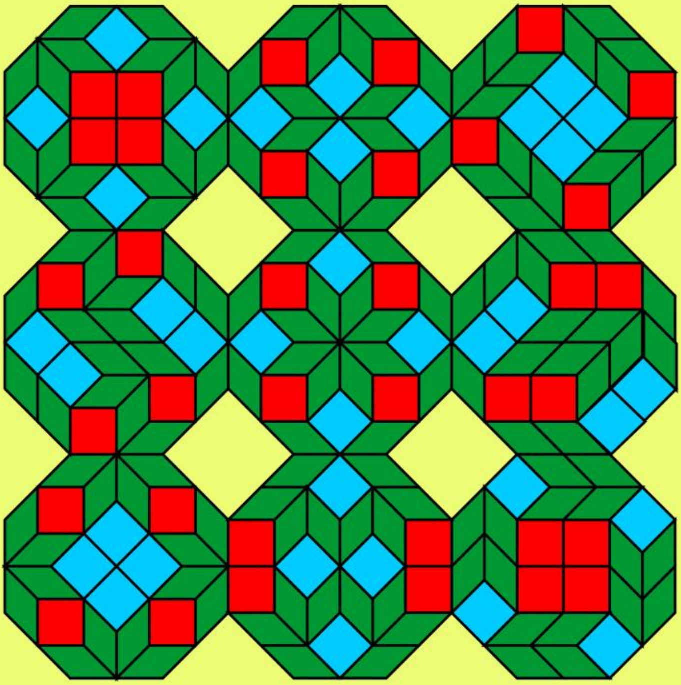
XXIII
Concurso de Primavera



Matemáticas 2019

Comunidad de Madrid

Comité organizador del Concurso de Primavera

Alfredo Martínez Sanz
Belén Alzola Bujarrabal
Carlos Ramírez Carrillo
Esteban Serrano Marugán
Francisco López Álvarez
Hugo Fernández Hervás
Isabel Benito Miguel
Javier Soler Areta
Jesús García Gual
Joaquín Hernández Gómez
Jorge González Ortega
José María Sordo Juanena
Juan Jesús Donaire Moreno
Luis Ferrero de Pablo
Marco Castrillón López
María Gaspar Alonso-Vega
María Moreno Warleta
Merche Sánchez Benito
Miguel Ángel Baeza Alba
Pablo Martínez Dalmau
Roberto Tomé Grasa
Víctor Manuel Sánchez González

Edita: Asociación Matemática Concurso de Primavera

ISBN: 978-84-608-5881-2

Depósito Legal: M-8301-2017

In memoriam

En la Comunidad de Madrid, todas las personas relacionadas con las matemáticas sabemos quién es Joaquín, un profe con barbas lleno de entusiasmo. Profesores de universidad y de secundaria y estudiantes interesados por las matemáticas, todos ellos conocen a Joaquín. Y ahora estamos tristes porque el pasado 19 de octubre, Joaquín falleció. Nos ha dejadohuérfanos pero, aun así, una gran satisfacción nos conforta al comprobar que la obra de Joaquín sigue adelante.

¡Aquí lo tenéis!, otro libro del Concurso de Primavera, otra alegría. Gracias, Joaquín, por compartir con nosotros tu entusiasmo por las Matemáticas.

El Comité Organizador

Joaquín Hernández Gómez, profesor de matemáticas

Joaquín nació en 1953 en Fuente del Arco, un pequeño pueblo de Badajoz. Era hijo de maestros y como el mismo Joaquín recordaba a menudo, ya con doce años repetía sin cesar que quería ser profesor de matemáticas. Estudió los primeros cursos de la carrera de Matemáticas en la Universidad de Sevilla y terminó la licenciatura en la Universidad Complutense de Madrid. Empezó a cumplir su sueño, se hizo profesor de instituto, dio sus primeras clases en La Rioja y tiempo después recaló en el IES San Juan Bautista de Madrid donde permaneció los últimos 25 años.

Desde sus comienzos Joaquín destacó por su forma de enseñar matemáticas. Pasión, rigor, problemas y amor por sus alumnos, fueron los cuatro pilares que sustentaron su actividad profesional. Siempre creyó que una selección adecuada de los problemas era la mejor manera de enganchar a los alumnos y todo ello sin perder nunca el rigor necesario. A esto le añadía un entusiasmo contagioso, daba igual que estuviera justificando que el ángulo inscrito que abarca un diámetro es recto, o que se encontrara resolviendo una sencilla ecuación, sus pizarras llenas de su inconfundible letra daban testimonio de su entrega ilimitada. Como además respetaba y quería a todos sus alumnos, Joaquín se convirtió en un profesor admirado por estudiantes y compañeros, en todos ellos dejó huella y la lista de vocaciones matemáticas que despertó es enorme. Joaquín ha sido capaz de acercar dos mundos que tanto se necesitan y que muchas veces parecen lejanos: la enseñanza secundaria y la universitaria.

Y, como él decía, comenzó a *producir*. Además de profesor de instituto, Joaquín ha sido…

– Director de Instituto en IES Rafael Alberti, de Coslada

– Profesor en la Facultad de Matemáticas de la UCM.

– Profesor del Máster de Formación del Profesorado en Matemáticas en la UCM.

– Preparador de estudiantes para las Olimpiadas Matemáticas.

– Ponente en infinidad de cursos dirigidos a profesores de secundaria.

– Uno de los creadores del Concurso de Primavera de Matemáticas de la Comunidad de Madrid. La mayor reunión matemática del país que mueve anualmente más de 50.000 alumnos de Secundaria y Bachillerato. Concurso que se ha extendido a La Rioja y al País Vasco.

– Creador del Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid que ahora, por decisión de sus organizadores, lleva el nombre de Joaquín Hernández. Un original concurso por equipos para centros escolares que participan en tres pruebas (individual, equipos y relevos). La próxima edición será la XIX.

– Principal responsable en los últimos años del Concurso Puig Adam de resolución de problemas, destinado a estudiantes de 3º ESO, 4º ESO y 1º BACH. Este curso se celebrará la XXXVII edición.

– Profesor pionero del Proyecto ESTALMAT en Madrid. Un proyecto destinado a detectar y estimular el talento matemático entre niños

de 12 y 13 años. El proyecto se inició en Madrid en 1998 y actualmente está funcionando en diez comunidades autónomas.
– Profesor pionero de la Escuela de Pensamiento Matemático de Torrelodones, creada en 2003.
– Fundador de la editorial La Tortuga de Aquiles.
– Autor de libros de texto (3º ESO, 4º ESO y BACH) de Matemáticas de la editorial SM.
– Autor de numerosos libros de divulgación matemática en la editorial Nivola.

Y todas estas actividades realizadas con absoluta dedicación.

El pasado mes de junio, Joaquín recibió el Premio a la Mejor Historia Docente. Un reconocimiento que otorga *Smartick* a personas que han destacado en el ámbito de la educación matemática. ¡Qué merecido se lo tenía!

Pero las matemáticas y la docencia no lo eran todo en su vida. Tenía una pasión desaforada por la montaña y cada vez que podía iba al Pirineo a perderse por sus valles, cimas y senderos, que conocía de Este a Oeste. No era nada raro que mientras descansaba en un collado contemplando los picos nevados, después de horas de ascenso, te sorprendiera con alguna de sus preguntas, ¿qué es mayor, e^{π} o π^{e}?

Joaquín era trabajador, siempre aprendiendo, con ilusión contagiosa, alegre, sabía disfrutar, era buena persona, gran lector, interesado por muchísimos temas, dispuesto siempre a ayudar, humilde, generoso, con sentido del humor, comprensivo,… , ¡era la caña!

