

# El plano inclinado. 4º. ESO

David Matellano Ana Tineo

Departamento de Física y Química. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

27 de abril de 2022



Esta obra está bajo una licencia [Creative Commons "Reconocimiento-NoCommercial-CompartirIgual 4.0 Internacional"](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



- 1 Cuerpo sobre un plano inclinado
  - Fuerzas actuantes
  - Coeficiente de rozamiento máximo
- 2 Aplicaciones con GeoGebra
- 3 Actuación de una fuerza externa

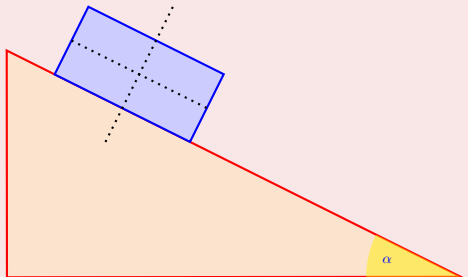
# Cuerpo sobre un plano inclinado

## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

- Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

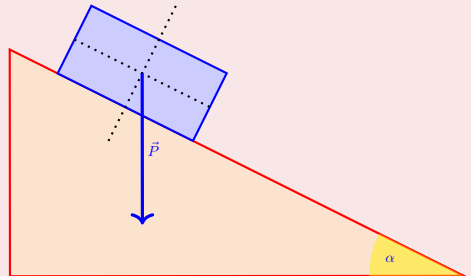
## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

☞ Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

- $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

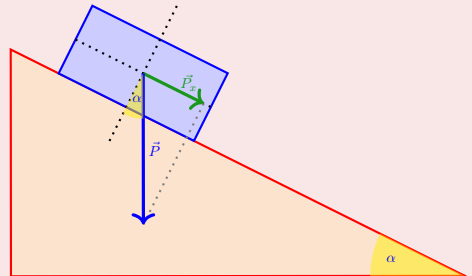
## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

- $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- $\vec{P}_x$ , de módulo  $|\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen } \alpha$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

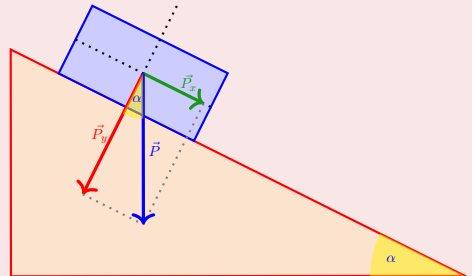
## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

- $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- $\vec{P}_x$ , de módulo  $|\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen } \alpha$
- $\vec{P}_y$ , de módulo  $|\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \text{cos } \alpha$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

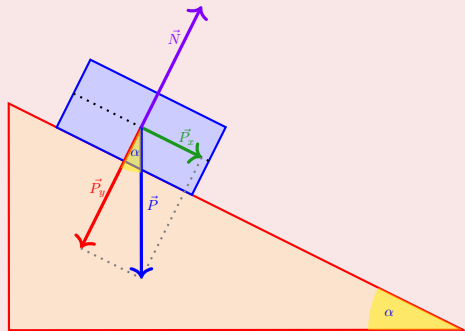
## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

- $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- $\vec{P}_x$ , de módulo  $|\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen } \alpha$
- $\vec{P}_y$ , de módulo  $|\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \text{cos } \alpha$
- Normal:  $\vec{N} = -\vec{P}_y$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

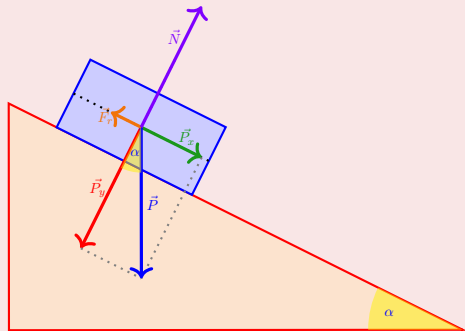
## Fuerzas actuantes

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

Las fuerzas actuantes sobre una masa  $m$  situada sobre un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  son:

- $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- $\vec{P}_x$ , de módulo  $|\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen } \alpha$
- $\vec{P}_y$ , de módulo  $|\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \text{cos } \alpha$
- Normal:  $\vec{N} = -\vec{P}_y$
- $\vec{F}_r$ , de módulo  $|\vec{F}_r| = \mu \cdot |\vec{N}|$

Figuras:





