1. **a)** $(f \circ g)(x) = f\left(\dfrac{x^2-1}{9-x^2}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{x^2-1}{9-x^2}}} = \sqrt{\dfrac{9-x^2}{x^2-1}}$ $\qquad (g \circ f)(x) = g\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) = \dfrac{\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 - 1}{9 - \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2} = \dfrac{\dfrac{1}{x} - 1}{9 - \dfrac{1}{x}} = \dfrac{\dfrac{1-x}{x}}{\dfrac{9x-1}{x}} = \dfrac{1-x}{9x-1}$

b) $\text{Dom}(f \circ g) = (-3,-1) \cup (1,3)$. $\text{Dom}(g \circ f) = \left(0,\dfrac{1}{9}\right) \cup \left(\dfrac{1}{9},\infty\right)$

2. **a)** $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+x-1}-1}{x-1} = \dfrac{3}{2}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^2+3x-4}{x^2-5x+1}\right)^{\frac{x^2-3x+1}{4x-1}} = e^2$

c) $\lim\limits_{x \to 2} \left(\dfrac{2x^2+x-9}{x^3+x^2-6x} - \dfrac{3-x}{2x-x^2}\right) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x+1}{x^2+x-6} = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x+1}{x^2+x-6} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x+1}{x^2+x-6} = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ No existe el límite.

3. Hay que estudiar la continuidad en $x = -2$, $x = 0$ y $x = 1$.

En $x = -2$: $\begin{cases} -2 \notin \text{Dom}(f) \\ \lim\limits_{x \to -2^-} \dfrac{x}{x^2+4x+4} = +\infty \Rightarrow \text{ Discontinuidad de salto infinito.} \\ \lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x}{x^2+4x+4} = +\infty \end{cases}$

En $x = 0$: $\begin{cases} f(0) = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x}{x^2+4x+4} = 0 \Rightarrow \text{ Discontinuidad de salto finito.} \\ \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} = -3 \end{cases}$

En $x = 1$: $\begin{cases} 1 \notin \text{Dom}(f) \\ \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{(x-1)(x-3)}{x-1} = -2 \Rightarrow \text{ Discontinuidad evitable.} \\ \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{(x-1)(x-3)}{x-1} = -2 \end{cases}$

4. $x = 1$: $\begin{cases} f(1) = 1\ln 1 + a = a \\ \lim\limits_{x \to 1^-} (x \ln x + a) = a \\ \lim\limits_{x \to 1^+} (3x^2 - ax + 4) = -a + 4 \end{cases} \Rightarrow a = -a + 4 \Rightarrow a = 2$

5. Por el teorema de Bolzano como $f(0) = e^0 - 0 = 1 > 0$ y $f(1) = e^{-1} - 1 = \dfrac{1}{e} - 1 < 0$, en el intervalo (0,1) existe al menos una solución de la ecuación.

6. **a)** $f(0) = 450$ €

b) $x = 24$: $\begin{cases} f(24) = 450 \\ \lim\limits_{x \to 24^-} \left(450 - 25t\left(\dfrac{t}{24} - 1\right)\right) = 450 \Rightarrow \dfrac{24a + 14280}{36} = 450 \Rightarrow a = 80 \\ \lim\limits_{x \to 24^+} \left(\dfrac{at + 14280}{t+12}\right) = \dfrac{24a + 14280}{36} \end{cases}$

c) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{80t + 14280}{t+12}\right) = 80 \Rightarrow$ El precio del móvil nunca descenderá de 80 €.