Pero más allá de su trabajo y de sus pasiones estaba su gran amor: su familia. Su mujer, Luisa, a la que adoraba y sus hijos, Alicia y Pedro, a los que quería con locura. A ellos les dedicamos este libro, un recuerdo agradecido y alegre de nuestro amigo y maestro Joaquín.

Como decía a sus alumnos cuando contestaban con especial acierto: ¡¡¡Tate!!!

Gracias, Joaquín, por compartir con nosotros tu pasión por la vida.

Comité Organizador del Concurso de Primavera

AGRADECMIENTOS:

A los participantes en el Concurso, a sus padres y profesores.

A los voluntarios que nos ayudan en la 2ª fase.

A la Facultad de Matemáticas de la UCM

Al vicerrectorado de alumnos de la UCM

A la Subdirección General de Formación del Profesorado de la Dirección General de Innovación, Becas y Ayudas a la Educación de la Consejería de Educación, Juventud y Deporte Comunidad de Madrid.

Alas editoriales Grupo **ANAYA** y Ediciones **SM.**

A Smartick

ÍNDICE

concurso de primavera MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 21 de febrero de 2018

NIVEL I (5º y 6º de Primaria)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 "¡Qué frío hace aquí!" dice Nadia. Lucía enciende la calefacción y en una hora la temperatura sube 15º. ¿A qué temperatura estaba la casa antes si ahora está a 23º?

A) 12º **B)** 2º **C)** 16º **D)** 38º **E)** 8º

2 Luca compró doce cuadernos, pagó con un billete de 20 € y le devolvieron 5,12 €. ¿Cuánto le devolvieron a Lino que compró seis cuadernos y pagó con un billete de 10 €?

A) 5,12 € **B)** 4,98 € **C)** 4,56 € **D)** 4,12 € **E)** 2,56 €

3 En mi clase se han presentado tres chicos y cinco chicas como candidatos para formar parte del grupo de mediación. En mi papeleta debo escribir el nombre de un chico y de una chica. Si todos me parecen buenos candidatos, ¿de cuántas formas podré rellenar la papeleta?

A) 3 **B)** 5 **C)** 8 **D)** 15 **E)** 18

4 El rollo de cocina que tenemos en el aula de plástica tiene 82,5 metros de largo y 22 cm de ancho. Está troquelado para cortar servilletas cuadradas. ¿Cuántas servilletas tiene el rollo?

A) 350 **B)** 3500 **C)** 35 000 **D)** 375 **E)** 3750

5 Santiago tiene un bote lleno de monedas de dos céntimos. Para calcular el dinero que tiene ha pesado un bote igual, pero vacío, y el bote lleno. El primero pesa 250 g y el segundo 1,7 kg. Después ha averiguado en internet que una moneda de 2 céntimos pesa 3,06 g. ¿Qué número aproxima mejor la cantidad de dinero que hay en el bote?

A) 1 € **B)** 5 € **C)** 10 € **D)** 50 € **E)** 100 €

6 Miguel es muy pequeñín. Come cada cuatro horas y hace caca cada dieciocho. El lunes a las 10:00 ocurrió el terrible momento en que hace las dos cosas a la vez. ¿Cuándo volverán a coincidir ambos eventos por primera vez?

A) El lunes a las 22:00 **B)** El martes a las 10:00 **C)** El martes a las 18:00

D) El martes a las 22:00 **E)** El miércoles a las 18:00

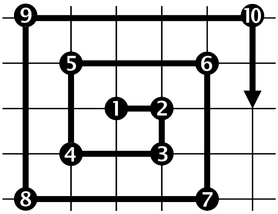
7 Diego ha aprendido hoy el criterio de divisibilidad del 3: *Un número es múltiplo de tres si la suma de sus cifras es múltiplo de tres*. Adriana le propone un reto: "Dime qué número puedo poner en el hueco para que sea múltiplo de tres este número tan largo: 23 □ 41775". Diego le dice que hay más de una posibilidad. "Pues dime la suma de todos los posibles", le dice Adriana. ¿Qué debe contestar Diego?

A) 9 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 18 **E)** 21

8 Marta tiene en su escritorio un bote con bolígrafos. La mitad de los bolis no pintan, y de los restantes, tres son azules, dos rojos y uno negro. Si coge un boli sin mirar, ¿qué probabilidad tiene de que pinte rojo?

A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{2}{6}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{2}{7}$ **E)** $\frac{4}{12}$

9 Con estacas y cuerda Joaquín está construyendo esta bonita espiral. Si entre la estaca 1 y la 2 hay un metro de distancia, ¿cuántos metros de cuerda habrá utilizado en total cuando llegue a la estaca 20?



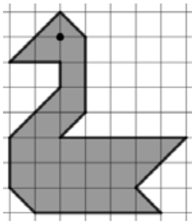
A) 80 **B)** 100 **C)** 120

D) 200 **E)** 240

10 En mi fiesta de cumpleaños Juan mezcló en un vaso *Trinafantus* con *Loca-Cola* al 50%. Olivia se bebió la mitad de la mezcla y, para disimular, rellenó el vaso con *Loca-Cola*. Después vino Rafa, se bebió la mitad y volvió a disimular rellenando el vaso con *Trinafantus*. ¿Qué fracción del líquido es ahora *Loca-Cola*?

A) $\frac{3}{8}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{2}{5}$ **E)** $\frac{1}{4}$

11 Juanje ha dibujado al pato Gauss usando una cuadrícula de 1cm x 1cm. ¿Cuál es, en cm^2, el área del patito?



A) 20 **B)** 23,5 **C)** 24

D) 25 **E)** 25,5

12 Des-pa-ci-to, haz todos los cálculos muy despacito. Pasito a pasito, pon gran cuidadito y dinos qué cuenta da el resultado mayor.

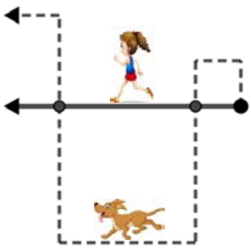
A) 10 + 3 x (5 – 2) **B)** 4 + 4 x 4 **C)** 23 – 14 + 2 x 3

D) 6 + 3 x 5 – 2 **E)** 215 – 199

13 Goraspita coge tres números, multiplica cada uno de ellos por sí mismo y después al mayor de esos productos le resta la suma de los otros dos productos. Por ejemplo, con el trío (8, 10, 3) obtendría: 10 x 10 – (8 x 8 + 3 x 3) = 27. Goraspita se pone muy contento cuando el resultado de la cuenta da cero. Para hoy se ha propuesto ver qué pasa con estos cuatro tríos de números: (3, 4, 5); (13, 10, 12); (12, 13, 5); (9, 12, 15). ¿Con cuántos de ellos obtendrá cero?

A) Con todos **B)** Con uno **C)** Con dos **D)** Con tres **E)** Con ninguno

14 Todas las mañanas Ana sale a correr 12 km acompañada de su perrita Phoebe. Ana lo hace en línea recta, pero Phoebe va y viene formando cuadrados alrededor de la trayectoria de Ana y cruzándose con ella de vez en cuando, como ves en la figura, hasta coincidir con ella al final de la trayectoria. ¿Cuántos kilómetros corre Phoebe?



A) 12 **B)** 24 **C)** 36 **D)** 48
E) Depende de la trayectoria

15 Alicia y María están en el duelo de *Saber y Ganar*. Alicia tiene 240 puntos y María 300. Tienen que apostar sobre la última pregunta de cada una. La que acierte su pregunta añadirá a su cuenta los puntos apostados, restando la mitad de estos a la cuenta de la otra. Si falla perderá de su cuenta los puntos apostados, sumando la mitad de estos a la cuenta de la otra. Alicia apostó 80 puntos y acertó. María apostó 60 y falló. ¿Con cuántos puntos se quedó María?

