Discusión y resolución de sistemas lineales.

David Matellano.

Departamento de Matemáticas. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

12 de mayo de 2020

Índice de contenidos I

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman una recta en el plano.

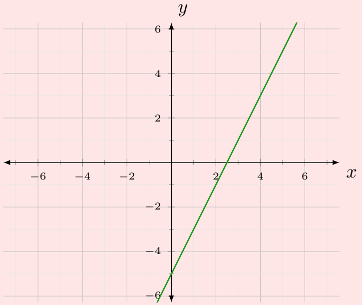
Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman una recta en el plano.
  - ☞ Ejemplo: $2x - y = 5$

Figuras.



Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman una recta en el plano.
  - ☞ Ejemplo: $2x - y = 5$
- Ecuaciones lineales de tres variables.

Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman una recta en el plano.
  - ☞ Ejemplo: $2x - y = 5$
- Ecuaciones lineales de tres variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman un plano en el espacio.

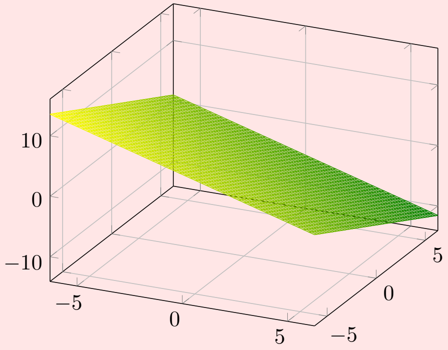
Ecuación lineal.

- Es toda aquella que se puede expresar como la igualdad de un polinomio de primer grado a 0:
- $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + b = 0$
- Ejemplo:
  - ☞ $3x - y + 2z - 8 = 0$

Interpretación geométrica.

- Ecuaciones lineales de dos variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman una recta en el plano.
  - ☞ Ejemplo: $2x - y = 5$
- Ecuaciones lineales de tres variables.
  - ☞ Sus infinitas soluciones forman un plano en el espacio.
  - ☞ Ejemplo: $x + y + z = 1$

Figuras.



Definición de sistema lineal

Sistema de ecuaciones lineales

✍ Un sistema de ecuaciones se dice lineal si todas sus ecuaciones son lineales.

Definición de sistema lineal

Sistema de ecuaciones lineales

✍ Un sistema de ecuaciones se dice lineal si todas sus ecuaciones son lineales.

- Ejemplo:

Definición de sistema lineal

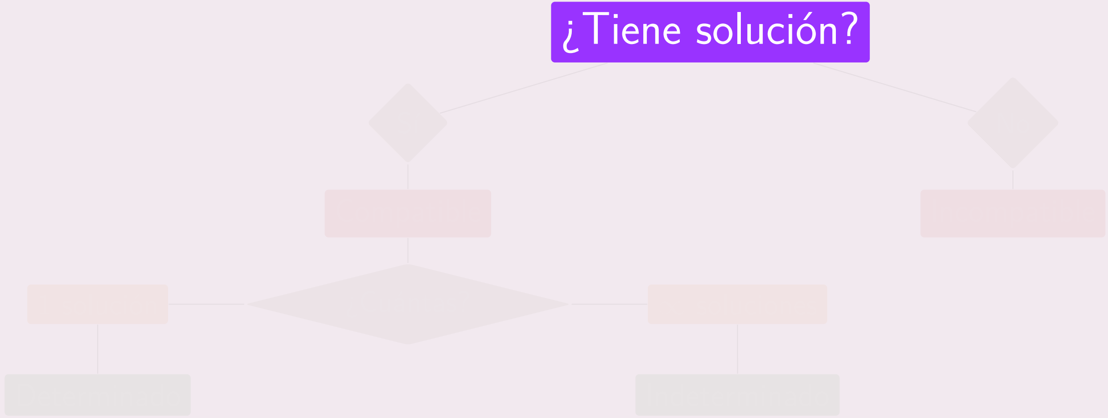
Sistema de ecuaciones lineales

✍ Un sistema de ecuaciones se dice lineal si todas sus ecuaciones son lineales.

- Ejemplo:

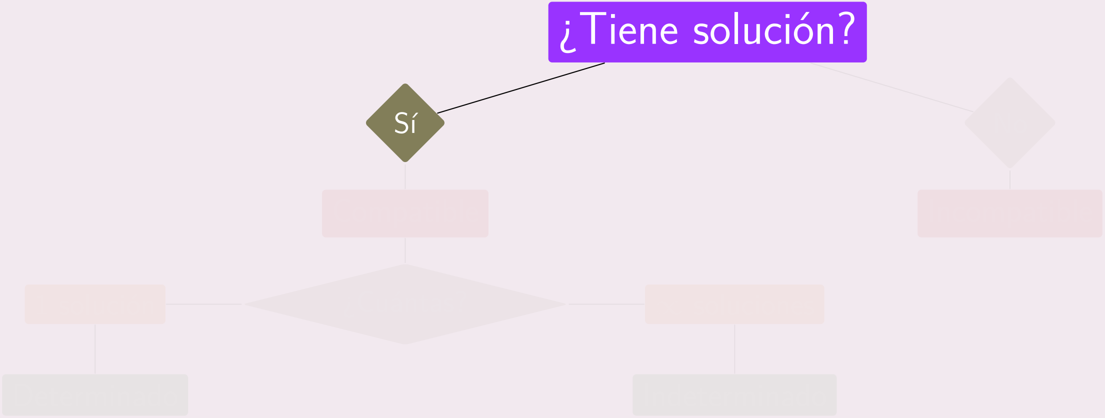
☞ $$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 2 \\ -x - y + 6z = 4 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



