EXAMEN DE GRADO MEDIO MAYO 2021 COMUNIDAD DE MADRID MATEMÁTICAS

Pelayo Palacio Pérez

****

EJERCICIO 1

EJERCICIO 1

Una familia ha realizado una compra de varios muebles para el salón de su nueva vivienda:
- Una mesa por 550 €.
- 6 sillas a 70 € cada una.
- Un sofá por 750 €.
- 3 lámparas a 80 € cada una.
- 2 cuadros a 45 € cada uno.

a) Calcule la suma total que deberían pagar por todos los objetos comprados (**0,5 puntos**).

b) Si el vendedor le aplica un descuento del 30 % y posteriormente un IVA del 21 % a la cantidad anterior, calcule a cuánto asciende la nueva cantidad que deben abonar (**1 punto**).

a) Calcule la suma total que deberían pagar por todos los objetos comprados.

- Para calcular el total sumamos todas las compras:

$$\underbrace{550}_{\text{1 mesa}} + \underbrace{6 \cdot 70}_{\text{6 sillas}} + \underbrace{750}_{\text{1 sofá}} + \underbrace{3 \cdot 80}_{\text{3 lámparas}} + \underbrace{2 \cdot 45}_{\text{2 cuadros}} = 2.050$$

- Solución: la suma total asciende a 2.050 €.

b) Si el vendedor le aplica un descuento del 30 % y posteriormente un IVA del 21 % a la cantidad anterior, calcule a cuánto asciende la nueva cantidad que deben abonar.

Recordemos que hacer un descuento del 30 % no es más que dejar el precio original en el 100 %-30 %=70 % y que incrementar un precio un 21 % no es más que dejarlo en el 100 %+21 %=121 %.

1) Aplicamos el descuento primero y nos quedará: $2.050 \cdot 70\,\% = 1.435$
   - Aplicar el IVA al precio anterior es hacer: $1.435 \cdot 121\,\% = 1.736,35$
   - Solución: la cantidad a abonar será de 1.736, 35 €.
2) Resolvemos encadenando los porcentajes: $2.050 \cdot 70\,\% \cdot 121\,\% =$
   $= 2.050 \cdot 0,7 \cdot 1,21 = 1.736,35$
   - Solución: la cantidad a abonar será de 1.736, 35 €.

Nota: obsérvese que el resultado final **no** es lo mismo que aplicar un $(30 - 21) = 9\,\%$ de descuento sobre el precio de compra, lo que nos daría: $2.050 \cdot (100\,\% - 9\,\%) = 2.050 \cdot 0,91 = 1.865,5$

****

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

Un grupo de 50 excursionistas tiene reservas de comida para 60 días:

a) Calcule cuántos días hubiese durado esa misma comida si se hubiesen incorporado 10 excursionistas más (**1 punto**).

b) Calcule cuántos excursionistas podrían haber subsistido con la misma reserva de comida durante 100 días (**1 punto**).

a) Calcule cuántos días hubiese durado esa misma comida si se hubiesen incorporado 10 excursionistas más.

Este es un típico problema de proporcionalidad. En este caso es proporcionalidad inversa pues a cuanta más gente tengamos, menos días durará la comida (asumimos que todo el mundo come la misma cantidad que antes de que aparecieran los 10 excursionistas). Podemos resolverlo como sigue:

1) $50\text{p} \longrightarrow 60\text{días}$, entonces $50 : 50 = 1\text{p} \longrightarrow 60 \cdot 50 = 3.000$ días, y por último, $(50 + 10) \cdot 1\text{p} = 60\text{p} \longrightarrow 3.0000/60 = 50$ días.

- Solución: hubiesen durado 50 días.

2) $$\begin{cases} 50\text{p} \longrightarrow 60 \text{ días} \\ 60\text{p} \longrightarrow x \text{ días} \end{cases} \Longrightarrow x = \frac{60 \text{ días} \cdot 50\text{p}}{60\text{p}} = 50 \text{ días.}$$

- Solución: hubiesen durado 50 días.

Nota: hay más métodos para resolver este tipo de problemas, pero estos dos son los principales.

b) Calcule cuántos excursionistas podrían haber subsistido con la misma reserva de comida durante 100 días.

Este apartado sigue la misma lógica que el anterior, la diferencia es que aquí la variable a calcular es el número de personas en vez del número de días: vuelve a ser un problema de proporcionalidad inversa pues a cuantos más días, menos personas debe haber para poder alimentarlas a todas. Lo resolveremos por los dos mismos métodos anteriores:

1) 50p $\longrightarrow$ 60días, entonces $60 : 60 = 1$ día $\longrightarrow 50 \cdot 60 = 3.000$p, y por último, $(60 + 40) \cdot 1$p $= 100$ días $\longrightarrow 30.000/100 = 30$ personas.