A) 220 **B)** 240 **C)** 180 **D)** 200 **E)** 160

16 A la niña Centésima le encanta jugar a las sumas. Pone las cuatro tarjetas de la figura sobre la mesa, coge el número de tarjetas que quiere y suma los números que hay en ellas. ¿Cuántos números entre 2 y 21 no podrá obtener Centésima al hacer las sumas?

A) 7 **B)** 9 **C)** 5 **D)** 8 **E)** 11

17 Comenúmeros estaba hambriento y se ha comido todas las cifras que son números primos que ha encontrado en la lista de números del 100 al 199:

100 – 101 – 10**– 10** **– 104 – 10** **–...**

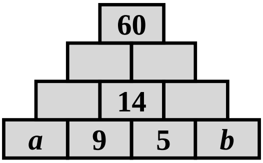
¿Cuántas cifras se ha merendado el glotón?

A) 40 **B)** 60 **C)** 70 **D)** 80 **E)** 90

18 Sofía recogió un cesto de manzanas del jardín. Le dio la mitad de las manzanas a Fernando. Después le dio tres manzanas a Martita, cuatro a Richi y aún quedaron seis para ella. ¿Cuántas manzanas recogió Sofía?

A) 13 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 26

19 En esta pirámide, el número de cada ladrillo es la suma de los dos que están en los ladrillos que tiene justo debajo. ¿Cuánto debe valer ***a*** + ***b*** si queremos llegar al 60?



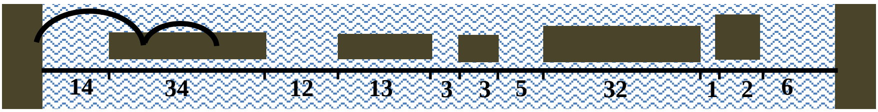
A) 12 **B)** 18 **C)** 32

D) 46 **E)** No se puede saber

20 Un número es impar de orden 1 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 sale par.
Un número es impar de orden 2 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 el resultado es un impar de orden 1.
Un número es impar de orden 3 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 el resultado es un impar de orden 2.
Y así sucesivamente... ¿Cuál de los siguientes números es el impar con mayor orden?

A) 25 **B)** 29 **C)** 33 **D)** 37 **E)** 41

21 Pataplúm, la pulga saltarina, puede recorrer hasta 20 metros de un solo salto. Hoy quiere cruzar el río de la figura saltando de isla en isla sin mojarse. ¿Cuál es el mínimo número de saltos que tiene que dar Pataplúm para llegar de una orilla a la otra? (En el dibujo, que no está a escala, todas las medidas están en metros).



A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

22 Formamos una secuencia comenzando con los números 1, 2 y 3. El cuarto número es la suma de los tres anteriores: 1 + 2 + 3 = 6, y el quinto la suma de los tres anteriores: 2 + 3 + 6 = 11. Si seguimos así, ¿qué número ocupará la novena posición?

A) 125 **B)** 37 **C)** 68 **D)** 230 **E)** 59

23

Esteban y Carmen juegan al quién es quién con números. Carmen ha elegido uno de estos dieciséis números. Esteban pregunta y Carmen contesta:

99	27	60	120
21	332	303	214
18	435	15	42
17	224	25	130

- ¿Es par? No.
- ¿Es múltiplo de tres? Sí.
- ¿La suma de sus cifras es un número par? Sí.

¿Cuánto suman todos los números que pudo haber pensado Carmen?

A) 417 **B)** 852 **C)** 549 **D)** 879 **E)** 1076

24

"¡La base de mi rectángulo mide el doble que su altura!", grita Lucía. "¡Pues la altura del mío mide el triple que su base!", exclama Julián. Si la base del de Julián mide lo mismo que la altura del de Lucía y el de Lucía tiene 54 cm de perímetro, ¿cuál es el perímetro del de Julián?

A) 108 cm **B)** 81 cm **C)** 72 cm **D)** 54 cm **E)** 27 cm

25

Y para terminar, Don Retorcido pregunta: "Adivina, adivinanza. ¿Cómo se llama el polígono de cuatro lados cuyas diagonales, que se cortan en su punto medio, son distintas y perpendiculares entre sí?"

A) Rectángulo **B)** Romboide **C)** Trapecio **D)** Cuadrado **E)** Rombo

concurso de primavera
MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 21 de febrero de 2018

NIVEL II (1º y 2º de E.S.O.

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

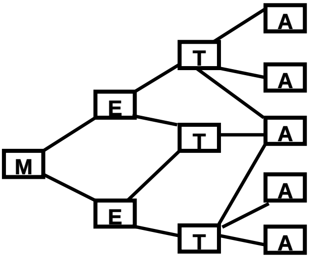
SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA
Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA
Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN
Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 ¿Cuántos caminos diferentes hay para conseguir la **META**?



A) 11 **B)** 8 **C)** 30

D) 18 **E)** 5

2 En el zoo juegan con números: Alce y Buey escriben, cada uno de ellos, un número de tres cifras; Cocodrilo y Delfín escriben, cada uno, un número de una sola cifra; y Elefante escribe un 5. Al sumarlos todos obtengo 2018 y a ti te pregunto: ¿Cuánto suman todas las cifras de los números de los cinco animales?

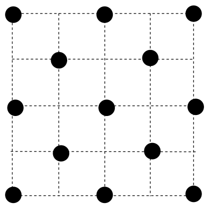
A) 74 **B)** 11 **C)** 59 **D)** 37 **E)** 69

3 Panda tarda 24 minutos en limpiar una piña y Perezoso, mucho más lento, tarda 3 horas. Si los dos trabajan juntos para el gran banquete, ¿en cuánto tiempo limpiarán 51 piñas?

A) 18 h **B)** 16 h **C)** 17 h

D) 25 h 30 min **E)** 86 h 42 min

4 Candela dibuja una cuadrícula en la que el lado de cada cuadradito mide 1 cm. Isabel señala trece puntos en esa cuadrícula. Gabriela dibuja todos los cuadrados posibles que pueden formarse usando esos puntos como vértices. Don Retorcido, que no para, te pregunta: ¿Cuánto suman las áreas, en cm^2, de todos esos cuadrados que dibujó Gabriela?



A) 36 **B)** 44 **C)** 48 **D)** 64 **E)** 52

5 Lo sentimos pero en este problema solo puedes trabajar con números de seis cifras formados únicamente por unos y doses. En estas condiciones, ¿cuál es la resta del mayor múltiplo de nueve y el menor múltiplo de seis?

A) 111 000 **B)** 90 909 **C)** 110 990 **D)** 110 889 **E)** 111 111

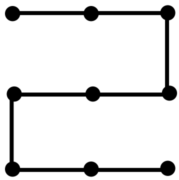
6 Por allí vienen las trillizas a toda velocidad. Abren el cajón de sus calcetines, todos desparejados y revueltos: ocho rojos, diez negros y doce azules. Hay muy poca luz y no distinguen bien los colores. ¿Cuántos calcetines tienen que coger como mínimo para asegurarse de que cada una obtenga un par de calcetines del mismo color?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

7 En el ascensor del gran pino pueden montarse como máximo 102 ardillas o 68 mapaches. Si acaban de subirse 42 ardillas, ¿cuántos mapaches pueden subirse todavía hasta llenar el ascensor?

A) 60 **B)** 40 **C)** 28 **D)** 26 **E)** 30

8 Noor quiere poner en su móvil una clave de desbloqueo que cumpla estas condiciones: tiene que empezar en el vértice superior de la izquierda; ha de pasar por los nueve puntos sin cruzarse nunca con ningún camino anterior; y todos los trazos han de ser horizontales o verticales pero no valen oblicuos. Aquí te mostramos una posible clave. ¿Cuántas claves diferentes tiene Noor para elegir?