# Cuerpo sobre un plano inclinado

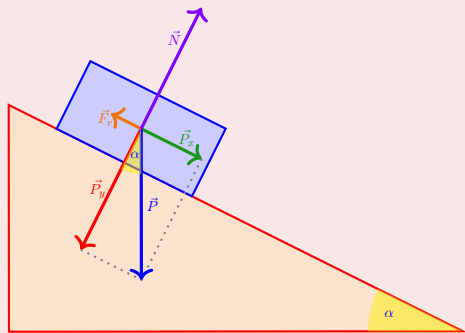
Aceleración de la masa  $m$

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$



La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

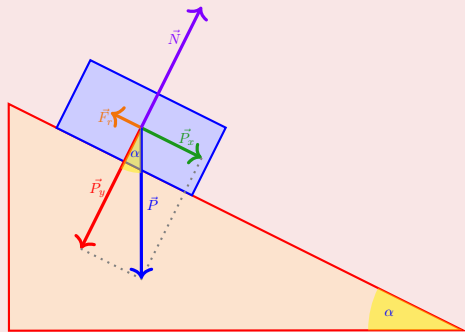
El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$



La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$$

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

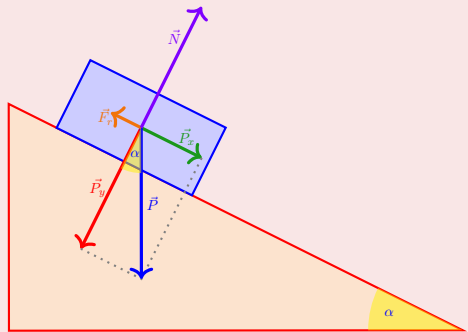
El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

💡 La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$$

💡  $\vec{F}_r$  siempre tiene el sentido opuesto al movimiento.

Figuras:



# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

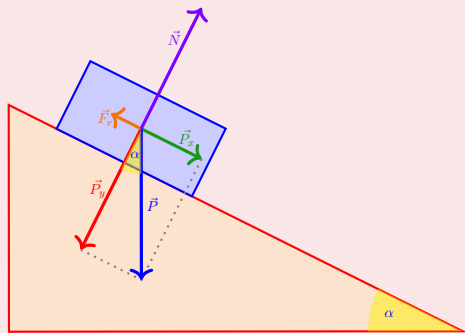
💡 La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$$

💡  $\vec{F}_r$  siempre tiene el sentido opuesto al movimiento.

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Figuras:



¡Importante!

$$\bullet \quad |\vec{F}_r| = \mu \cdot |\vec{N}| = \mu \cdot |\vec{P}_y| = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

💡 La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

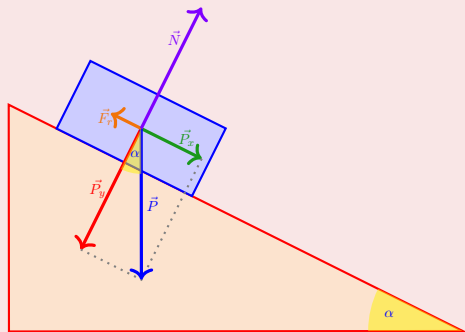
👉  $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$

💡  $\vec{F}_r$  siempre tiene el sentido opuesto al movimiento.

👉  $m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$

👉  $\mathcal{M} \cdot a = \mathcal{M} \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot \mathcal{M} \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$

Figuras:



¡Importante!

💡 Podemos simplificar entre  $m$

# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$



La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$$



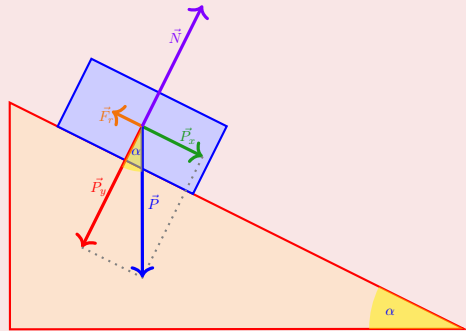
$\vec{F}_r$  siempre tiene el sentido opuesto al movimiento.

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\mathcal{M} \cdot a = \mathcal{M} \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot \mathcal{M} \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$$

$$a = g \cdot (\text{sen } \alpha - \mu \cdot \text{cos } \alpha)$$

Figuras:



¡Importante!

$|\vec{a}|$  no depende de  $m$

# Cuerpo sobre un plano inclinado

Aceleración de la masa  $m$

El plano inclinado de coeficiente de rozamiento  $\mu$

💡 La masa comenzará a caer si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r|$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{P}_x + \vec{F}_r \Rightarrow m \cdot a = |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r|$$

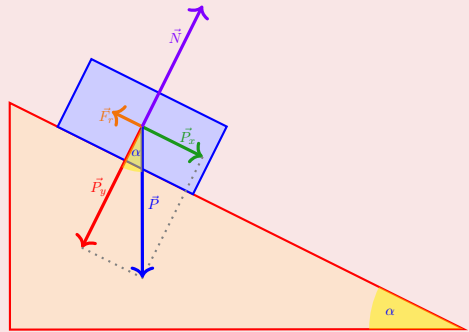
💡  $\vec{F}_r$  siempre tiene el sentido opuesto al movimiento.