- Solución: subsistirían 30 personas.

2) $$\begin{cases} 50\text{p} \longrightarrow 60 \text{ días} \\ x\text{p} \longrightarrow 100 \text{ días} \end{cases} \Longrightarrow x = \frac{60 \text{ días} \cdot 50\text{p}}{100 \text{ días}} = 30 \text{ personas.}$$

- Solución: subsistirían 30 personas.

****

EJERCICIO 3

EJERCICIO 3

Por una camiseta, una USB y un ordenador ha pagado un total de 155 €. Sabiendo que la camiseta vale 15 € más que la USB y que el juego de ordenador vale el doble que la USB, calcule el precio que ha pagado por cada objeto (**1 punto**).

Calcule el precio que ha pagado por cada objeto.

Este en un problema de ecuaciones (de primer grado en este caso). Para plantear la ecuación lo primero que tenemos que darnos cuenta es que todos los precios están relacionados así que con una incógnita nos va a bastar.
Llamando $x =$ precio del USB (pues todo está en referencia a él):

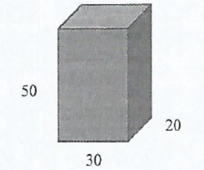
- $$\overbrace{x+15}^{\text{precio de la camiseta}} + \overbrace{x}^{\text{precio del USB}} + \overbrace{2x}^{\text{precio del juego}} = 155$$
  $$x + 15 + x + 2x = 155$$
  $$4x = 155 - 15 = 140$$
  $$x = \frac{140}{4} = 35$$
  $$\underbrace{x}_{\text{USB}} = 35,\ \underbrace{x+15}_{\text{camiseta}} = 35 + 15 = 50,\ \underbrace{2x}_{\text{juego}} = 2 \cdot 35 = 70$$
- <u>Solución</u>: la camiseta vale 50 €, la USB 35 € y el juego de ordenador 70 €.

****

EJERCICIO 4

EJERCICIO 4

El prisma que se muestra en la figura tiene 50cm de alto, 30cm de largo y 20cm de ancho.



a) Calcule el valor del volumen de la figura expresando el resultado en cm^3 y en litros (**1,5 puntos**).

b) Calcule el área total de la figura expresando el resultado en cm^2 (**1 punto**).

c) Calcule el precio total que deberíamos pagar por pintar la superficie de la figura con una pintura que cueste 0,53 euros el centímetro cuadrado (**0,5 puntos**).

a) Calcule el valor del volumen de la figura expresando el resultado en cm^3 y en litros.

En el caso de esta figura, un paralelepípedo, el volumen no es más que multiplicar el área de la base por la altura. Como la base es un rectángulo, su área será su base por su altura, es decir:

- $V = A_{\text{base}} \cdot h = 30 \cdot 20 \cdot 50 = 30.000\text{cm}^3$
- Para hallar el volumen en litros tendremos en cuenta las relaciones 1l$= 1\text{dm}^3$ y que $1\text{dm}^3 = 1.000\text{cm}^3$. Juntando ambas:
- $30.000\text{cm}^3 = 30.000\text{cm}^3 \dfrac{1\text{dm}^3}{1.000\text{cm}^3} = 30\text{dm}^3 = 30\text{l}$
- Solución: el volumen de la figura será de 30.000cm^3 o de 30 litros.

b) Calcule el área total de la figura expresando el resultado en cm^2.

Para calcular el área de la figura calculamos el área de las bases (superior e inferior), el área de las caras laterales y las sumaremos. En todos los casos tenemos rectángulos así que sus áreas serán base por altura.
Las caras laterales se dividen en dos grupos: las dos que tienen base 30cm y altura 50cm y las dos que tienen base 20cm y altura 50cm. Es decir:

- Área de la base: $30 \cdot 20 = 600\text{cm}^2$
- Área lateral de base de 20cm: $20 \cdot 50 = 1.000\text{cm}^2$
- Área lateral de base de 30cm: $30 \cdot 50 = 1.500\text{cm}^2$
- Sumándolo todo: $\overbrace{2 \cdot 600}^{\text{2 “tapas”}} + \overbrace{2 \cdot 1.000}^{\text{2 caras de base 20cm}} + \overbrace{2 \cdot 1.500}^{\text{2 caras de base 30cm}} =$
  $= 1.200 + 2.000 + 3.000 = 6.200$
- <u>Solución:</u> el área total de la figura es de 6.200cm^2

c) Calcule el precio total que deberíamos pagar por pintar la superficie de la figura con una pintura que cueste 0,53 euros el centímetro cuadrado.