A) 5 **B)** 6 **C)** 10 **D)** 4 **E)** 8

9 Dos amigas coleccionan círculos, unos rojos y otros verdes. Los tres quintos de los círculos de Andrea son rojos y la mitad de los círculos de Paula son rojos. Sabiendo que ambas tienen la misma cantidad de círculos rojos, ¿qué podemos asegurar del número A de círculos verdes de Andrea y el número P de los verdes de Paula?

A) $6A = 5P$ **B)** $3A = 2P$ **C)** $2A = 3P$ **D)** $A = 3P$ **E)** $5A = 6P$

10 Un número es impar de orden 1 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 sale par.
Un número es impar de orden 2 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 el resultado es un impar de orden 1.
Un número es impar de orden 3 si es impar y al sumarle 1 y dividir por 2 el resultado es un impar de orden 2. Y así sucesivamente...
Si 65 es el primer impar de orden 6, ¿cuál es el primer impar de orden 7?

A) 131 **B)** 129 **C)** 121 **D)** 97 **E)** 85

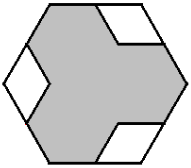
11 Profe, se me dan fatal los números decimales, me lío con las comas.
¡Ah, ¿sí?!, gritó Don Retorcido, ¿pues a ver si resuelves esta operación que me puso mi profesor cuando yo era como tú? $(0{,}2 \cdot 0{,}03)$ **:** $(0{,}004 \cdot 0{,}0005)$

A) 3000 **B)** 400 **C)** 0,003 **D)** 30 000 **E)** 0,000 000 012

12 Si un número termina en la cifra 4, su cubo también termina en 4. ¿Cuántas terminaciones se conservan al elevar al cubo?

A) Cuatro **B)** Cinco **C)** Seis **D)** Ocho **E)** Las diez

13 Dos de los vértices de los rombos que se ven en la figura son puntos medios de los lados del hexágono regular. Si el área del hexágono es de 36 cm^2, el área, en cm^2, de la zona sombreada es:



A) 33 **B)** 30 **C)** 27
D) 24 **E)** 21

14 He repartido mi bizcocho entre mis tres amigos. En principio, di a Don Retorcido 2/3 del total; a Comenúmeros 1/5 del total; y lo que sobró para Mozart. Al instante, Comenúmeros protestó y Don Retorcido, gruñendo, le dijo "anda, comilón, toma 1/4 de mi parte". Mozart quedó triste y Don Retorcido le dio 1/5 de lo que ahora tenía. Si después de la última negociación el trozo de Mozart pesaba 140 gramos, ¿cuántos gramos pesaba la porción final de Comenúmeros?

A) 180 **B)** 220 **C)** 140 **D)** 240 **E)** 200

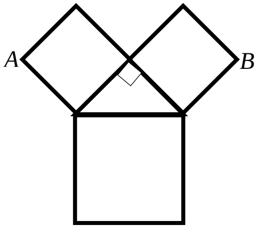
15 ¿No conocéis a la niña Centésima? Es una niña que disfruta con las matemáticas y siempre está inventándose problemas. Este es el primero que pone en nuestro concurso:
Mi número favorito es el 5 *y por eso he pensado en el número* A *que está formado por* 55 *cincos. Si multiplico el número* A *por* 1001 *me sale un número grandísimo al que llamo* B. ¿*Cuánto suman las cifras del número* B? (¡Jolines con la niña Centésima!)

A) 82 **B)** 81 **C)** 290 **D)** 30 **E)** 289

16 ¿A qué exponente hay que elevar 8 para obtener 16^{21}?

A) 42 **B)** 63 **C)** 168 **D)** 28 **E)** 62

17 La figura que te mostramos está formada por un triángulo rectángulo isósceles y tres cuadrados. Si la distancia entre *A* y *B* son 12 cm, ¿cuál es el área, en cm^2, de la figura?



A) 108 **B)** 90 **C)** 84
D) 72 **E)** 81

18 ¿Cuánto vale el número $x = 10 + 11 - 12 - 13 + 14 + 15 - 16 - 17 + ... + 46 + 47 - 48 - 49 + 50$?

A) 49 **B)** 10 **C)** –29 **D)** 50 **E)** 70

19 Alicia y María están en el duelo de *Saber y Ganar*. Alicia tiene 240 puntos y María 300. Tienen que apostar sobre la última pregunta de cada una. La que acierte su pregunta añadirá a su cuenta los puntos apostados, restando la mitad de estos a la cuenta de la otra. Si falla perderá de su cuenta los puntos apostados, sumando la mitad de estos a la cuenta de la otra. Alicia apostó 80 puntos y acertó. María apostó 60 y falló. ¿Cuál es la diferencia de puntos entre las puntuaciones finales de Alicia y María?

A) 150 **B)** 140 **C)** 139 **D)** 120 **E)** 100

20 Luis juega con cinco cartas ABCDE a desordenarlas de una curiosa manera.
Cambio 1: coge la carta del centro y la pone la primera, quedando CABDE.
Cambio 2: coge la última carta y la pone en el medio, quedando CAEBD.
El cambio 3 es igual que el cambio 1, el cambio 4 es igual que el cambio 2 y así sucesivamente.
Y así sigue sin pausa hasta que al realizar el cambio número 2018 queda agotado. ¿Qué carta ocupa la primera posición?

A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

21 Con los porcentajes hay que andarse con cuidado. ¿Cuáles de las siguientes frases son verdaderas?

P) El 27 % de 39 es igual al 39 % de 27.

Q) El 20 % del 30 % de cierta cantidad es lo mismo que el 60 % de dicha cantidad.

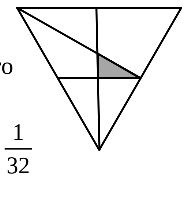
R) Una cantidad menos su 20 % es lo mismo que el 80 % de esa cantidad.

A) Solo R **B)** Solo Q y R **C)** Solo P y R **D)** Las tres **E)** Solo P

22 Si a y b son números no nulos que cumplen $3a + 2b = 5a + b$, ¿cuánto vale b dividido entre a?

A) 3 **B)** 8 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 0,5

23 En el triángulo equilátero hemos marcado los puntos medios de cada lado y aprovechándolos, hemos construido el triángulo relleno de pintura gris. ¿Qué fracción del triángulo equilátero ocupa el triángulo gris?



A) $\frac{1}{12}$ **B)** $\frac{1}{24}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{1}{16}$ **E)** $\frac{1}{32}$

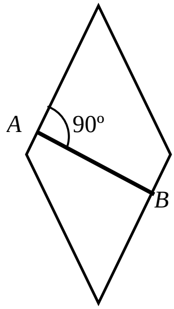
24 Cati se jubila y el último día de clase sus alumnos le regalan este problema:
Profe, te aseguramos que solo uno de estos números es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es?

A) 346 927 **B)** 346 928 **C)** 346 923 **D)** 346 922 **E)** 346 921

25 Terminamos con un rombo. Si el perímetro del rombo mide 24 cm y su área 24 cm^2, ¿cuál es la longitud, en cm, del segmento *AB*?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4

D) 5 **E)** 6



XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 21 de febrero de 2018

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** X LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

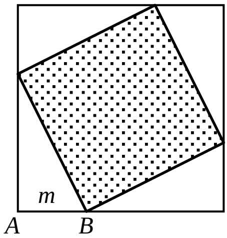
SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA
Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA
Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN
Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 En un cuadrado de lado 1 inscribimos un segundo cuadrado como vemos en la figura. Si $AB = m$, el área del cuadrado interior es:



A) $m^2 + 2m + 1$ **B)** $m^2 - 2m + 1$

C) $2m^2 - 2m + 1$ **D)** $2m^2 + 2m + 1$

E) $m^2 + m + 1$

2 Dos descuentos sucesivos del 10 % y del 20 % son equivalentes a un descuento del:

A) 30 % **B)** 15 % **C)** 25 % **D)** 28 % **E)** 35 %

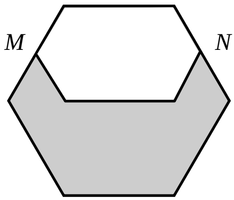
3 Una escalera de 25 m de longitud está apoyada en una pared vertical, de forma que el pie de la escalera dista 7 m de la pared. Si la volvemos a colocar, estando ahora el punto más alto de la escalera 4 m más bajo que antes, ¿a qué distancia estará ahora el pie de la pared?