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{cos} \alpha$$

$$\cancel{m} \cdot a = \cancel{m} \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot \operatorname{cos} \alpha$$

$$a = g \cdot (\operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot \operatorname{cos} \alpha) > 0$$

Figuras:



¡Importante!

💡 Si  $a \leq 0 \rightarrow$  ¡no se mueve!

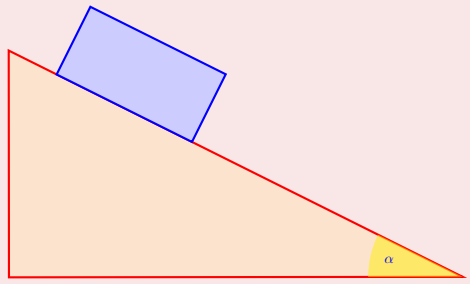
# Coeeficiente de rozamiento máximo

Relación con  $\alpha$

Coeeficiente de rozamiento crítico  $\mu_c$

Definimos  $\mu_c = \tan \alpha$

Figuras:





# Coefficente de rozamiento máximo

Relación con  $\alpha$

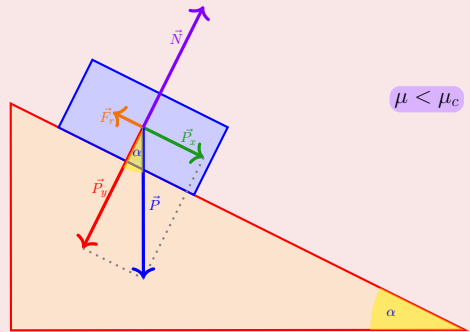
## Coefficente de rozamiento crítico $\mu_c$

Definimos  $\mu_c = \tan \alpha$

Si  $\mu < \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| > |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| > 0$

Cae con aceleración  $|\vec{a}|$

Figuras:



# Coeeficiente de rozamiento máximo

Relación con  $\alpha$

## Coeeficiente de rozamiento crítico $\mu_c$

Definimos  $\mu_c = \tan \alpha$

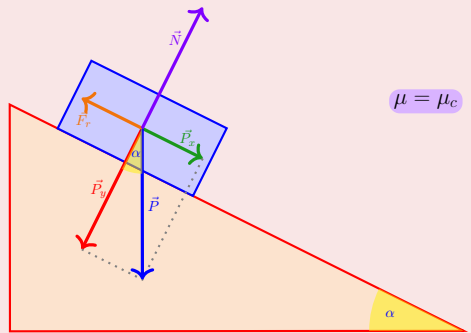
Si  $\mu < \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| > |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| > 0$

Cae con aceleración  $|\vec{a}|$

Si  $\mu = \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| = |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| = 0$

¡Equilibrio inestable!

Figuras:



# Coeeficiente de rozamiento máximo

Relación con  $\alpha$

## Coeeficiente de rozamiento crítico $\mu_c$

Definimos  $\mu_c = \tan \alpha$

Si  $\mu < \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| > |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| > 0$

Cae con aceleración  $|\vec{a}|$

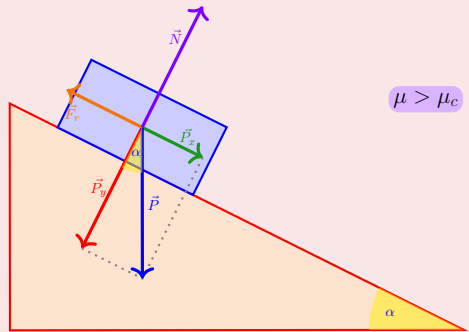
Si  $\mu = \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| = |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| = 0$

¡Equilibrio inestable!


Si  $\mu > \mu_c \Rightarrow |\vec{P}_x| < |\vec{F}_r| \Rightarrow |\vec{a}| < 0$

No se mueve.

