@palindromiano

Probabilidad - Matemáticas II
Marzo, 2020

1. Espacio muestral y álgebra de sucesos

1. Simplifica la siguiente expresión de sucesos
$$(A \cup B) \cap (C \cup B)$$

2. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otrna negra. Describir el espacio muestral cuando:

   a) La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda (extracción con reemplazamiento).

   b) La primera bola no se devuelve (sin reemplazamiento).

3. Sean A, B y C sucesos de un experimento aleatorio. Se consideran los siguientes sucesos:

   - D1 “al menos dos de los sucesos A, B y C ocurren”
   - D2: “exactamente dos de los sucesos A, B y C ocurren”
   - D3: “no más de dos sucesos A, B y C ocurren”
   - D4: “exactamente ocurre uno solo de los sucesos A, B o C”

   Expresar D1, D2, D3 y D4 en función de A, B y C y representarlos mediante diagramas de Venn.

4. Demostrar la siguiente fórmula de sucesos:
$$A^c - B^c = B - A$$

2. Axiomas de la probabilidad

En algunos de los siguientes problemas, en lugar de calcular la probabilidad de un suceso A, conviene calcular la probabilidad de A^c y luego usar la identidad $p(A^c) = 1 - p(A)$.

5. Se compran 10 papeletas de una rifa de 1000 que ofrece tres premios. ¿Qué probabilidad hay de obtener al menos un premio?

6. Una bolsa contiene 3 bolas numeradas del 1 al 3.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al extraerlas de una en una (sin reemplazamiento), no salgan en orden correlativo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, al menos, una bola coincida con su orden natural?

7. Sabiendo que $p(A) = \dfrac{1}{2}$, que $p(B) = \dfrac{3}{10}$ y que $p(A \cap B) = \dfrac{1}{4}$, calcular $p(A - B)$, $p(A \cup B^c)$,

8. En una ciudad se publican tres periódicos: A, B y C. Según un estudio realizado, se estima que de la población adulta, el 23 % lee A, el 19 % B, el 34 % C, el 6 % A y B, el 7 % A y C, el 9 % B y C y el 2 % A, B y C.

    a) ¿Qué porcentaje de la población no lee ningún periódico?

    b) ¿Cuánto leen solamente un periódico?

    c) ¿Cuántos leen sólamente dos periódicos?

    d) ¿Cuántos leen A pero no B?

    e) ¿Cuántos leen B o C?

3. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos

9. De dos sucesos aleatorios A y B se sabe que $p(A) = \dfrac{1}{3}$, $p(B) = \dfrac{1}{4}$ y $p(A \cap B) = \dfrac{1}{5}$. Calcula:

    a) $p(A/B)$

    b) $p(B/A)$

    c) $p(A \cup B)$

    d) $p(A^c/B)$

    e) $p(B^c/A^c)$

    f) $p(B^c/A)$

10. En una oficina trabajan 20 personas hay 6 personas mayores de 50 años, de las que 4 son hombres. El resto son menores de 50 años y 6 de ellas son mujeres. Determina la dependencia o independencia de los sucesos

    - A=“Ser mujer”
    - B=“Ser mayor de 50 años”

¿Y si la empresa contratara a una persona más que sea mayor de 50 años?

11. Se considera el experimento aleatorio consistente en sacar una carta de una baraja de 40 naipes. Estudiar cuál de los siguientes pares de sucesos son independientes:

    a) A="Sacar oros" y B="sacar rey"
    b) A="Sacar figura" y B="sacar rey"
    c) A="Sacar figura" y B="sacar copas"

12. Para poder realizar un examen, Teodoro decide programarse la alarma del movil. Pero el alumno sólo oye el despertador el 80 % de los casos. En el resto, 20 de cada 100, Teodoro se encuentra en sueño profundo. Si el alumno oye el despertador, la probabilidad de que llegue a tiempo a realizar el examen es del 90 %, mientras que si no lo oye, la probabilidad de que llegue al examen se reduce, siendo un 50 %.

    a) Si Teodoro logra hacer el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya oído el despertador?
    b) Si finalmente no llegó a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya oído el despertador?
    c) Justifica si los sucesos "Oir el despertador" y "Llegar a tiempo a realizar el examen" son dependientes o independientes, compatibles o incompatibles.

4. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes

13. Tenemos una urna con cuatro bolas rojas y 6 bolas negras. Si realizamos dos extracciones sin reemplazamiento, calcular la probabilidad de

    a) Que saquemos una bola negra en la segunda extracción si la primera también lo fue.
    b) Que la primera bola fuese negra sabiendo que la segunda también lo fue.
    c) Analiza los anteriores apartados bajo el supuesto de que las extracciones se realizasen **con reemplazamiento**. Compara los resultados.

14. Una empresa tiene tres fábricas A, B y C de tornillos. En la fábrica A, el 2 % de los tornillos son defectuosos, en la B es el 3 % y en la C es el 1 %. Si mezclamos 300 tornillos de la fábrica A, 200 de la B y 100 de la C, y extraemos un tornillo al azar

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tornillo fuese defectuoso?

    b) Si el tornillo **no** resultó ser defectuoso, ¿qué probabilidad hay de que proviniese de la fábrica A?

15. Una prueba diagnóstica para la diabetes tiene un coeficiente de falsos positivos del 4 % (esto es, 4 de cada 100 personas a las que se le aplica la prueba dan positivo sin ser realmente diabéticos). Dicha prueba tienen un coeficiente de falsos negativos del 5 % (esto es, 5 de cada 100 personas a las que se le aplica la prueba dan negativo siendo diabéticos). Si la prevalencia de la diabetes en la población estudiada es del 7 % ¿cuál es la probabilidad de que sea diabético un individuo en el que la prueba dé positiva? y ¿de que no lo sea uno en el que dé negativo? (Nota: la prevalencia de una enfermedad es el porcentaje de individuos que padecen dicha enfermedad dentro de la población en estudio).

Sé responsable...y no salgas de casa si no es estrictamente necesario. Hay que frenar al virus!