A) 9 m **B)** 10 m **C)** 11 m **D)** 12 m **E)** 15 m

4 Sean a y b son enteros positivos. Si $a + b$ y $a^3 + b^3$ terminan en 3, entonces $a^2 + b^2$ termina en:

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

5 En la figura, M y N son puntos medios de dos lados del hexágono regular. El hexágono interior, no regular, tiene los lados paralelos e iguales dos a dos. Si el área del hexágono regular es 180 cm^2, el área, en cm^2, de la cabeza de gato (zona sombreada) es:



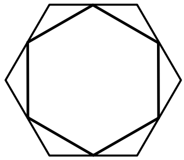
A) 105 **B)** 120 **C)** 126

D) 132 **E)** 144

6 Dos corredores A y B parten a la vez de Madrid a Alcalá, ciudades que distan 30 km entre sí. El corredor A va a una velocidad de 4 km/h menos que el B. Cuando el B llega a Alcalá da la vuelta y encuentra al A a 6 km de Alcalá. ¿Cuál es, en km/h, la velocidad del corredor A?

A) 4 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 20

7 Inscribimos en un hexágono regular otro hexágono regular cuyos vértices son los puntos medios de los lados del primero. ¿Cuál es el cociente entre el área del hexágono mayor y el área del inscrito?

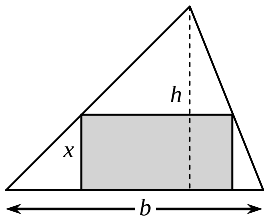


A) $\frac{6}{5}$ **B)** $\frac{3}{2}$ **C)** $\frac{4}{3}$ **D)** $\frac{5}{4}$ **E)** 2

8 ¿En cuál de las siguientes ecuaciones se verifica que y no es ni directa ni inversamente proporcional a x?

A) $x + y = 0$ **B)** $3xy = 10$ **C)** $x = 5y$ **D)** $3x + y = 10$ **E)** $\frac{x}{y} = \sqrt{3}$

9 En un triángulo de base b y altura h inscribimos un rectángulo como se muestra en la figura. Si la altura x del rectángulo es la mitad de la base de dicho rectángulo, entonces se verifica que:



A) $x = \frac{h}{2}$ **B)** $x = \frac{bh}{b+h}$ **C)** $x = \frac{bh}{b+2h}$

D) $x = \sqrt{\frac{bh}{2}}$ **E)** $x = \frac{b}{2}$

10 El cociente entre el área del cuadrado inscrito en una circunferencia y el área del cuadrado circunscrito a la misma circunferencia es:

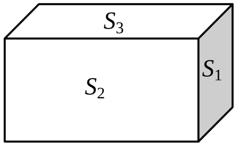
A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{2}{5}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** $\frac{3}{5}$

11 Si x e y son números positivos, con $x > y$, $z \neq 0$, la desigualdad que no siempre es verdadera es:

A) $x + z > y + z$ **B)** $x - z > y - z$ **C)** $x z > y z$ **D)** $\frac{x}{z^2} > \frac{y}{z^2}$

E) $x z^2 > y z^2$

12 De un paralelepípedo (caja rectangular) conocemos el área de la cara lateral, S_1, de la cara frontal, S_2, y de la cara superior, S_3. Si V es el volumen de la caja, entonces:



A) $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = V$ **B)** $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = \sqrt{V}$

C) $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = 2V$ **D)** $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = V^2$ **E)** $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 = V^3$

13 Tomamos un número cualquiera de tres cifras, *abc*, y con él formamos el número de seis cifras N = *abc abc*. Entonces podemos asegurar que el número N es divisible por:

A) 14 **B)** 26 **C)** 33 **D)** 99 **E)** 143

14 El área de un trapecio es 1400 cm^2 y su altura 50 cm. Nos piden encontrar la longitud de las bases sabiendo que ambas longitudes, en cm, son múltiplos de 8. El número de soluciones del problema es:

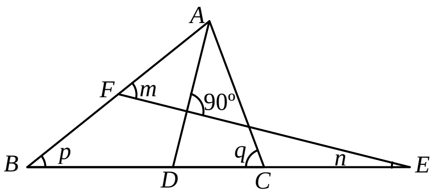
A) Ninguna **B)** Una **C)** Dos **D)** Tres **E)** Más de tres

15 Un triángulo y un trapecio tienen la misma área y la misma altura. Si la base del triángulo mide 18 cm, la longitud de la paralela media del trapecio es:

A) 30 cm **B)** 9 cm **C)** 18 cm

D) No se puede obtener con esos datos **E)** Nada de lo anterior

16 En el triángulo *ABC* de la figura, *AD* es la bisectriz del ángulo $\hat{A}$ y perpendicular a *EF*. Llamando a los ángulos marcados como se indica en la figura, entonces se verifica que:

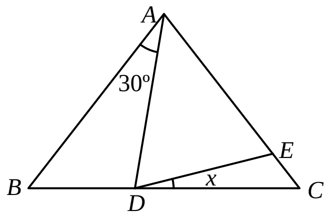


A) $m = \frac{1}{2}(p - q)$ **B)** $m = \frac{1}{2}(p + q)$ **C)** $n = \frac{1}{2}(p + q)$

D) $n = \frac{1}{2}m$ **E)** Nada de lo anterior

17 En la figura adjunta $AB = AC$, $B\hat{A}D = 30^{\circ}$ y $AE = AD$.

La medida del ángulo x es:



A) 7º 30´ **B)** 10º **C)** 12º 30´ **D)** 15º **E)** 20º

18 ¿Cuántos triángulos escalenos hay, de perímetro menor que 13, que tengan la medida de sus lados expresada con números enteros?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 18

19 Sacamos al azar tres tarjetas de una caja que contiene cinco tarjetas numeradas del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que el mayor número que aparece en las tarjetas sea el 4?

A) $\frac{3}{10}$ **B)** $\frac{1}{10}$ **C)** $\frac{1}{5}$ **D)** $\frac{2}{5}$ **E)** $\frac{1}{2}$

20 Si M es un entero positivo, designamos por $M!$ al producto $1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot M$. ¿Cuál es el mayor entero n para el que 5^n es divisor de $98! + 99! + 100!$?

A) 23 **B)** 24 **C)** 25 **D)** 26 **E)** 27

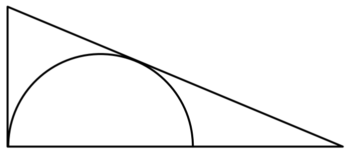
21 Elegimos al azar un entero entre 1000 y 9999. ¿Cuál es la probabilidad de que sea impar y con todos sus dígitos diferentes?

A) $\frac{14}{75}$ **B)** $\frac{56}{225}$ **C)** $\frac{107}{400}$ **D)** $\frac{7}{25}$ **E)** $\frac{9}{25}$

22 Si a, b y c son números reales no nulos y $a + b + c = 0$, ¿cuál es el valor o los posibles valores de $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$?

A) 0 **B)** 1 y –1 **C)** 2 y –2 **D)** 0, 2 y –2 **E)** 0, 1 y –1

23 En el triángulo rectángulo de catetos 5 y 12 inscribimos una semicircunferencia como muestra la figura. ¿Cuál es su radio?