Figuras:



## Practica lo aprendido

 Puedes practicar lo aprendido en el siguiente enlace:

 <https://www.geogebra.org/m/f2t7tuwy>

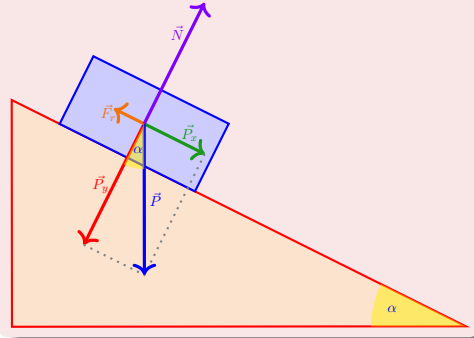
# Actuación de una fuerza externa

Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

Figuras:



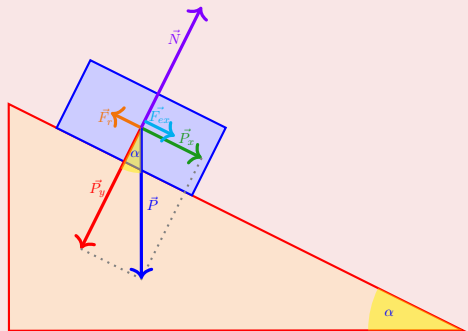
# Actuación de una fuerza externa

Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

- ➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:
- 1 Aplicamos  $F_{ex}$  en el sentido de caída.

Figuras:



# Actuación de una fuerza externa

Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

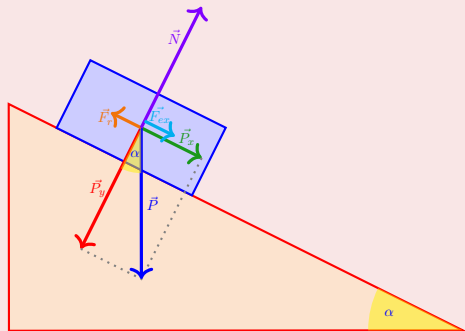
➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

① Aplicamos  $F_{ex}$  en el sentido de caída.



$|\vec{a}|$  aumentará.

Figuras:



# Actuación de una fuerza externa

Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

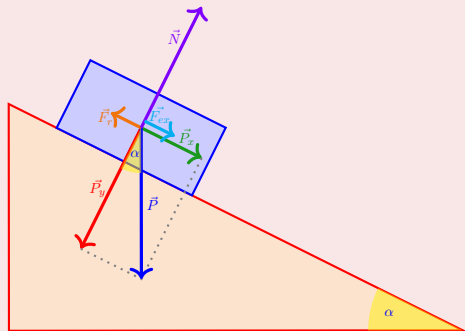
➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

① Aplicamos  $F_{ex}$  en el sentido de caída.



$|\vec{a}|$  aumentará.

Figuras:



## Operaciones

$$\bullet m \cdot a = P_x + F_{ex} - Fr \Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + F_{ex} - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha}{m}$$



# Actuación de una fuerza externa

Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

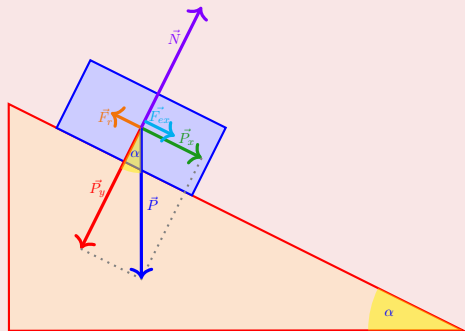
➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

① Aplicamos  $F_{ex}$  en el sentido de caída.



$|\vec{a}|$  aumentará.

Figuras:



## Operaciones

$$\bullet m \cdot a = P_x + F_{ex} - Fr \Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + F_{ex} - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha}{m}$$



$|\vec{a}|$  si depende de  $m$

# Actuación de una fuerza externa

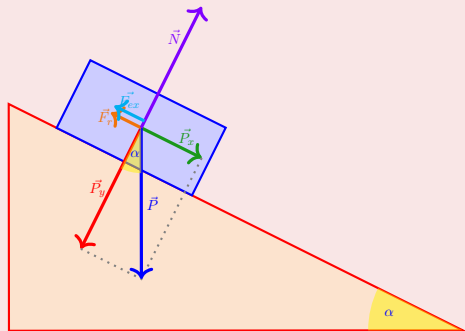
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

- ➊ Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r| + |\vec{F}_{ex}| \Rightarrow$  cae

# Actuación de una fuerza externa

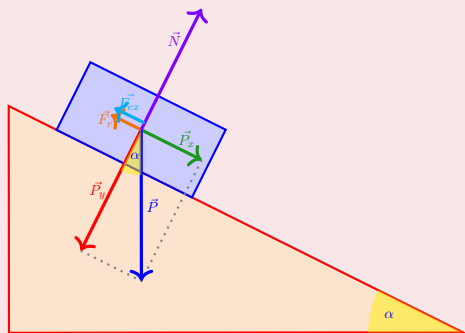
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

- Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_r| + |\vec{F}_{ex}| \Rightarrow$  cae

$$\bullet m \cdot a = P_x - F_{ex} - F_r \Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{ex} - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha}{m}$$

# Actuación de una fuerza externa

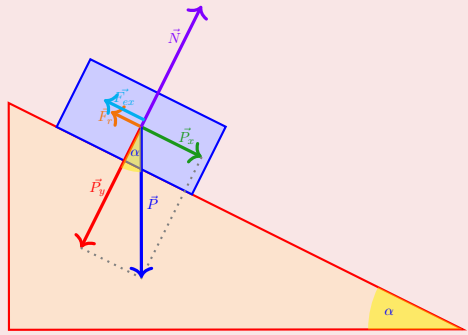
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

② Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{P}_x| - |\vec{F}_r| \leq |\vec{F}_{ex}| \leq |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r| \rightarrow$  ¡no se mueve!

# Actuación de una fuerza externa

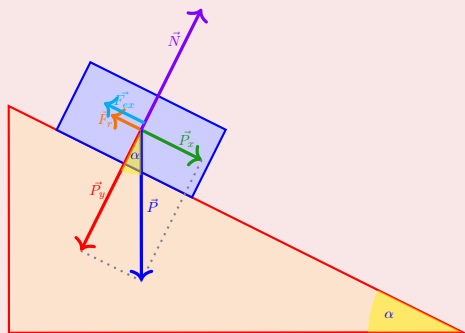
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

② Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{P}_x| - |\vec{F}_r| \leq |\vec{F}_{ex}| \leq |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r| \rightarrow$  ¡no se mueve!

💡 No cae:  $m \cdot a = P_x - F_{ex} - F_r < 0$ , ya que  $|\vec{P}_x| < |\vec{F}_{ex}| + |\vec{F}_r|$

# Actuación de una fuerza externa

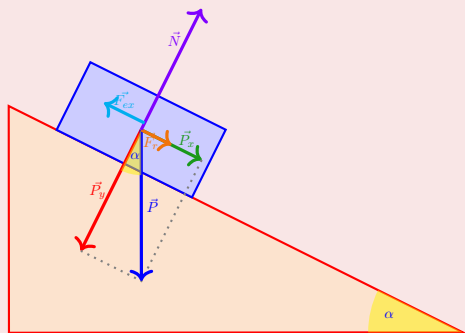
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

② Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{P}_x| - |\vec{F}_r| \leq |\vec{F}_{ex}| \leq |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r| \rightarrow$  ¡no se mueve!

💡 No sube:  $m \cdot a = F_{ex} - Fr - P_x < 0$ , ya que  $|\vec{F}_{ex}| < |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r|$

# Actuación de una fuerza externa

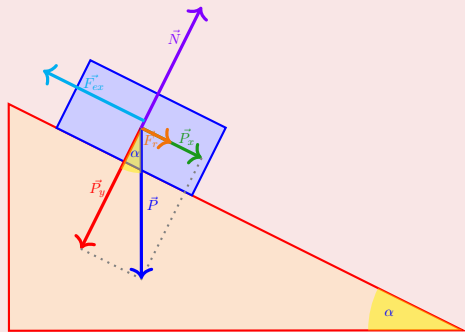
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

② Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{F}_{ex}| > |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r| \Rightarrow$  sube

# Actuación de una fuerza externa

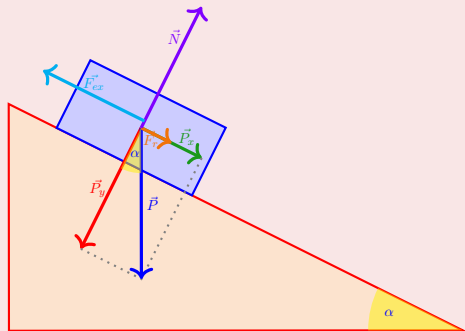
Fuerza paralela a la rampa

## Actuación de una fuerza externa

➡ Dada la situación de fuerzas iniciales:

- ➊ Aplicamos  $\vec{F}_{ex}$  opuesto a  $\vec{P}_x$ .

Figuras:



## Operaciones

💡 Si  $|\vec{F}_{ex}| > |\vec{P}_x| + |\vec{F}_r| \Rightarrow$  sube

$$\bullet m \cdot a = |\vec{F}_{ex}| - |\vec{P}_x| - |\vec{F}_r| \Rightarrow a = \frac{F_{ex} - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha}{m}$$