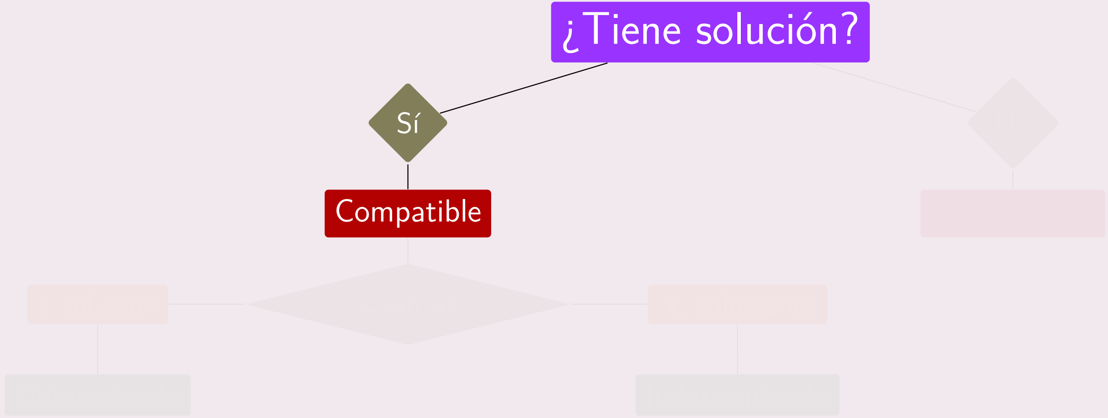
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



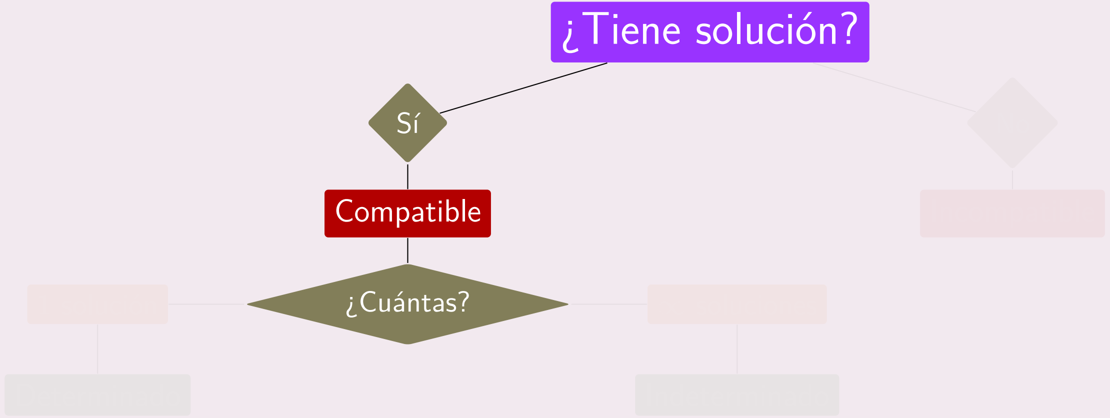
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



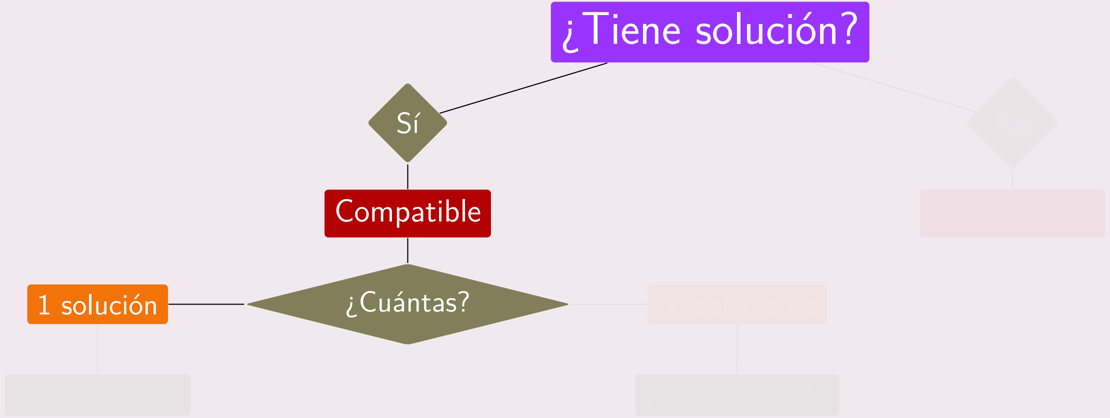
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