- Este apartado puede resolverse con una sencilla regla de tres directa o usando el sentido común: si 1cm^2 son $0,53$ €, entonces 6.200cm^2 harán un total de $0,53 \cdot 6.200 = 3.286$

- Solución: el precio total será de 3.286 €

****

EJERCICIO 5

EJERCICIO 5

Las edades de los 24 alumnos que participan en un intercambio cultural con alumnos de otros países son las edades que se muestran en la siguiente tabla

12	13	12	14	14	12
11	13	11	15	13	12
14	15	14	14	12	13
14	14	12	11	14	14

a) Construya una tabla de frecuencias absolutas y acumuladas con los datos anteriores (**0,5 puntos**).

b) Calcule la mediana y la moda (**0,5 puntos**).

c) Calcule la media aritmética (aproxime el resultado con dos cifras decimales) (**0,75 puntos**).

d) Calcule la desviación típica (aproxime el resultado con dos cifras decimales) (**0,75 puntos**).

a) Construya una tabla de frecuencias absolutas y acumuladas con los datos anteriores.

Para construir la tabla nos fijamos en qué valores aparecen (ordenamos de menor a mayor) y las veces que aparecen (frecuencia absoluta). Las frecuencias acumuladas serán las sumas de las frecuencias absolutas desde el primero hasta el valor en el que estemos.

VALOR	FR. ABSOLUTA	FR. ACUMULADA
11	3	3
12	6	9 (3+6)
13	4	13 (9+4)
14	9	22 (13+9)
15	2	24 (22+2)

Como es lógico, la suma de las frecuencias de las frecuencias absolutas es 24, el total de datos.

b) Calcule la mediana y la moda.

La mediana es el valor central de la distribución una vez ordenados los datos y la moda es el valor o valores que más se repiten.

- Miramos las frecuencias absolutas y nos quedamos con la mayor. En este caso es 9. La moda será el valor que tiene asociado esa frecuencia absoluta.
- Solución: la moda de la distribución es 14.
- Para el cálculo de la mediana en el caso de que el número de valores sea par (como es el caso aquí porque tenemos 24), la mediana será la media aritmética de los dos valores centrales. Obtenemos dichos valores mirando los que ocupan la posición 12ª (24:2) y 13ª $(24 : 2 + 1)$ en la tabla de frecuencias acumuladas: 13 (12ª posición) y 13 (13ª posición). Así pues, la mediana será: $\dfrac{13+13}{2} = 13$
- Solución: la mediana de la distribución es 13.

c) Calcule la media aritmética (aproxime el resultado con dos cifras decimales).

Para calcular la media podemos seguir dos caminos:

1) Sumar todos los datos y dividir entre 24 (no recomendado).
2) Usar la fórmula $\bar{x} = \dfrac{\sum_i x_i \cdot F_i}{N}$ que viene a decir que podemos multiplicar cada valor por su frecuencia absoluta, luego sumarlos y dividir entre el total de datos. En este caso particular tendremos:

- $\bar{x} = \dfrac{11 \cdot 3 + 12 \cdot 6 + 13 \cdot 4 + 14 \cdot 9 + 15 \cdot 2}{24} = 13,0416\ldots \approx 13,04$
- <u>Solución:</u> la media es $13,04$.

d) Calcule la desviación típica (aproxime el resultado con dos cifras decimales).

La desviación típica es la medida de dispersión por excelencia y nos dice cómo de alejados están nuestros datos de la media. Para ello solemos usar la fórmula: $\sigma = +\sqrt{\dfrac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot F_i}{N}}$, es decir, para cada valor hay que calcular su diferencia con respecto a la media, elevar ese resultado al cuadrado y multiplicarlo por su frecuencia absoluta. Una vez calculado esto para los distintos valores, los sumamos y los dividimos por el total de datos. Por último, extraemos la raíz cuadrada con su valor positivo.

- En nuestro caso, el primer paso sería hacer: $(11 - 13,04)^2 \cdot 3 + (12 - 13,04)^2 \cdot 6 + (13 - 13,04)^2 \cdot 4 + (14 - 13,04)^2 \cdot 9 + (15 - 13,04)^2 \cdot 2 \approx 34,95833$
- El segundo paso sería: $\dfrac{34{,}95833}{24} \approx 1,45659$
- El tercer y último paso sería: $\sqrt{1,45659} \approx 1,206892 \approx 1,21$

- <u>Solución:</u> la desviación típica es 1,21.