

CONSOLIDACIÓN

Ficha *Funciones lineales*

1. a) $m = -4$ b) $m = 2$ c) $m = 0$ d) $m = \frac{1}{3}$
2. a) $m = \frac{6-3}{2-1} = 3$ b) $m = \frac{1-3}{2-(-2)} = \frac{-1}{2}$ c) $m = \frac{9-5}{-2-2} = -1$ d) $m = \frac{5-(-2)}{2-0} = \frac{7}{2}$
3. a) $m = -4, n = 3$ b) $m = \frac{1}{2}, n = -1$ c) $m = 3, n = -2$ d) $m = 0, n = -2$
4. a) I b) IV c) III d) II
5. a) $y = 2x - \frac{1}{3}$
- b) $\frac{x-1}{1-(-1)} = \frac{y-1}{1-2} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} \Rightarrow 2y-2 = -x+1 \Rightarrow 2y = -x+3 \Rightarrow y = \frac{-x}{2} + \frac{3}{2}$
- c) $y - (-1) = 3 \cdot (x - 4) \Rightarrow y = 3x - 13$
- d) $y = -4x$
- e) $y - (-2) = -\frac{1}{2} \cdot x \Rightarrow y = \frac{-x}{2} - 2$
6. a) $3x - y - 2 = 0$ b) $4x - y - 2 = 0$ c) $2x + 3y - 3 = 0$
7. Recta roja: $y = x - 2$ Recta azul: $y = 2x - 1$ Recta verde: $y = -x - 2$ Recta morada: $y = \frac{x}{2} + 2$

Ficha Posiciones relativas de rectas

1. a) $r: y = -2x + 2$ y $s: y = -2x - 1$.

Las dos rectas tienen pendiente -2 . Por tanto, o son paralelas o son coincidentes. La recta r pasa por el punto $(0, 2)$ y, la recta s , no. Por tanto las rectas son paralelas.

b) $r: y = \frac{6x-12}{9}$, $s: y = \frac{10x-20}{15}$

La recta r tiene pendiente $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ y, la recta s , $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. Por tanto, o son paralelas o son coincidentes. La recta r pasa por el punto $(2, 0)$ y, la recta s , también. Por tanto las rectas son coincidentes.

c) $r: y = -2x + 2$ y $s: y = x - 2$.

Las rectas r tiene pendiente -2 y, la recta s , 1 . Por tanto las rectas son secantes.

d) $r: y = x + 2$ y $s: y = 1$.

Las rectas r tiene pendiente 1 y, la recta s , 0 . Por tanto las rectas son secantes.

2. La recta tiene pendiente $m = 3$.

Cualquier recta con pendiente 3 será paralela a $y = 3x - 2$. Por ejemplo, $y = 3x$, $y = 3x + 1$ e $y = 3x - 2$.

3. a) $r: y = -x + 2$, $s: y = -2x + 3$

Las rectas r tiene pendiente -1 y, la recta s , -1 . Por tanto las rectas son secantes.

Para hallar el punto de corte resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 3 \end{cases} \Rightarrow -x + 2 = -2x + 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$$

Las rectas se cortan en el punto $(1, 1)$.

b) $r: y = -2x + 2$, $s: y = \frac{-4x-1}{2}$

Las dos rectas tienen pendiente -2 . Por tanto, o son paralelas o son coincidentes. La recta r pasa por el punto $(0, 2)$ y, la recta s , no. Por tanto las rectas son paralelas.

c) $r: y = -x + 2$, $s: y = -x - 1$

Las dos rectas tienen pendiente -1 . Por tanto, o son paralelas o son coincidentes. La recta r pasa por el punto $(0, 2)$ y, la recta s , no. Por tanto las rectas son paralelas.

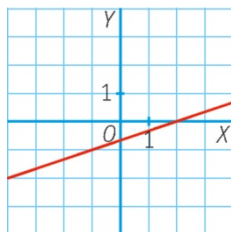
d) $r: y = -3x + 5$, $s: y = -3x + 5$

Ambas rectas tienen la misma expresión. Por tanto, son coincidentes.

4. a) $r: y = \frac{x-2}{3}$, $s: y = \frac{2x-4}{6}$

Las dos rectas tienen pendiente $\frac{1}{3}$

b)

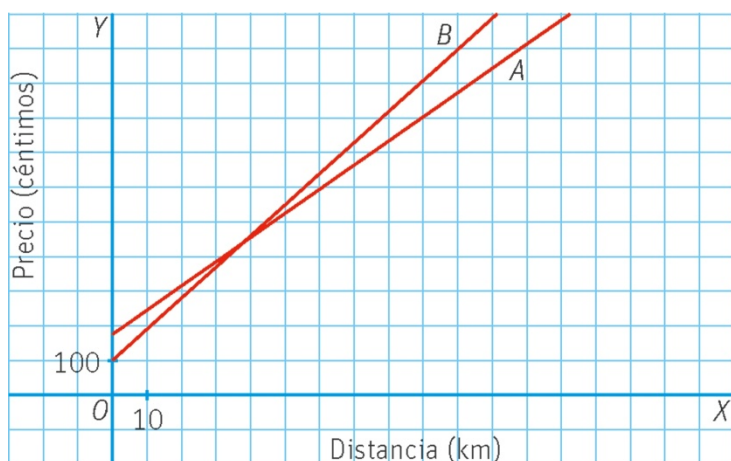


c) Son rectas coincidentes.

5. a) La pendiente de la recta buscada será la misma que la de $y = 2x - 3$; es decir, 2. La ecuación es $y - 3 = 2 \cdot (x - 4)$.
- b) La pendiente de la recta buscada será la misma que la de $2x - 3y + 2 = 0$; es decir, $\frac{2}{3}$. La ecuación es $y = \frac{2}{3} \cdot (x + 3)$
- c) La pendiente de la recta buscada será la misma que la de $y = 2$; es decir, 0. La ecuación es $y - (-2) = 0$.
6. Respuesta libre. Por ejemplo, $r: x - y = 0$ y $s: x + y - 2 = 0$.
7. La recta r tiene pendiente -2 y, la recta s , $\frac{-1}{k}$.

Para que sean paralelas $-2 = \frac{-1}{k} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

8. a)



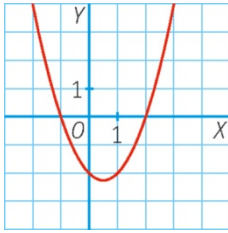
- b) El billete cuesta, en la empresa A, $175 + 7 \cdot 20 = 315$ céntimos = 3,15 €. En la empresa B vale $100 + 9 \cdot 20 = 280$ céntimos = 2,80 €. Interesa comprar el billete en la empresa B.
- c) El billete cuesta, en la empresa A, $175 + 7 \cdot 200 = 1575$ céntimos = 15,75 €. En la empresa B vale $100 + 9 \cdot 200 = 1900$ céntimos = 19 €. Interesa comprar el billete en la empresa A.
- d) Si llamamos x al número de kilómetros que se recorren, el billete cuesta, en la empresa A, $y = 175 + 7x$, y en la empresa B $y = 100 + 9x$.
 $175 + 7x = 100 + 9x \Rightarrow x = 37,5$ km