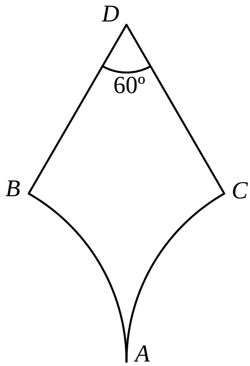
A) $\frac{17}{6}$ **B)** $\frac{13}{5}$ **C)** $\frac{59}{18}$

D) $\frac{10}{3}$ **E)** $\frac{60}{17}$

24 María tiene tres nietos que la llaman por teléfono regularmente. Uno cada 3 días, otro cada 4 y el otro cada 5. El 31 de diciembre de 2017 la llamaron los tres. ¿Cuántos días del año 2018 no recibirá ninguna llamada?

A) 78 **B)** 80 **C)** 144 **D)** 146 **E)** 152

25 En la figura que observas, DB y DC son segmentos de longitud 2, el ángulo $B\hat{D}C$ es de 60º y los arcos BA y CA son iguales y miden un sexto de la longitud de una circunferencia de radio 2. ¿Cuál es el área de la figura?



A) $3\sqrt{3}-\pi$ **B)** $4\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}$

C) $2\sqrt{3}$ **D)** $4\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$

E) $4+\frac{4\pi}{3}$

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 21 de febrero de 2018

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 La raíz cúbica de $3^{\left(3^3\right)}$ es:

A) 3^3 **B)** $3^{\left(3^3-1\right)}$ **C)** $3^{\left(2^3\right)}$ **D)** $3^{\left(3^2\right)}$ **E)** $\left(\sqrt[3]{3}\right)^3$

2 Seis gatos se comieron 20 ratones. El primer gato se comió un ratón, el segundo dos y el tercero tres. El cuarto gato se comió más ratones que cualquiera de los otros cinco. ¿Cuál es el mínimo número de ratones que se pudo comer el cuarto gato?

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 4

3 Las gráficas de las funciones $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ y $g(x) = 2x$ se cortan en:

A) Un punto de abscisa 2 **B)** Un punto de abscisa 0 **C)** Ningún punto
D) En dos puntos **E)** Más de dos puntos

4 Las soluciones de la ecuación $ax^2+bx+c=0$ son una inversa de la otra siempre que:

A) $a = c$ **B)** $a = bc$ **C)** $a = b$ **D)** $b = c$ **E)** $c = ab$

5 Si m y n son números impares, con $m > n$, el mayor entero que divide a todos los posibles números de la forma $m^2 - n^2$ es:

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 16

6 Las expresiones $a + bc$ y $(a + b)(a + c)$ son:

A) Siempre iguales **B)** Nunca iguales **C)** Iguales si $a + b + c = 1$
D) Iguales si $a + b + c = 0$ **E)** Iguales solamente cuando $a = b = c = 0$

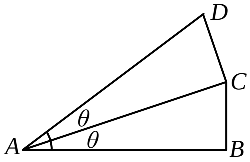
7 Los números reales x, y, z verifican las desigualdades $0 < x < 1$, $-1 < y < 0$, $1 < z < 2$. De los siguientes números, ¿cuál es, con seguridad, positivo?

A) $y + x^3$ **B)** $y + xz$ **C)** $y + y^2$ **D)** $y + 2y^2$ **E)** $y + z$

8 ¿Cuál de las siguientes funciones tiene su gráfica simétrica respecto del eje de ordenadas?

A) $y = x^2 + x$ **B)** $y = x^2 \operatorname{sen} x$ **C)** $y = x \cos x$ **D)** $y = x \operatorname{sen} x$ **E)** $y = x^3$

9 En la figura adjunta, $AB = 1$, $A\hat{B}C = A\hat{C}D = 90^o$ y $C\hat{A}B = D\hat{A}C = \theta$. ¿Cuál es la longitud de *AD?*



A) $\cos\theta + tg\theta$ **B)** $\dfrac{1}{\cos 2\theta}$ **C)** $\cos^2\theta$

D) $\cos 2\theta$ **E)** $\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

10 Se considera la sucesión de números $10^{\frac{1}{13}}, 10^{\frac{2}{13}}, 10^{\frac{3}{13}}, \ldots, 10^{\frac{n}{13}}, \ldots$ ¿Cuál es el menor entero positivo *n* tal que el producto de los *n* primeros términos de la sucesión es mayor que 100 000?

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 11

11 El complejo sen 300º– *i* cos 300º se puede también escribir como:

A) 1_{210^o} **B)** 1_{150^o} **C)** 1_{240^o} **D)** 1_{120^o} **E)** 1_{330^o}

12 Si *a, b* y *c* son números positivos que verifican el sistema $\begin{cases} ab = 26 \\ ac = 128 \\ bc = 52 \end{cases}$, la suma $a + b + c$ es igual a:

A) 29 **B)** $\dfrac{37}{2}$ **C)** 49 **D)** $\dfrac{93}{4}$ **E)** $\dfrac{109}{4}$

13 La suma de las cifras del mayor número menor que 1000, con cuatro divisores primos diferentes es:

A) 10 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 18 **E)** 21

14 Si $f(x) = ax + b$ y $f^{-1}(x) = bx + a$, ¿cuál es el valor de $a + b$?

A) –2 **B)** –1 **C)** 0 **D)** 1 **E)** 2

15 Si $4^x = 9$ y $9^y = 256$, el producto *xy* es igual a:

A) 21 **B)** 4 **C)** 10 **D)** 36 **E)** 48

16 Si m y n son enteros positivos con $n > 1$ y tales que $m^n = 2^{25} \cdot 3^{40}$, $m + n$ es igual a:

A) 209 962 **B)** 1954 **C)** 209 957 **D)** 6598 **E)** 2018

17 ¿Cuál de los siguientes números es igual a la suma de 100 enteros consecutivos?

A) 1 627 384 950 **B)** 2 345 678 910 **C)** 3 579 111 300
D) 4 692 581 470 **E)** 5 815 937 260

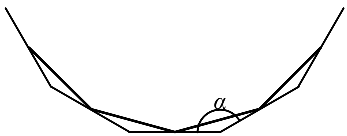
18 En un programa de televisión hay tres cuestiones de opción múltiple con tres respuestas cada una. Un concursante contesta al azar y gana si acierta al menos dos de las cuestiones. ¿Cuál es la probabilidad de que gane?

A) $\frac{1}{27}$ **B)** $\frac{1}{9}$ **C)** $\frac{2}{9}$ **D)** $\frac{7}{27}$ **E)** $\frac{1}{2}$

19 Alicia no se quiere sentar al lado de Beatriz ni al lado de Carlos. Darío no se quiere sentar al lado de Emilio. ¿De cuántas formas pueden sentarse los cinco en una fila de cinco sillas?

A) 12 **B)** 16 **C)** 28 **D)** 32 **E)** 40

20 El cociente entre las áreas del polígono regular de ángulo interior α y el polígono regular inscrito en él con vértices en los puntos medios de los lados es:

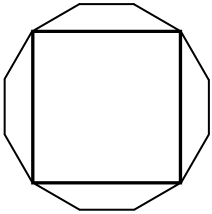


A) $\frac{2}{1-\cos\alpha}$ **B)** $\frac{2}{1+\cos\alpha}$ **C)** $\frac{4}{1+sen\alpha}$ **D)** $\frac{4}{2-\cos\alpha}$ **E)** 2

21 En el conjunto de enteros positivos definimos una función f tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para cualesquiera x e y. Si $f(10) = 14$ y $f(40) = 20$, ¿cuál es el valor de $f(500)$?