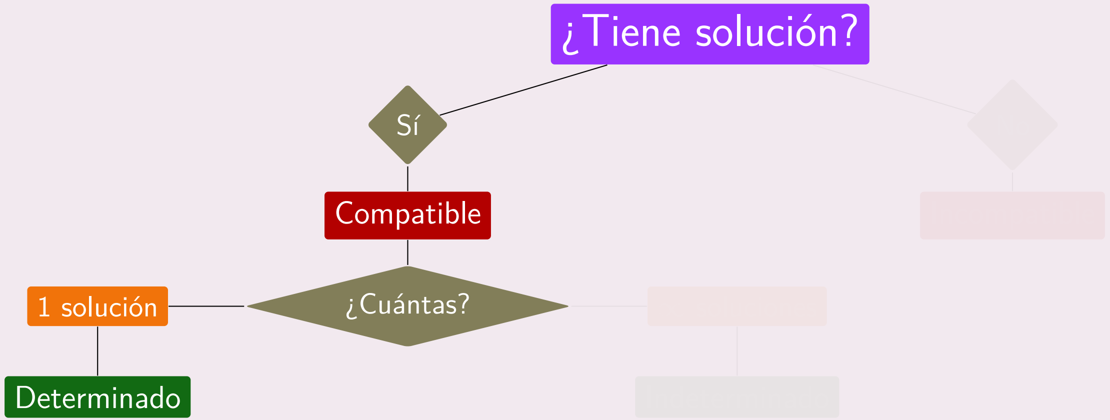
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



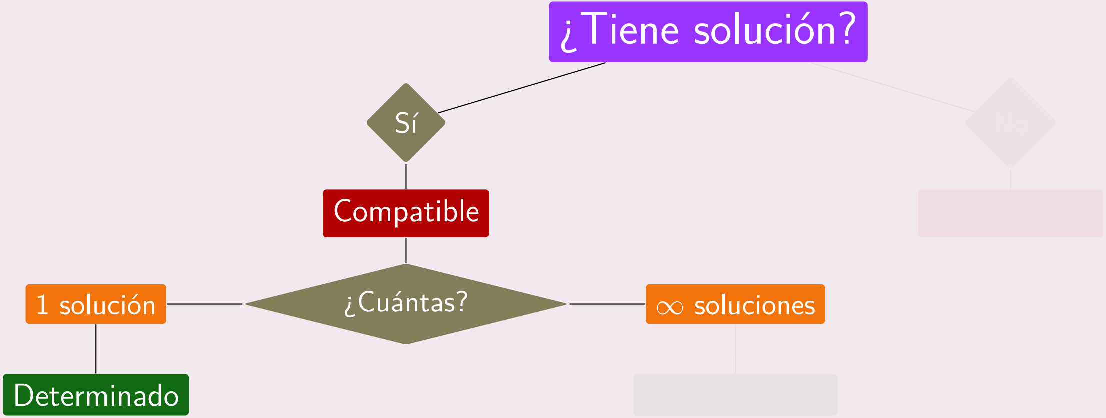
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



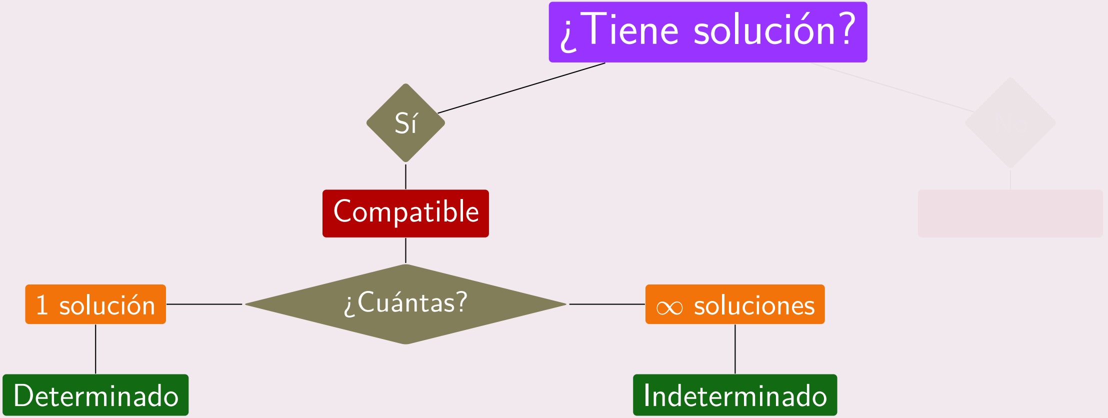
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



