

## CONSOLIDACIÓN

## Ficha Vectores

1.  $AB = (1, -9), BC = (3, 3), CD = (3, -2)$  y  $DA = (-7, 8)$

2. a) Como  $|\vec{v}| = \sqrt{17}$ , las coordenadas serán  $\left(\frac{-1}{\sqrt{17}}, \frac{4}{\sqrt{17}}\right) = \left(\frac{-\sqrt{17}}{17}, \frac{4 \cdot \sqrt{17}}{17}\right)$ .

b)  $\left(\frac{-3}{\sqrt{17}}, \frac{12}{\sqrt{17}}\right) = \left(\frac{-3 \cdot \sqrt{17}}{17}, \frac{12 \cdot \sqrt{17}}{17}\right)$

c)  $\left(\frac{7}{\sqrt{17}}, \frac{-28}{\sqrt{17}}\right) = \left(\frac{7 \cdot \sqrt{17}}{17}, \frac{-28 \cdot \sqrt{17}}{17}\right)$

d)  $\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{8 \cdot \sqrt{17}}{17}, \frac{2 \cdot \sqrt{17}}{17}\right) \\ \left(\frac{-8 \cdot \sqrt{17}}{17}, \frac{-2 \cdot \sqrt{17}}{17}\right) \end{array} \right.$

3. a)  $\vec{AB} = (3, 3)$ ,  $\vec{AC} = (5, -5)$ . Como el producto escalar  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ , el triángulo es rectángulo en A.

b)  $|\vec{AB}| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ,  $|\vec{AC}| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ,  $A = \frac{3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{2} = \frac{15 \cdot 2}{2} = 15u^2$

4.  $\begin{cases} 5 = 3x + y \\ 8 = 2x - 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

5. a)  $1 = \sqrt{\frac{9}{25} + a^2} \Rightarrow 1 = \frac{9 + 25a^2}{25} \Rightarrow 25 = 9 + 25a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow a = \pm \frac{4}{5}$

b)  $\left(-\frac{3}{5}, a\right) \cdot (2, -1) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5} - a = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{6}{5}$

6.  $\cos \alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{w}|} = \frac{10 - 9}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{34}} = 0,0476 \Rightarrow \alpha = 87^\circ 16' 25''$

## Ficha Ecuaciones de la recta

1. a) Vectorial:  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ , paramétricas:  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$
- b) Continua:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{-3}$ , general:  $3x + y - 1 = 0$
- c) Punto pendiente:  $y + 5 = -3 \cdot (x - 2)$ , explícita:  $y = -3x + 1$
2. a) Un vector director es  $\vec{v} = (-7, 8)$ . Ecuación vectorial:  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \end{pmatrix}$ , paramétrica:  $\begin{cases} x = 4 - 7t \\ y = -3 + 8t \end{cases}$
- b) Continua:  $\frac{x-4}{-7} = \frac{y+3}{8}$ , general:  $8x + 7y - 11 = 0$
- c) Punto pendiente  $y + 3 = -\frac{8}{7}(x - 4)$ , explícita:  $y = -\frac{8}{7}x + \frac{11}{7}$
3. La recta  $r$  es la roja, la recta  $s$  es la verde, la recta  $t$  es la morada y la recta  $p$  es la azul.
4.  $m_{PQ} = \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4}$ ,  $m_{QR} = \frac{\frac{7}{2}+1}{5+1} = \frac{\frac{9}{2}}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ . Luego están alineados.
5.  $r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 5t \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} \Rightarrow 5x - 5 = 2y + 4 \Rightarrow 5x - 2y - 9 = 0 \Rightarrow k = -9$

Ficha Incidencia

1. a)  $\begin{cases} -2x+5y-1=0 \\ 3x+y=0 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{1}{17}, \frac{3}{17}\right)$

b)  $s: \begin{cases} x=3t \\ y=1-t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} \Rightarrow -x-3y+3=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-y+3=0 \\ -x-3y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{6}{7}, \frac{9}{7}\right)$

c)  $r: \frac{x+1}{5} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2x-5y+2=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-5y+2=0 \\ y=2x-3 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{17}{8}, \frac{5}{4}\right)$

d)  $r: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} \Rightarrow x-2y-7=0 \Rightarrow \begin{cases} x-2y-7=0 \\ 3x+4y-1=0 \end{cases} \Rightarrow (3, -2)$

2. a)  $\frac{6}{3} = \frac{-B}{-2} \Rightarrow B=4; \frac{6}{3} = \frac{-24-4}{A} \Rightarrow A=-14$

b)  $B=4$  y  $A \neq -14$

c)  $\begin{cases} 6x-2y-26=0 \\ 3x-2y+1=0 \end{cases} \Rightarrow (9, 14)$

3. a)  $5x+y+k=0 \Rightarrow 15+2+k=0 \Rightarrow k=-17 \Rightarrow 5x+y-17=0$

b)  $x-5y+k=0 \Rightarrow -1-30+k=0 \Rightarrow k=-31 \Rightarrow x-5y-31=0$

4. a)  $AC: -x+y=0$   $BD: 2x+y=5$

b)  $\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$

c) Será el ángulo que formen sus vectores normales  $(-1, 1)$  y  $(2, 1) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-2+1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = -0,316 \Rightarrow \alpha = 108^\circ 26' 6''$ . Por tanto, el ángulo agudo será su suplementario, es decir,  $71^\circ 33' 54''$ .

5. a)  $s: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \end{cases} \Rightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} \Rightarrow -x-y+2=0 \Rightarrow \begin{cases} -x-y+2=0 \\ -x+2y+1=0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$

b)  $m = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{5}{3}} = -\frac{1}{4} \Rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \cdot (x-1)$

PROFUNDIZACIÓN

Ficha Ecuación de la circunferencia

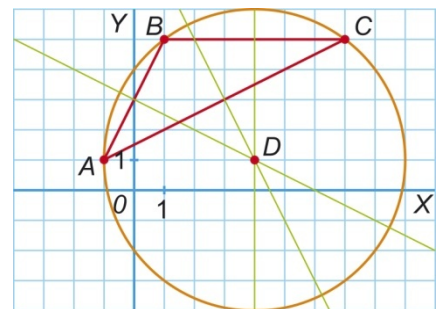
- Se calculan las ecuaciones de las mediatrices de los lados del triángulo y se busca el punto de intersección que será el circuncentro  $O$ .

$$\left. \begin{array}{l} AB : x + 2y = 6 \\ AC : 2x + y = 9 \\ BC : x = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow O(4,1)$$

El radio será la distancia desde el centro de la circunferencia  $O$  a cualquiera de los vértices.

$$d(O,A) = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5$$

Con lo cual la ecuación de la circunferencia será:  $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$



Ficha Diagramas de Voronoi

- El diagrama de Voronoi determinado por los puntos  $A(-2,6)$ ,  $B(1,3)$ ,  $C(0,-1)$  y  $D(-3,-2)$  es:

