CONSOLIDACIÓN

Ficha *Permutaciones y principio de multiplicación*

1. Se pueden dar 6 · 6 · 2 = 72 resultados diferentes.
2. Se puede vestir de 4 · 8 · 2 · 3 · 2 = 384 formas diferentes, luego sí puede ir un año vestido cada día de forma diferente.
3. Pueden hacer $P_5 = 5! = 120$ rutas diferentes.
4. a) $P_5 = 5! = 120$ palabras.

   b) $P_4 = 4! = 24$ palabras.

   c) Para elegir el inicio y el final se tienen 3 · 2 = 6 formas. Las letras del medio se pueden colocar de $P_3 = 3! = 6$ formas. Por lo que, en esas condiciones, se pueden formar 6 · 6 = 36 palabras.
5. De $P_{10}^{3,4,2,1} = \dfrac{10!}{3!\cdot 4!\cdot 2!\cdot 1!} = 12\,600$ formas diferentes
6. a) $P_5^{2,2,1} = \dfrac{5!}{2!\cdot 2!\cdot 1!} = 30$ números

   b) Como la última cifra tiene que ser un 2, las cuatro restante se pueden ordenar de $P_4^{2,1,1} = \dfrac{4!}{2!\cdot 1!\cdot 1!} = 12$ formas diferentes.

   c) Como los seis dígitos suman 9, todos los números que se forman son múltiplos de 3 (y de 9) con lo que no se puede formar ningún número primo.
7. a) $P_4 = 4! = 24$ números.

   b) De los 24 números, en 6, las unidades son un 2; en otros 6, las unidades son un 4, 6 en donde las unidades son un 6 y 6 más en donde las unidades son un 8. Por tanto, la suma de las unidades será $6\cdot(2+4+6+8) = 120$. Haciendo lo mismo con las decenas, centenas y las unidades de millar se tiene que la suma total es: $120\cdot(1+10+100+1000) = 133\,320$.

   c) De los 24 números, 6 empiezan por 2, 6 empiezan por 4 y 6 empiezan por 6. El número que nos dan es el más pequeño que empieza por 8, por lo que ocupará el puesto 19.º.

   d) Se pueden formar $P_5 = 5! = 120$ números, pero hay que restar los que empiezan por 0 que son 24, con lo que en total hay 96 números posibles.
8. Puede hacer $P_9^{5,4} = \dfrac{9!}{5!\cdot 4!} = 126$ caminos posibles.

Ficha *Variaciones*

1. a) $V_{6,3} = 120$

   b) $V_{15,2} = 210$

   c) $VR_{7,3} = 343$

   d) $VR_{3,7} = 2187$

2. De $V_{25,2} = 600$ formas.

3. a) $VR_{3,2} = 9$ jugadas.

   b) $V_{3,2} = 6$ jugadas.

4. Hay $V_{9,6} = 60\,480$ números.

5. Hay $V_{45,5} = 146\,611\,080$ formas diferentes.

6. a) Habrá $VR_{6,5} = 7776$ resultados distintos..

   b) Habrá $V_{6,5} = 720$ resultados.

7. a) Se podrán formar $V_{5,3} = 60$, menos los que empiezan por 0 que son 12, es decir, se pueden formar 48 números.

   b) Se podrán formar $VR_{5,3} = 125$, menos los que empiezan por 0 que son 25, es decir, se pueden formar 100 números.

8. a) Se pueden formar $VR_{27,2} \cdot VR_{10,3} = 729\,000$ códigos.

   b) Se podrán formar $2 \cdot 5 \cdot 22 \cdot VR_{10,2} \cdot 5 = 110\,000$ códigos.

9. Con un solo carácter se pueden hacer 2 secuencias: {· ·} y {– –}
   Con dos caracteres se pueden hacer $VR_{2,2} = 4$ secuencias.

   Con tres caracteres se pueden hacer $VR_{2,3} = 8$ secuencias.

   Con cuatro caracteres se pueden hacer $VR_{2,4} = 16$ secuencias.

   En total se pueden hacer 30 secuencias.

10. Los resultados totales son $VR_{2,n} = 2^n = 512$, con lo que n = 9.

Ficha *Números combinatorios*

1. a) $C_{10,3} = 120$

   b) $C_{7,5} = 21$

   c) $\binom{6}{2} = 15$

   d) $\binom{13}{9} = 715$

2. a) $\binom{8}{5} = \binom{8}{3} \Rightarrow \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 5!}$

   b) $\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 2^3 \Rightarrow 1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3$

   c) $f \binom{4}{1} + \binom{4}{2} = \binom{5}{2} \Rightarrow 4 + 6 = 10$

3. $C_{7,3} = 35$ formas

4. a) $C_{71,4} = 971\,635$ posibilidades

   b) $C_{35,4} = 52\,360$ posibilidades

5. Se podrán trazar $C_{10,2} - 10 = 45 - 10 = 35$ diagonales.

6. Se pueden formar $C_{6,3} - 2 = 20 - 2 = 18$ triángulos.

7. Se pueden formar $C_{2,1} \cdot C_{6,4} \cdot C_{7,4} \cdot C_{4,2} = 2 \cdot 15 \cdot 35 \cdot 6 = 6300$ alineaciones.

8 a) $C_{79,6} = 277\,962\,685$ formas

   b) $C_{26,2} \cdot C_{28,2} \cdot C_{25,2} = 325 \cdot 378 \cdot 300 = 36\,855\,000$ formas

PROFUNDIZACIÓN

Ficha *Combinaciones con repetición*

1. $CR_{7,2} = C_{8,2} = 28$ fichas

2. a) $C_{18,3} = 816$ combinaciones posibles

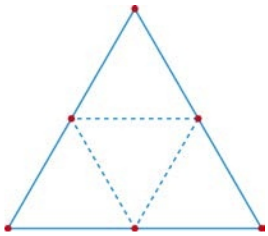
   b) $CR_{18,3} = C_{20,3} = 1140$ combinaciones posibles

   c) $CR_{18,2} = C_{19,2} = 171$ combinaciones posibles

   d) $CR_{17,2} = C_{18,2} = 153$ combinaciones posibles

Ficha *Principio del palomar*

1. Si se divide el triángulo en cuatro triángulos equiláteros de lado 1 cm tal y como muestra la figura, por el principio del palomar, al menos dos puntos irán al mismo triángulo y por tanto estarán a una distancia menor o igual que 1 cm.



2. Dado un número natural *N* cualquiera, al dividir cualquier número por *N* solo hay *N* posibles restos que son 0, 1, 2,…, *N* – 1. Estos serán los palomares.

   Se considera a continuación los *N* + 1 números formados de la siguiente manera. 1, 11, 111, 1111, etc. Estos números serán las palomas.

   Por el principio del palomar habrá dos de ellos con el mismo resto. Esto quiere decir que si restamos el mayor menos el menor el resultado va a ser un múltiplo de *N* (ver ejemplo 1) y además que va a ser un número formado únicamente por ceros y unos.