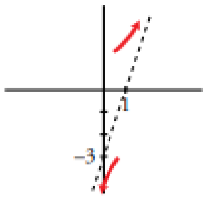
1º BCS REPASO. EJERCICIO DE ASÍNTOTAS Y LÍMITES

28 **Cada una de las siguientes funciones tiene una asíntota oblicua. Hállala y estudia la posición de la curva respecto a ella:**

a) $f(x) = \dfrac{3x^2}{x+1}$ **b)** $f(x) = \dfrac{3+x-x^2}{x}$ **c)** $f(x) = \dfrac{4x^2-3}{2x}$

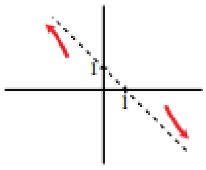
a) $\dfrac{3x^2}{x+1} = 3x - 3 + \dfrac{3}{x+1}$

Asíntota oblicua: $y = 3x - 3$



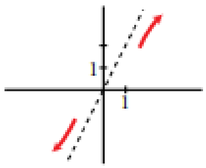
b) $\dfrac{3+x-x^2}{x} = -x + 1 + \dfrac{3}{x}$

Asíntota oblicua: $y = -x + 1$



c) $\dfrac{4x^2-3}{2x} = 2x - \dfrac{3}{2x}$

Asíntota oblicua: $y = 2x$



CONTINUA...

15 **Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:**

a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2-3x}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-2x}{x^3+x^2}$

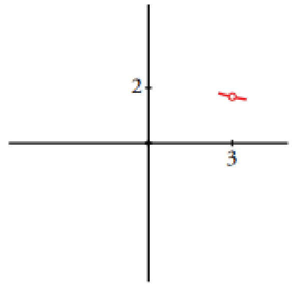
d) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+x^2}{x^2+2x+1}$ e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{x-1}$ f) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2-8}{x^2-4x+4}$

a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2-3x} = \dfrac{0}{0}$ $\rightarrow$ Indeterminación.

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-3x} = \frac{(x+2)(x-3)}{x(x-3)} = \frac{x+2}{x}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-3x} = \lim_{x\to 3} \frac{x+2}{x} = \frac{5}{3}$$

Dando a x valores próximos a 3 podemos averiguar cómo se acerca por ambos lados.

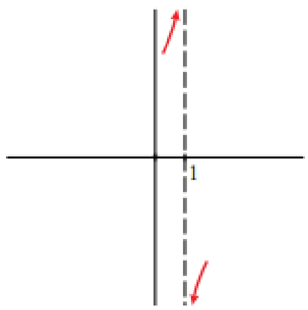


b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1} = \dfrac{0}{0}$ $\rightarrow$ Indeterminación.

Simplificamos: $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1} = \dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-1)^2} = \dfrac{x-2}{x-1}$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to 1} \frac{x-2}{x-1} = \infty$$

- Si $x \rightarrow 1^- \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{-}{-} = +\right)$ $f(x) \rightarrow +\infty$
- Si $x \rightarrow 1^+ \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{-}{+} = -\right)$ $f(x) \rightarrow -\infty$

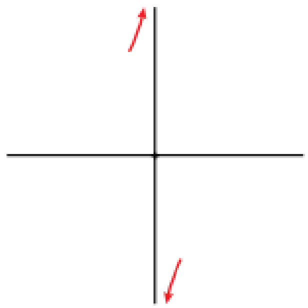


c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-2x}{x^3+x^2} = \dfrac{0}{0}$ $\rightarrow$ Indeterminación.

$$\frac{x^2-2x}{x^3+x^2} = \frac{x(x-2)}{x^2(x+1)} = \frac{x-2}{x(x+1)}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2x}{x^3+x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x-2}{x(x+1)} = \frac{-2}{0} = \pm\infty$$

- Si $x \rightarrow 0^- \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{-}{-} = +\right)$ $f(x) \rightarrow +\infty$
- Si $x \rightarrow 0^+ \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{-}{+} = -\right)$ $f(x) \rightarrow -\infty$

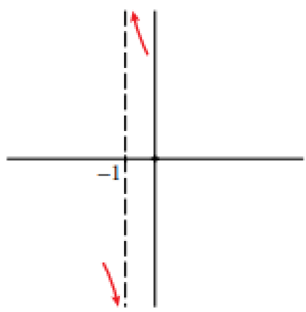


d) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+x^2}{x^2+2x+1} = \dfrac{0}{0}$ $\rightarrow$ Indeterminación.

$$\frac{x^3+x^2}{x^2+2x+1} = \frac{x^2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^3+x^2}{x^2+2x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{0} = \pm\infty$$

- Si $x \rightarrow -1^- \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{+}{-} = -\right)$ $f(x) \rightarrow -\infty$
- Si $x \rightarrow -1^+ \rightarrow \left(f(x) = \dfrac{+}{+} = +\right)$ $f(x) \rightarrow +\infty$

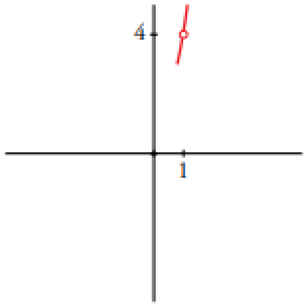


e) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \rightarrow$ Indeterminación.

$$\frac{x^4 - 1}{x - 1} = \frac{(x^2 + 1)(x^2 - 1)}{(x - 1)} = \frac{(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = (x^2 + 1)(x + 1)$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} [(x^2 + 1)(x + 1)] = 4$$

Dando a x valores próximos a 1 podemos averiguar cómo se acerca por ambos lados.



f) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4} = \frac{0}{0} \rightarrow$ Indeterminación.

$$\frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4} = \frac{2(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)^2} = \frac{2(x + 2)}{x - 2}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \to 2} \frac{2(x + 2)}{x - 2} = \frac{8}{0} = \pm\infty$$

- Si $x \to 2^- \rightarrow \left(f(x) = \frac{+}{-} = -\right)$ $f(x) \to -\infty$

- Si $x \to 2^+ \rightarrow \left(f(x) = \frac{+}{+} = +\right)$ $f(x) \to +\infty$