A) 29 **B)** 30 **C)** 39 **D)** 48 **E)** 50

22 El cuadrado de la figura tiene de área 2 dm^2. El área, en dm^2, del dodecágono regular circunscrito es:



A) $1+\sqrt{2}$ **B)** $2\sqrt{2}$ **C)** 3

D) $3\sqrt{2}-1$ **E)** 4

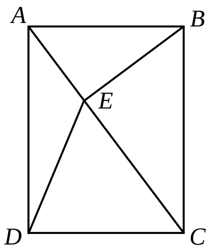
23 Pablo recuerda que la clave que puso en la cerradura de su maleta era de cuatro cifras distintas y solo dos eran impares. ¿Cuántas claves, como máximo, deberá introducir para abrir la maleta?

A) 2400 **B)** 2000 **C)** 1896 **D)** 1800 **E)** 1680

24 En un triángulo rectángulo de catetos a y b, si llamamos x a la altura sobre la hipotenusa, se verifica:

A) $ab = x^2$ **B)** $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$ **C)** $\frac{1}{x}=\frac{b}{a}$ **D)** $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{x^2}$ **E)** $a^2+b^2=2x^2$

25 Las dimensiones del rectángulo de la figura son AB = 3 y BC = 4. Si el punto E es el pie de la perpendicular desde B a la diagonal AC, ¿cuál es el área del triángulo AED?



A) 1 **B)** $\frac{42}{25}$ **C)** $\frac{28}{15}$

D) 2 **E)** $\frac{54}{25}$

concurso de primavera
MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 21 de abril de 2018

NIVEL I (5º y 6º de Primaria)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

PUNTUACIÓN

En los problemas 1 a 13:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	**5 *puntos***
*Cada pregunta **en blanco o errónea***	**0 *puntos***

En los problemas 14 a 25:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.
SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática *Concurso de Primavera*

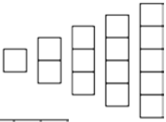
COLABORAN

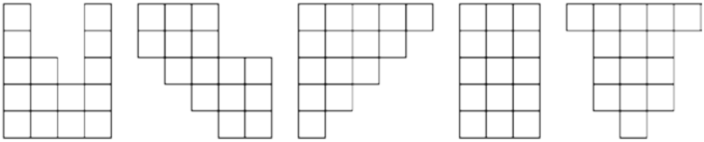
Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 El número 42 es el resultado de multiplicar dos números de una sola cifra, $42 = 6 \times 7$. ¿Cuántos números mayores que 40 son producto de dos números de una sola cifra?

A) Doce **B)** Once **C)** Diez **D)** Nueve **E)** Ocho

2 Estas cinco piezas pueden colocarse para formar cuatro de las cinco figuras que ves abajo. ¿Cuál de ellas es la que no se puede formar?





A) **B)** **C)** **D)** **E)**

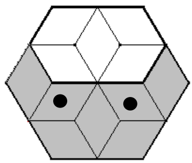
3 Cuando el viento sopla a favor el Capitán Primavera navega a 45 km/h y cuando sopla en contra lo hace a 25 km/h. Si hoy ha recorrido 310 km en 10 horas, a ratos con el viento a favor y a ratos con él en contra, ¿cuántas horas sopló el viento a favor?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

4 Una bolsa de garrapiñados cuesta 2 €. La gente compra las bolsas de una en una y paga con dos monedas de 1 € o con un billete de 5 €. Si hemos dispuesto de cien monedas de 1 € para dar cambio, y una de cada tres personas paga el precio exacto, ¿cuántas bolsas podremos vender como máximo sin ir a buscar más cambio?

A) 45 **B)** 51 **C)** 66 **D)** 75 **E)** 81

5 La figura hecha con diamantes es una cabeza de gato (zona sombreada) con diadema. Si la cabeza de gato tiene un perímetro de 48 cm, el perímetro, en cm, de la diadema es:



A) 32 **B)** 36 **C)** 30 **D)** 16

E) 24

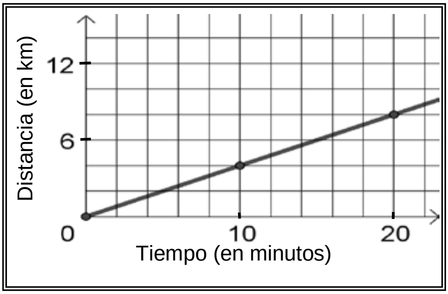
6 En 2018 celebramos la 22ª edición del Concurso de Primavera. ¿Qué edición celebraremos en 2081?

A) 92ª **B)** 85ª **C)** 93ª **D)** 89ª **E)** 84ª

7 Todo el mundo sabe que en Canarias hay una hora menos que en Madrid, pero tal vez no sepas que en Canarias hay tres horas más que en Buenos Aires. Y cuando en Buenos Aires son las diez de la mañana, en Nueva York aún son las ocho. Pero lo más sorprendente es que cuando en Nueva Delhi son las nueve y media de la noche, en Nueva York son las doce del mediodía. ¿Qué hora es en Madrid cuando en Nueva Delhi son las 21:00?

A) 15:30 **B)** 15:00 **C)** 6:00 **D)** 18:30 **E)** 17:30

8 La gráfica muestra la distancia que va recorriendo Irene con su bici. Si sigue a la misma velocidad durante una hora y media, ¿cuántos kilómetros recorrerá?



A) 20 **B)** 24 **C)** 32 **D)** 36 **E)** 40

9 He pensado un número, lo he dividido entre 3 y he obtenido el mismo resultado que si le hubiera restado 14. ¿Cuánto suman las cifras del número que he pensado?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

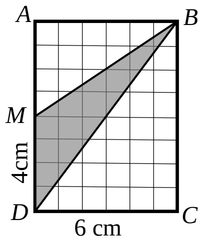
10 Esteban va a la playa con Ariel. Esteban se baña cada 20 minutos y sus baños duran 5 minutos. Ariel se baña cada media hora y sus baños duran un cuarto de hora. Si ambos salen del agua a las 10:00, ¿a partir de qué momento volverán a coincidir 5 minutos en el agua?

A) 12:00 **B)** 11:45 **C)** 11:30 **D)** 11:00 **E)** 10:15

11 Alfredo y Juanje saltan a la comba. Alfredo lo hace lentamente: uuuuno, dooos,…, pero Juanje va a toda velocidad: udotr… Tanto es así, que por cada dos saltos que da Alfredo, Juanje da siete. Los dos empiezan a saltar a la vez y cuando Alfredo ha terminado su entrenamiento después de 100 saltos, Juanje aún ha seguido y ha dado 50 saltos más. ¿Cuántos saltos ha dado Juanje en total?

A) 300 **B)** 400 **C)** 500 **D)** 350 **E)** 450

12 En el rectángulo *ABCD*, *AD* mide 8 cm y *AB* mide 6 cm. *M* es el punto medio del lado *AD*. ¿Cuál es, en cm^2, el área del triángulo sombreado *MBD*?



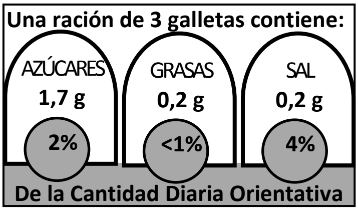
A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 12,5 **E)** 15

13 Inés tiene una cartulina rectangular de 594 mm por 841 mm.
Quiere hacer cuadrados de 15 cm de lado haciendo cortes siempre paralelos a los lados. ¿Cuántos cuadrados podrá hacer como máximo?

A) 10 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 24

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

14 En esta etiqueta aparecen los gramos de azúcares, grasas y sal que contiene una ración de 3 galletas y el porcentaje de la cantidad diaria orientativa que representan dichos gramos. Según eso, ¿cuántos gramos de sal se corresponden con la cantidad diaria orientativa?