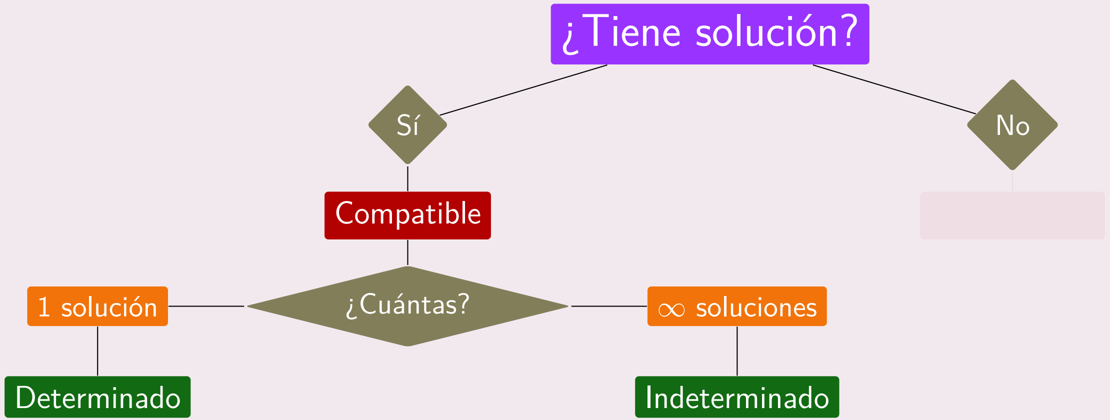
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



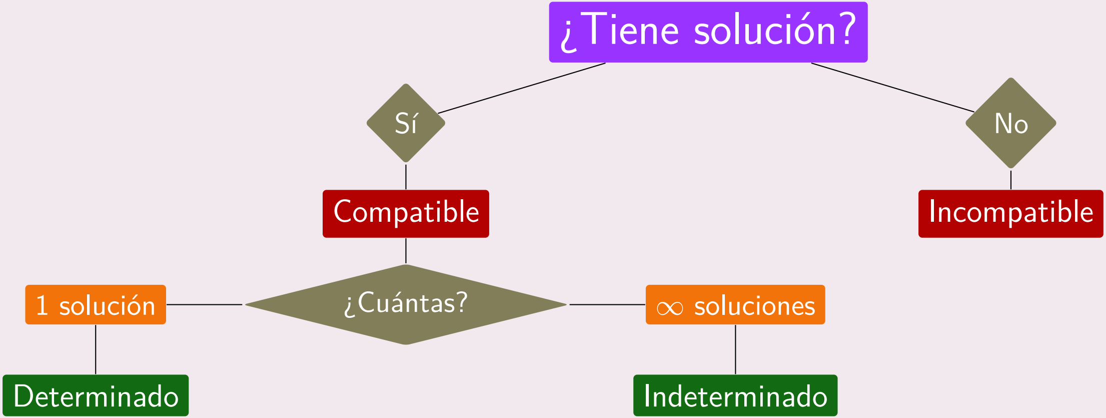
Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



Clasificación de los sistemas lineales según su número de soluciones

Clasificación de un sistema lineal según sus soluciones ✍



Matrices asociadas a un sistema lineal

Matriz de los coeficientes, de los términos independientes y matriz ampliada

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

- Definimos las siguientes matrices:

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

- Definimos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:

Matrices del sistema

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

- Definimos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B

Matrices del sistema

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

- Definimos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B
- Matriz ampliada $A^* = A' = (A|B)$

Matrices del sistema

$$A^* = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$$

Matrices asociadas a un sistema lineal

Matriz de los coeficientes, de los términos independientes y matriz ampliada

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

- Definimos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B
- Matriz ampliada $A^* = A' = (A|B)$
- Matriz de las variables

Matrices del sistema

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Sea el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Matrices del sistema

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Forma matricial de un sistema lineal

☞ El sistema lineal se puede expresar como: $A \cdot X = B$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:

Matrices del sistema

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B

Matrices del sistema

$$B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B
- Matriz ampliada A^*

Matrices del sistema

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 6 & -1 \\ 2 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B
- Matriz ampliada A^*
- Matriz de las variables

Matrices del sistema

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Ejemplo: Sea el sistema lineal ✍

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- Obtenemos las siguientes matrices:
- Matriz de los coeficientes A:
- Matriz de términos independientes B
- Matriz ampliada A^*
- Matriz de las variables

Matrices del sistema

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forma matricial de un sistema lineal

☞ El sistema lineal anterior se puede expresar como: $A \cdot X = B$

Enunciado ✍

- La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas sea compatible es que el rango de la matriz de los coeficientes sea igual al rango de la matriz ampliada.

Enunciado ✍

- La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas sea compatible es que el rango de la matriz de los coeficientes sea igual al rango de la matriz ampliada.

☞ $Rg(A) = Rg(A^*) \Leftrightarrow$ Sistema compatible.

Enunciado ✍

- La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas sea compatible es que el rango de la matriz de los coeficientes sea igual al rango de la matriz ampliada.

☞ $Rg(A) = Rg(A^*) \Leftrightarrow$ Sistema compatible.

Número de soluciones

☞ Para conocer el número de soluciones de un sistema compatible, hay que comparar $Rg(A)$ con n, siendo n el número de incógnitas

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

☞ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

☞ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

- $A^* = (A|0) \Rightarrow Rg(A^*) = Rg(A)$

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

☞ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

- $A^* = (A|0) \Rightarrow Rg(A^*) = Rg(A)$

Número de soluciones

☞ Los sistemas homogéneos siempre son compatibles.

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

☞ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

- $A^* = (A|0) \Rightarrow Rg(A^*) = Rg(A)$

Número de soluciones

☞ Los sistemas homogéneos siempre son compatibles.

