CONCURSO "QUIERO MI BOCADILLO"

NOVIEMBRE 2023

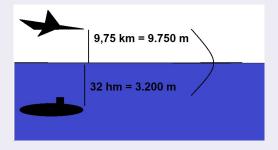
IES ALPAJÉS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Un avión vuela a 9,75 kilómetros sobre el nivel del mar y pasa sobre un submarino que está a 32 hectómetros bajo el nivel del mar. ¿Qué distancia, en metros, los separa?

¿Qué distancia, en metros, los separa?

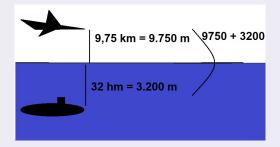
Transformamos las unidades a metros y, con ayuda del dibujo lo resolvemos.



Lo que tenemos que hacer es sumar ambas cantidades para responder a la pregunta.

¿Qué distancia, en metros, los separa?

Transformamos las unidades a metros y, con ayuda del dibujo lo resolvemos.



Solución: la distancia es 9.800 metros.

Nota: lo que hemos hecho, en realidad, es: 7.500 - (-3.200) pues el submarino, al estar bajo el nivel del mar, tiene posición negativa.

Un mago le dice a una persona: "piense un número de tres cifras, multiplíquelo por 10 y después que réstele 16. Ahora divida el resultado entre dos y después réstele el número que había pensado. ¿Qué número ha obtenido?" La persona le responde que 944. ¿Cuál es la suma de las cifras del número que había pensado esa persona?

Pista: llamad "x" al número que había pensado esa persona y resolved la ecuación.

¿Cuál es la suma de las cifras del número que había pensado esa persona?

Planteamos la ecuación con los datos del enunciado:

Sea x = un número de tres cifras cualquiera.

Multiplicamos por 10: $10 \cdot x$

Restamos 16: 10x - 16

Dividimos por 2: $\frac{10x - 16}{2} = 5x - 8$

Restamos el número original: 5x - 8 - x = 4x - 8

Obtenemos el 944: 4x - 8 = 944

Resolvemos la ecuación de primer grado:

$$4x - 8 = 944 \Longrightarrow x = \frac{944 + 8}{4} = 238$$

Sumamos las cifras: 2 + 3 + 8 = 13

• Solución: la suma de las tres cifras es 13.



¿Cuál es el factor primo más grande de 5^6-1 ?

<u>Pista</u>: lo anterior es una diferencia de cuadrados. Expresadlo como identidad notable y factorizad ambas expresiones.

¿Cuá \mid es e \mid factor primo más grande de 5 $^6-1$?

 Siguiendo la pista observamos que tenemos una diferencia de cuadrados y eso implica que tenemos una suma por diferencia que podremos factorizar por separado:

$$5^6 - 1 = (5^3)^2 - 1 = (5^3 + 1) \cdot (5^3 - 1) = 124 \cdot 126$$

La descomposición de ambos números es como sigue:

$$126=2\cdot 3^3\cdot 7$$

$$124=2^2\cdot 31$$

• Solución: el mayor factor primo del número 5^6-1 es 31.

Antoine Gombaud tira un par de dados de seis lados y anota el producto de los dos valores tirados. Antoine continúa tirando los dados hasta que uno de los números que él anota aparezca por tercera vez. ¿Cuál es el número mínimo de lanzamientos que tendrá que hacer Antoine?

Pista: listad los posibles resultados.

¿Cuál es el número mínimo de lanzamientos que tendrá que hacer Antoine?

La respuesta sencilla sería: "el número mínimo será tres pues puede tener la suerte de repetir el número en las tres primeras tiradas". Aunque lo anterior es cierto, no la podemos considerar correcta porque estamos asumiendo el mejor de los casos y, en este tipo de situaciones, hay que ponerse en el peor de los casos.

Primero listado los posibles 36 resultados que obtenemos al lanzar dos dados de seis caras: desde el (1,1),(1,2),... hasta el (6,5) y el (6,6).
Si efectuamos los productos de esos pares de números obtenemos los siguientes 18 resultados: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 25, 25, 30 y 36.

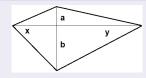
El peor de los casos es que en 36 tiradas nos salga cada resultado dos veces exactamente.

En la siguiente tirada, por fuerza, se ha de repetir uno de ellos, así pues:

• **Solución**: Antoine necesitará 37 lanzamientos para asegurar que, al menos uno de los productos, aparece 3 veces.

Las dos diagonales de un cuadrilátero tienen 12 y 9 de largo, y las diagonales son perpendiculares la una a la otra. Encuentre el área del cuadrilátero. Pista: haced el dibujo y calculad el área de las posibles figuras.

Encuentre el área del cuadrilátero.



• En la imagen tenemos un cuadrilátero con sus diagonales perpendiculares. Por el enunciado sabemos que a+b=9 y que x+y=12.

El área de la figura será la suma de las áreas de los cuatro triángulos.

$$A = \frac{a \cdot x}{2} + \frac{a \cdot y}{2} + \frac{b \cdot x}{2} + \frac{b \cdot y}{2} = \frac{1}{2} \left(x(a+b) + y(a+b) \right) =$$
$$= \frac{1}{2} (a+b)(x+y) = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$$

• Solución: el área del cuadrilátero, sea cual sea, será de 54m².

En el triángulo ABC el ángulo B es un 25 % mayor que el ángulo C y un 50 % mayor que el ángulo A. ¿Cuántos grados mide el ángulo B? (Redondee a las centésimas si fuera necesario).

¿Cuántos grados mide el ángulo B?

 Ponemos todos los ángulos en función del ángulo B y aplicamos que la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo siempre da 180°.

$$B=1,25\cdot C\Longrightarrow C=rac{B}{1,25}=rac{100\cdot B}{125}=rac{4B}{5}$$
 (para no usar decimales).

$$B=1, 5\cdot A \Longrightarrow A=rac{B}{1,5}=rac{10\cdot B}{15}=rac{2B}{3}$$
 (para no usar decimales).

$$A + B + C = 180 \Longrightarrow \frac{4B}{5} + \frac{2B}{3} + B = 180 \Longrightarrow \frac{37 \cdot B}{15} = 180 \Longrightarrow b = \frac{180 \cdot 15}{37} = 72,97^{\circ}$$

• Solución: $B = 72,97^{\circ}$.