? (**2 puntos**)

Las tres escuelas de una localidad tienen 230, 450 y 600 alumnos cada una. El Ayuntamiento quiere repartir una dotación de 3.840 libros en total, de manera proporcional al número de alumnos. ¿Cuántos les adjudicará a cada una?

- Este es un problema de repartos proporcionales directos. La idea es repartir los libros de forma proporcional al número de alumnos (la suma de los alumnos) y ,después, a cada escuela le corresponderá esa cantidad multiplicada por el número de alumnos que tenga. Hecha esta aclaración:
- Libros por alumno $= \dfrac{3.840}{230 + 450 + 600} = \dfrac{3.840}{1.280} = 3$ libros por alumno.

  Para la primera escuela: $3 \cdot 230 = 690$

  Para la segunda escuela: $3 \cdot 450 = 1350$

  Para la tercera escuela: $3 \cdot 600 = 1800$

- Solución: a la primera le corresponderán 690 libros, a la segunda 1.350 y a la tercera 1.800.

Nota: obsérvese que 690+1.350+1.800 = 3.840, que es el monto original.

****

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

Un calentador de agua consume 167,75 litros de gas en 5 horas y media. Otro calentador consume 119 litros en 3 horas y media. ¿Cuál de los dos calentadores gasta más por hora? (**2 puntos**)

Un calentador de agua consume 167,75 litros de gas en 5 horas y media. Otro calentador consume 119 litros en 3 horas y media. ¿Cuál de los dos calentadores gasta más por hora?

Comparamos el consumo de litros de gas por hora de ambos depósitos de la siguiente manera:

1°) $167,75$ litros de gas en $5,5$ horas, entonces: $167{,}75 : 5{,}5 = 30{,}5$ litros/h.

2°) 119 litros de gas en $3,5$ horas, entonces: $119 : 3{,}5 = 34$ litros/h.

- Solución: el segundo calentador gasta más litros de gas por hora.

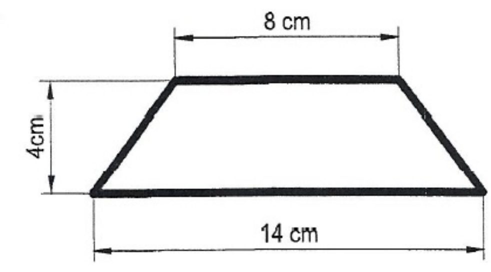
Nota: hemos hecho la transformación "media hora $= 0{,}5$ horas".

****

EJERCICIO 3

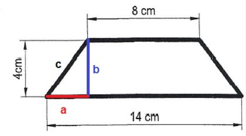
EJERCICIO 3

Tenemos un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 y 14 centímetros y su altura mide 4 centímetros. Calcula su perímetro y su área (**2 puntos**).



Tenemos un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 y 14 centímetros y su altura mide 4 centímetros. Calcula su perímetro y su área.

El perímetro de una figura no es la suma de todos los lados que la misma. En nuestro caso tenemos las medidas de los dos lados paralelos pero nos faltan las de los no paralelos. Para calcularlos nos fijamos en que tenemos un triángulo rectángulo.



Cada vez que se mencione un triángulo rectángulo hay que tener en mente el Teorema de Pitágoras que nos dice: dado un triángulo rectángulo de hipotenusa "*c*" y catetos "*a*" y "*b*" siempre se cumple la siguiente relación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Con esta información podemos resolver este apartado.

Tenemos un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 y 14 centímetros y su altura mide 4 centímetros. Calcula su perímetro y su área.

- En nuestro caso $a = \dfrac{14-8}{2} = 3$ cm, $b = 4$ cm y nos falta por saber la longitud de "c". Aplicamos Pitágoras:

  $3^2 + 4^2 = c^2 \Longrightarrow 9 + 16 = c^2 \Longrightarrow a^2 = 25$

  Extraemos raíz cuadrada y nos queda: $c = \pm 5$. Como la solución negativa no tiene sentido en este contexto, nos quedamos con la positiva.

  La longitud del tercer lado es de 5 centímetros.

  El perímetro será, pues: $P = 8 + 5 + 14 + 5 = 32$

  Solución: el perímetro de la figura es de 32 cm.

Tenemos un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 y 14 centímetros y su altura mide 4 centímetros. Calcula su perímetro y su área.