Ficha Funciones cuadráticas

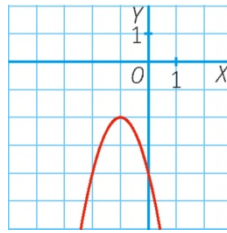
1. a) Sí b) Sí c) No
2. La única gráfica que es una parábola es la correspondiente a la del apartado b).
3. a) Vértice: $x = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow y = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 1 = 0$
 $V(-1, 0)$ es un máximo porque la parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = -1 < 0$.
- b) Vértice: $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - 2 = -\frac{13}{2}$
 $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{13}{2}\right)$ es un mínimo porque la parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = 2 > 0$.
- c) Vértice: $x = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow y = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 12 = 0$
 $V(2, 0)$ es un mínimo porque la parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = 3 > 0$.
- d) Vértice: $x = \frac{0}{-4} = 0 \Rightarrow y = 5 - 2 \cdot 0^2 = 5$
 $V(0, 5)$ es un máximo porque la parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = -2 < 0$.
- e) Vértice: $x = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + 3 = -\frac{13}{4}$
 $V\left(\frac{5}{2}, -\frac{13}{4}\right)$ es un mínimo porque la parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = 1 > 0$.
- f) $f(x) = -(x+3)^2 = -x^2 - 6x - 9 \Rightarrow$ Vértice: $x = \frac{6}{-2} = -3 \Rightarrow y = -(-3+3)^2 = 0$
 $V(-3, 0)$ es un máximo porque la parábola tiene las ramas hacia arriba ya que $a = -1 < 0$.
4. a) Eje de simetría: $x = 0$. La parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = -1 < 0$.
- b) Eje de simetría: $x = \frac{5}{4}$. La parábola tiene las ramas hacia arriba ya que $a = 2 > 0$.
- c) Eje de simetría: $x = -1$. La parábola tiene las ramas hacia arriba ya que $a = 3 > 0$.
- d) Eje de simetría: $x = 0$. La parábola tiene las ramas hacia arriba ya que $a = 2 > 0$.
- e) Eje de simetría: $x = 2$. La parábola tiene las ramas hacia arriba ya que $a = 2 > 0$.
- f) Eje de simetría: $x = -\frac{1}{2}$. La parábola tiene las ramas hacia abajo ya que $a = -1 < 0$.
5. a) Eje X: $y = 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow (3, 0)$ y $(2, 0)$
 Eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = -6 \Rightarrow (0, -6)$
- b) Eje X: $y = 0 \Rightarrow 3x^2 + 10 = 0$ No tiene solución \Rightarrow No corta al eje X
 Eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow (0, 10)$
- c) Eje X: $y = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x \cdot (-4x + 8) = 0 \Rightarrow \frac{0}{2} \Rightarrow (0, 0)$ y $(2, 0)$

Eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0)$

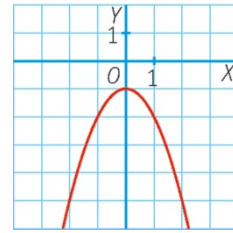
6. a)



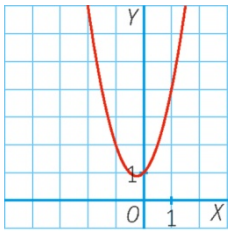
c)



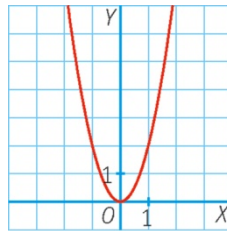
e)



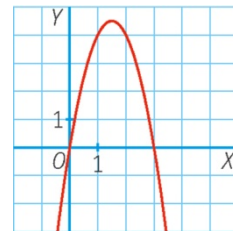
b)



d)



f)



7. a) Vértice: $V(0, 1)$

Eje de simetría: $x = 0$

Cortes ejes: $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, 1)$

$a < 0$

b) Vértice: $V(2, 0)$

Eje de simetría: $x = 2$

Cortes ejes: $(2, 0)$ y $(0, 4)$

$a > 0$

8. a) II

b) I

c) III

PROFUNDIZACIÓN

Ficha *Ingresos, costes y beneficios*

1. Al ser la función beneficio una función cuadrática convexa ($a = -1 < 0$), su máximo estará en el vértice de la parábola.

$$\text{Vértice: } x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-7}{-2} = 3,5 \quad ; \quad y_v = -3,5^2 + 7 \cdot 3,5 - 10 = 2,25$$

Para alcanzar el beneficio máximo debe producir 3,5 hl de leche y, en ese caso, obtendría un beneficio de 2250 €.

PROFUNDIZACIÓN

Ficha *Precio de las entradas*

1. Si llamamos x a los euros que sube el precio del frigorífico (si x fuera negativo se interpretaría como una bajada), la función ingresos quedaría:

$$I(x) = (300 + 10x) \cdot (150 - 6x) = -60x^2 - 300x + 45\,000$$

El máximo estará en el vértice de la parábola:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{300}{2 \cdot (-60)} = -2,5 \quad ; \quad I(-2,5) = 275 \cdot 165 = 45\,375$$

Luego, debe poner el precio del frigorífico a 275 € y, así, recaudaría unos ingresos máximos de 45 375 €.