  ☞ Si $Rg(A) = n \Rightarrow$ Solución trivial. $(x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0)$

Sistemas homogéneos ✍

- Son aquellos cuyos términos independientes son todos nulos.

☞ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

- $A^* = (A|0) \Rightarrow Rg(A^*) = Rg(A)$

Número de soluciones

☞ Los sistemas homogéneos siempre son compatibles.

  ☞ Si $Rg(A) = n \Rightarrow$ Solución trivial. $(x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0)$

☞ Si $Rg(A) < n \Rightarrow$ Infinitas soluciones, entre ellas la trivial.

Resumen ✍

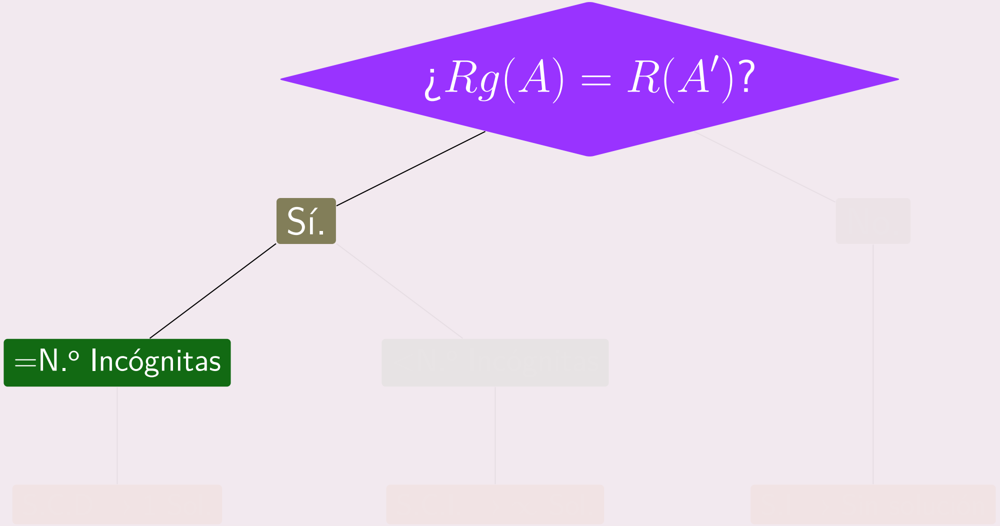
$$¿Rg(A) = R(A')?$$

Resumen ✍

¿$Rg(A) = R(A')$?

Sí.

