

$$1. f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2(x+h)+1} - \sqrt{2x+1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h(\sqrt{2(x+h)+1} + \sqrt{2x+1})} = \frac{2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} -4 + x^2 & \text{si } x < -2 \\ 4 - x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -4 + x^2 & \text{si } 2 < x \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < -2 \\ -2x & \text{si } -2 < x < 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-2) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} -4 + x^2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} -4 + x^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Es continua en } x = -2.$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(-2^-) = \lim_{x \rightarrow -2^-} 2x = -4 \\ f'(-2^+) = \lim_{x \rightarrow -2^+} -2x = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{No es derivable en } x = -2.$$

3. a)  $f'(x) = 1$

b)  $f'(x) = \frac{3x}{(x^2 - 4)(1 - x^2)}$

c)  $f'(x) = (-4x + 2)e^{-2x}$

4. a)  $f'(x) = \frac{2x+4}{(x-2)^3} \Rightarrow f$  tiene un máximo en  $\left(-2, \frac{1}{4}\right)$ , crece en  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  y decrece en  $(-2, 2)$ .

b)  $f''(x) = \frac{-4x-16}{(x-2)^4} \Rightarrow f$  tiene punto de inflexión en  $\left(-4, \frac{2}{9}\right)$ , cóncava hacia arriba en  $(-\infty, -4)$  y cóncava hacia abajo en  $(-4, 2) \cup (2, +\infty)$ .

5.  $xy = 20000 \Rightarrow y = \frac{20000}{x}$

$$f(x, y) = 2x + 4y = 2x + \frac{80000}{x} \Rightarrow x = 200 \text{ m, } y = 100 \text{ m}$$

6. Como  $f$  es continua y derivable, y como  $f(-1) = f(1)$ , por el teorema de Rolle podemos asegurar que existe  $c \in (-1, 1)$  con  $f'(c) = 0$ .