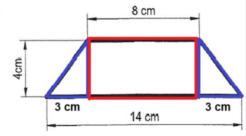
- Para calcular el área podemos seguir dos caminos principalmente.

1) Usando la fórmula:

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(8+14)\cdot 4}{2} = 44$$

- Solución: el área del trapecio es de 44 cm^2.

2) Descomponiendo el trapecio en un rectángulo y dos triángulos:



$$A = 2\cdot A_{triángulo} + A_{rectángulo} = 2\cdot\frac{\hat{b}\cdot h}{2} + b\cdot h = 2\cdot\frac{3\cdot 4}{2} + 8\cdot 4 = 44$$

- Solución: el área del trapecio es de 44 cm^2.

****

EJERCICIO 4

EJERCICIO 4

Un agente de seguros de una empresa aseguradora A gana un mínimo de 400 euros al mes y, además, 12 euros por cada seguro que vende. El agente de otra aseguradora B gana 20 euros por cada seguro vendido, pero no tiene sueldo fijo.

a) Exprese la ecuación que relaciona el número de seguros vendidos con el sueldo, en cada aseguradora (**1 punto**).

b) ¿A partir de cuántos seguros vendidos gana más el de la aseguradora B? Realiza la comprobación (**1 punto**).

a) Exprese la ecuación que relaciona el número de seguros vendidos con el sueldo, en cada aseguradora.

En este apartado se nos pide calcular la función que relaciona ambas cantidades. Del enunciado deducimos que la variable independiente va a ser $x =$ nº de seguros vendidos y la variable dependiente $y =$ ganancia mensual. Hay que tener en cuenta que en la aseguradora A el agente tiene un mínimo de 400 € venda o no seguros. Teniendo en cuenta las relaciones indicadas anteriormente:

- Agente de aseguradora A: $y = f(x) = 400 + 12 \cdot x$
- Agente de aseguradora B: $y = g(x) = 20 \cdot x$

- **Solución:** para el agente de la aseguradora A la expresión es: $y = 400 + 12x$ y para el agente de la aseguradora B es: $y = 20x$

b) ¿A partir de cuántos seguros vendidos gana más el de la aseguradora B? Realiza la comprobación.

como el pago por seguro vendido es mayor en la agencia B, su agente ganará más dinero si se venden muchos seguros. Para saber en qué momento se produce el cambio habrá que ver en qué momento se la igualdad.

- Resolvemos: $400 + 12 \cdot x = 20 \cdot x$

  $400 = 20x - 12x$

  $x = \dfrac{400}{8} = 50$

  $f(50) = 1.000 = g(50)$ mientras que $f(51) = 1.012 < g(51) = 1.020$

- **Solución:** a partir de la venta de 51 seguros el agente de B gana más dinero.

Nota: otra manera de hacerlo es darse cuenta de que el agente de B gana $20 - 12 = 8$ € de más por cada seguro vendido y calcular cuántos necesita vender para sobrepasar los 400 € del fijo que tiene A y que ocurre si vende más de $\dfrac{400}{8} = 50$, como con el razonamiento anterior.

****

EJERCICIO 5

EJERCICIO 5

Han instalado en la casa de Pedro un depósito de agua de forma cilíndrica. El diámetro de la base mide 2 metros y la altura es de 3 metros. Calcule el volumen del depósito en m^3 (Tomar π =3,14). ¿Cuántos litros de agua caben en el depósito? (**2 puntos**)

Han instalado en la casa de Pedro un depósito de agua de forma cilíndrica. El diámetro de la base mide 2 metros y la altura es de 3 metros. Calcule el volumen del depósito en m^3 (Tomar π =3,14). ¿Cuántos litros de agua caben en el depósito?.

- La fórmula del volumen de un cilindro es: $V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$. En nuestro caso particular sabemos todas las variables salvo el radio que calculamos como sigue:

  $$r = \frac{\text{diámetro}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

  Entonces: $V = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 3 = 9,42$

- Solución: el volumen del depósito es de 9,42 m^3

  Para hallar el volumen en litros tendremos en cuenta las relaciones 1l= 1dm^3 y que 1m^3 = 1.000dm^3. Juntando ambas:

  $$9{,}42 \text{ m}^3 = 9,42\text{m}^3 \frac{1\text{dm}^3}{0,001\text{m}^3} = 9.420\text{dm}^3 = 9.420 \text{ l}.$$

- Solución: en el depósito caben 9.420 litros.