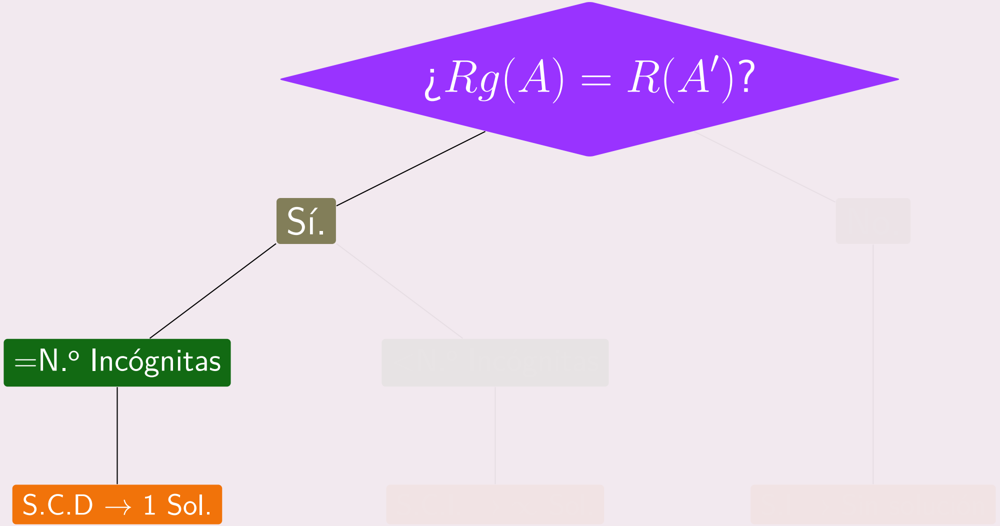
Resumen ✍



Discusión de un sistema lineal

El teorema de Rouché-Fröbenius

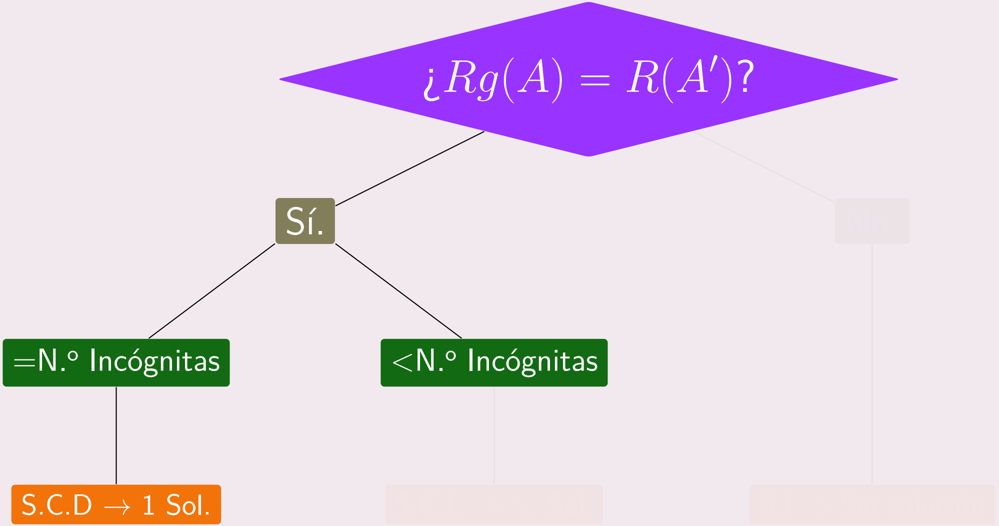
Resumen ✍



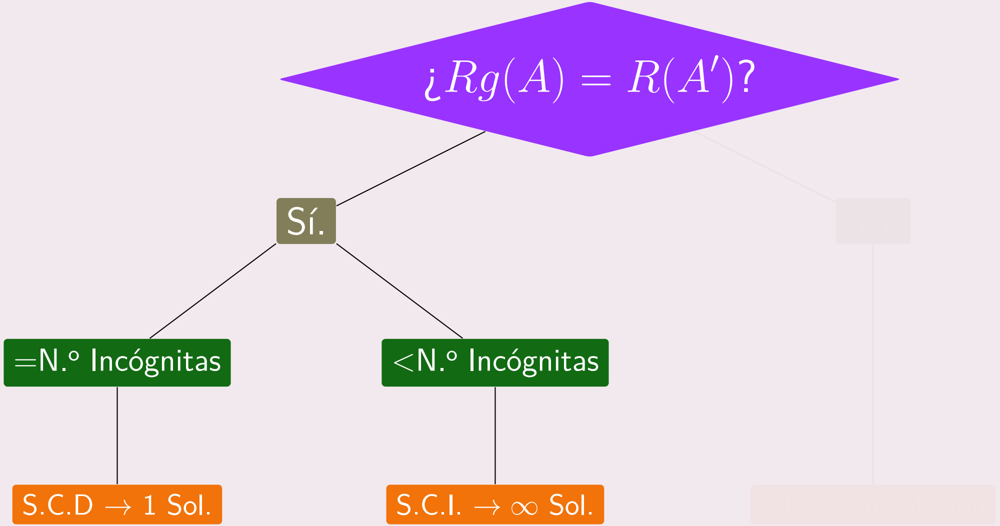
Discusión de un sistema lineal

El teorema de Rouché-Fröbenius

Resumen ✍

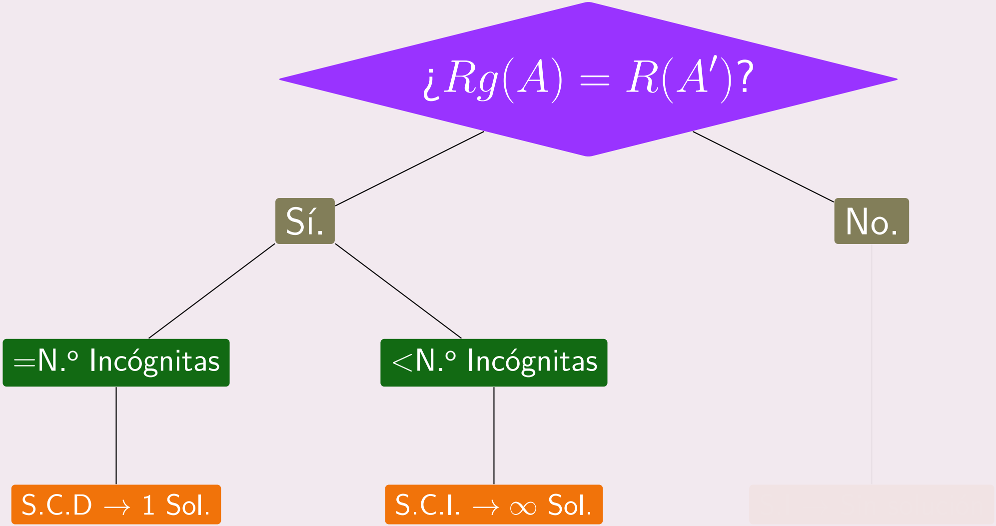


Resumen ✍

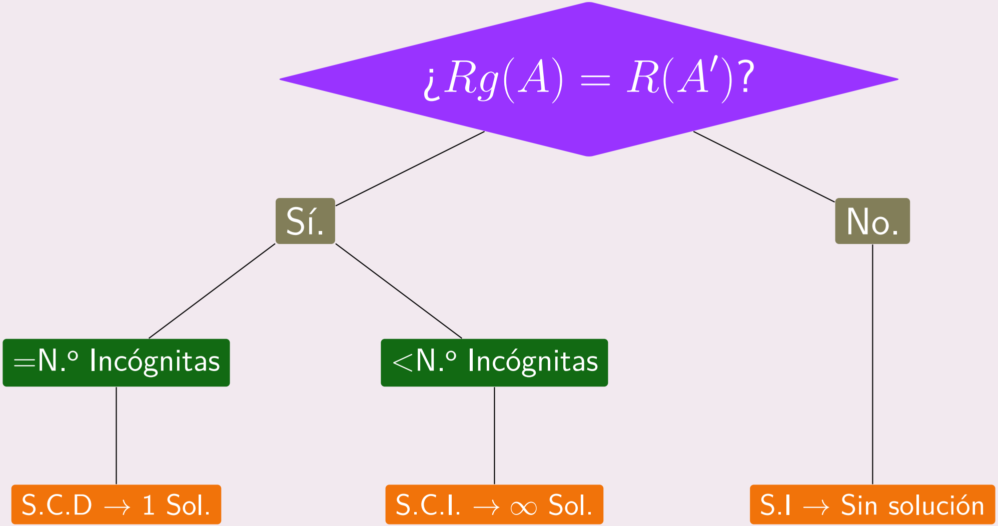


¿$Rg(A) = R(A')$?
Sí.
$=$N.º Incógnitas
$<$N.º Incógnitas
S.C.D $\rightarrow$ 1 Sol.
S.C.I. $\rightarrow \infty$ Sol.

Resumen ✍



Resumen ✍


¿$Rg(A) = R(A')$?
Sí.
No.
$=$N.º Incógnitas
$<$N.º Incógnitas
S.C.D $\rightarrow$ 1 Sol.
S.C.I. $\rightarrow \infty$ Sol.
S.I $\rightarrow$ Sin solución

La regla de Cramer

- Sea S un sistema lineal compatible y determinado de n incógnitas y $m \geq n$ ecuaciones.

La regla de Cramer

- Sea S un sistema lineal compatible y determinado de n incógnitas y $m \geq n$ ecuaciones.
- ☞ Al ser la solución única, habrá también n ecuaciones linealmente independientes, ya que $Rg(A) = n$

La regla de Cramer

- Sea S un sistema lineal compatible y determinado de n incógnitas y $m \geq n$ ecuaciones.

☞ Al ser la solución única, habrá también n ecuaciones linealmente independientes, ya que $Rg(A) = n$

- Así, la matriz de los coeficientes del sistema es cuadrada de dimensión n:

La regla de Cramer

- Sea S un sistema lineal compatible y determinado de n incógnitas y $m \geq n$ ecuaciones.

☞ Al ser la solución única, habrá también n ecuaciones linealmente independientes, ya que $Rg(A) = n$

- Así, la matriz de los coeficientes del sistema es cuadrada de dimensión n:
  ☞ $A = A_{n \times n}$

La regla de Cramer

- ☞ Recordamos las matrices del sistema:

La regla de Cramer

- Recordamos las matrices del sistema:
  - Matriz de los coeficientes: A

Matrices del sistema

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

La regla de Cramer

- Recordamos las matrices del sistema:
  - Matriz de los coeficientes: A
  - Matriz de términos independientes: B

Matrices del sistema

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

La regla de Cramer

- Recordamos las matrices del sistema:
  - Matriz de los coeficientes: A
  - Matriz de términos independientes: B
- Definimos la matriz A_j:

La regla de Cramer

- Recordamos las matrices del sistema:
  - Matriz de los coeficientes: A
  - Matriz de términos independientes: B
- Definimos la matriz A_j:
  - Es la matriz obtenida al cambiar la columna j por la matriz B en la matriz A

Matrices del sistema

$$A_j = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1(j-1)} & b_1 & a_{1(j+1)} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2(j-1)} & b_2 & a_{2(j+1)} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{n(j-1)} & b_n & a_{n(j+1)} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

La regla de Cramer

- Recordamos las matrices del sistema:
  - Matriz de los coeficientes: A
  - Matriz de términos independientes: B
- Definimos la matriz A_j:
  - Es la matriz obtenida al cambiar la columna j por la matriz B en la matriz A
- Así, la solución para x_j será:

La Regla de Cramer ✍

☞ $$\boxed{x_j = \frac{|A_j|}{|A|}}$$

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$

Operaciones

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$$

☞ $|A| \neq 0 \Rightarrow$ S.C.D.

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$
2. Obtenemos x

Operaciones

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -5 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1$$

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$
2. Obtenemos x
3. Calculamos y

Operaciones

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$
2. Obtenemos x
3. Calculamos y
4. Hallamos z

Operaciones

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$$

Ejemplo ✍

- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$
2. Obtenemos x
3. Calculamos y
4. Hallamos z
5. La solución es:

Operaciones

$$\boxed{\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}}$$

Ejemplo ✍

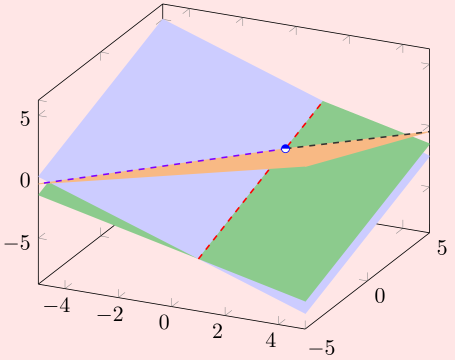
- Calcula la solución del siguiente sistema:

☞ $$\begin{cases} x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + 4z = -5 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Pasos

1. Calcular $|A|$
2. Obtenemos x
3. Calculamos y
4. Hallamos z
5. La solución es:
6. Corresponde al punto de corte de los tres planos

Figuras



Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^*) = R < n$ (S.C.I)

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^*) = R < n$ (S.C.I)
- Definimos el número de grados de libertad, g como:

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^{*}) = R < n$ (S.C.I)
- Definimos el número de grados de libertad, g como:
  - ☞ $g = n - R$

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^*) = R < n$ (S.C.I)
- Definimos el número de grados de libertad, g como:
  - ☞ $g = n - R$
  - ☞ g indica el número de parámetros necesarios para obtener las soluciones.

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^*) = R < n$ (S.C.I)
- Definimos el número de grados de libertad, g como:
  - ☞ $g = n - R$
  - ☞ g indica el número de parámetros necesarios para obtener las soluciones.
  - ☞ Reescribimos las ecuaciones: R ecuaciones l.i. con g parámetros y $n - g$ incógnitas

Sistemas compatibles indeterminados

Obtención de las soluciones

Sistemas compatibles indeterminados ✍

- Sea un sistema compatible de m ecuaciones y n incógnitas.
- $Rg(A) = Rg(A^*) = R < n$ (S.C.I)
- Definimos el número de grados de libertad, g como:
  - ☞ $g = n - R$
  - ☞ g indica el número de parámetros necesarios para obtener las soluciones.
  - ☞ Reescribimos las ecuaciones: R ecuaciones l.i. con g parámetros y $n - g$ incógnitas
- Obtenemos la solución de ese sistema, bien mediante la regla de Cramer, Gauss, etc...

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
-
-
-

Operaciones

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \Rightarrow Rg(A) = 2$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
-
-
-

Operaciones

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \Rightarrow Rg(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0; \Rightarrow Rg(A^*) = 2$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
-
-
-

Operaciones

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \Rightarrow Rg(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0; \Rightarrow Rg(A^*) = 2$$

☞ $Rg(A) = Rg(A^*) = 2 < n \Rightarrow$ S.C.I. $(g = 1)$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z=\lambda$
-
-

Operaciones

$$\begin{cases} x+y=1-\lambda \\ 3x-2y=-2-2\lambda \end{cases}$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + z = -2 \\ 4x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z = \lambda$
- Resolvemos el sistema obtenido.
-

Operaciones

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z=\lambda$
- Resolvemos el sistema obtenido.
-

Operaciones

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -2-2\lambda & -2 \end{vmatrix}}{-5} = -\frac{3\lambda}{5}$$

Ejemplo ✍

Resuelve:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + z = -2 \\ 4x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z = \lambda$
- Resolvemos el sistema obtenido.
-

Operaciones

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -5$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -2-2\lambda & -2 \end{vmatrix}}{-5} = -\frac{3\lambda}{5}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1-\lambda \\ 3 & -2-2\lambda \end{vmatrix}}{-5} = \frac{5-2\lambda}{5}$$

Ejemplo ✍

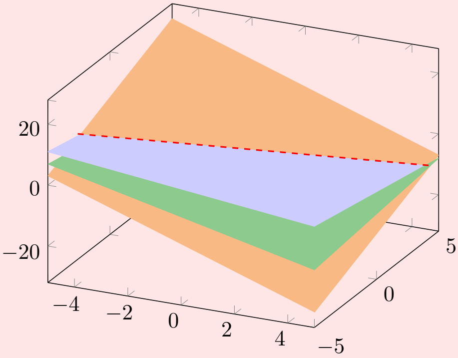
Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z=\lambda$
- Resolvemos el sistema obtenido.
- Los tres planos se cortan en una recta.

Operaciones



Sistemas compatibles indeterminados

Obtención de las soluciones

Ejemplo ✍

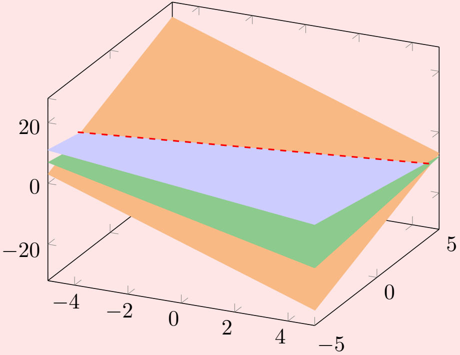
Resuelve:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-2y+z=-2 \\ 4x-y+2z=-1 \end{cases}$$

Pasos

- Calcular los rangos de A y A^*
- Obtener 2 ecuaciones l.i, con $z=\lambda$
- Resolvemos el sistema obtenido.
- Los tres planos se cortan en una recta.

Operaciones



GeoGebra: ✍Practica lo aprendido.

☞ https://www.geogebra.org/m/xhdgyu3s