A) 0,9 **B)** 1,8 **C)** 5 **D)** 6,3 **E)** 9

15 ¡Mira cómo mola! Tengo un rectángulo de 24 cm de perímetro, pero si prolongo su altura 2 cm obtengo un cuadrado. ¿Cuál es el área de mi rectángulo?

A) 24 cm^2 **B)** 144 cm^2 **C)** 35 cm^2 **D)** 36 cm^2 **E)** 48 cm^2

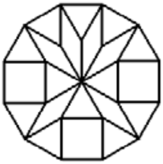
16 ¡Pues mi rectángulo mola mucho más! Su área es 24 cm^2 y si prolongo su base 2 cm obtengo un cuadrado. ¿Cuál es el perímetro de mi rectángulo?

A) 20 cm **B)** 12 cm **C)** 48 cm **D)** 16 cm **E)** 9 cm

17 En carnaval nos vamos a disfrazar de animales y el profesor nos ha dicho que tiene que haber ocho mamíferos, cinco aves, cuatro reptiles, cuatro peces y cuatro anfibios. Hemos metido 25 papelitos con los nombres de las especies en una bolsa para rifar quién irá de qué. Mariquilla quiere ir de sapo. Va a sacar su papelito en quinto lugar, cuando ya han salido dos mamíferos, un ave y un anfibio. Cruza los dedos y… ¿Qué probabilidad tiene de que le toque anfibio?

A) $\frac{4}{25}$ **B)** $\frac{3}{20}$ **C)** $\frac{3}{25}$ **D)** $\frac{1}{7}$ **E)** $\frac{1}{5}$

18 ¿Cuántos segmentos hay dibujados en la figura?



A) 36 **B)** 39 **C)** 42

D) 45 **E)** 48

19 Hada y Adán son dos tortolitos muy enamorados y el día de San Valentín se regalaron estas sumas. Si letras distintas representan cifras distintas, ¿cuánto vale la suma **N** + **I** + **D** + **O**?

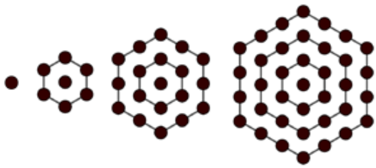
$$\begin{array}{cccc} & A & M & O \\ + & & & A \\ A & D & A & N \\ \hline O & N & D & A \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & A & M & O \\ + & & & A \\ H & A & D & A \\ \hline M & I & M & O \end{array}$$

A) 13 **B)** 15 **C)** 17 **D)** 18 **E)** 20

20 Los espías antiguos utilizaban el método de César para enviarse mensajes secretos. El método consiste en cambiar cada letra por la que está tres posiciones después en el orden alfabético. Si quieren escribir HOLA, escriben KRÑD. ¿Cuál de estos mensajes tiene sentido si se descifra usando el método de César?

A) HUUO **B)** FRUZ **C)** WDTI **D)** ELHP **E)** XEGW

21 El primer día del otoño Ardilleta encontró una nuez. El segundo encontró seis e hizo un hexágono alrededor de la primera nuez. Y quiso seguir cada día del otoño buscando las nueces necesarias para completar un nuevo hexágono, pero a los quince días ya estaba agotada. ¿Cuántas nueces tuvo que encontrar Ardilleta el último día?



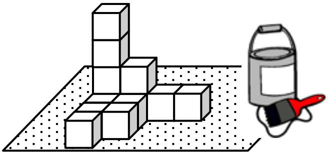
A) 1200 **B)** 180 **C)** 108 **D)** 90 **E)** 84

22 Belén y Harry juegan al quién es quién con números. Belén ha elegido uno de estos dieciséis números. Harry hizo tres preguntas, Belén contestó afirmativamente a todas y con eso Harry supo con certeza absoluta cuál era el número. Si las dos primeras preguntas fueron ¿es un número par? y ¿la suma de sus cifras es menor que 16? ¿Cuál pudo ser la tercera pregunta?

777	495	1000	888
301	238	658	735
357	26	764	336
154	343	922	989

A) ¿Es múltiplo de 4? **B)** ¿Una de sus cifras es 6?
C) ¿Es múltiplo de 7? **D)** ¿La suma de sus cifras es mayor que 18?
E) ¿La cifra de las unidades es 8?

23 Ferb ha hecho la construcción que ves con cubitos blancos y una vez terminada la ha pintado de rojo sin levantarla del suelo. Phineas, que venía distraído, ha tropezado con ella y los cubos han quedado desperdigados. ¿Cuántos de los cubitos tienen exactamente tres de sus caras pintadas de rojo?



A) Ninguno **B)** Uno **C)** Dos **D)** Tres **E)** Cuatro

24 La niña Centésima quería hacer esta enorme multiplicación:

6340502127 x 948300057

Pero antes de que empezara vino Comenúmeros y se comió todas las cifras impares, así que Centésima hizo una multiplicación mucho más pequeña con las cifras que quedaron. ¿Cuál es la suma de las cifras del resultado de la multiplicación que hizo Centésima?

A) 24 **B)** 26 **C)** 42 **D)** 18 **E)** 14

25 Y para terminar pregunta Don Retorcido: ¿Cuál es la suma de las cifras del menor número de cuatro cifras que es múltiplo de 7?

A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

concurso de primavera MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 21 de abril de 2018

NIVEL II (1º y 2º de E.S.O.)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

PUNTUACIÓN

En los problemas 1 a 13:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta **en blanco o errónea***	***0 puntos***

En los problemas 14 a 25:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática *Concurso de Primavera*

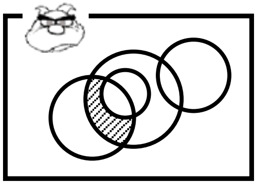
COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 ¿Preparados?, ¿listos?, ¡ya! Uno de fracciones para empezar. ¿Qué fracción hay que sumar a $1-\frac{2}{3}$ para obtener $4-\frac{5}{6}$?

A) $\frac{7}{2}$ **B)** $\frac{19}{6}$ **C)** $\frac{10}{3}$ **D)** $\frac{8}{3}$ **E)** $\frac{17}{6}$

2 Dentro del rectángulo grande, Comenúmeros ha colocado los veinte números naturales que hay desde el 1 hasta el 20. Ha distribuido dentro de cuatro círculos los que son múltiplos de 2, de 3, de 4 o de 7. ¿Cuántos números hay dentro de la región rayada?

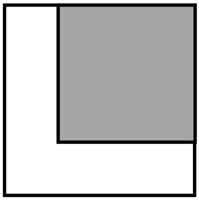


A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 1

3 Daniel juega con sus relojes de arena que tienen todos media hora de duración. Da la vuelta a uno y cada 8 minutos va dando la vuelta a un nuevo reloj. Justo cuando lleva 47 minutos con este juego, ¿cuántos relojes tendrán todavía arena sin caer en la parte superior?

A) 7 **B)** 6 **C)** 5 **D)** 4 **E)** 3

4 Sobre mi cuadrado blanco ha caído encima uno gris cuyo lado mide 2 cm menos que el del blanco. Si la superficie visible blanca es de 36 cm^2, ¿cuántos centímetros mide el lado del cuadrado gris?



A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 7 **E)** 6

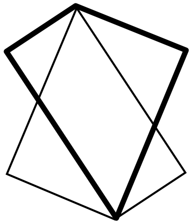
5 Tres amigos juegan con números de dos cifras. Cada uno escribe una pareja de números pero solo nos dejan ver uno de ellos: Daniel muestra el 14, Gabriel el 20 y Luis el 36. Y lo que son las casualidades, ¡los tres productos de cada pareja dan el mismo resultado! ¿Cuánto suman los tres números que no nos han enseñado los amigos?

A) 164 **B)** 188 **C)** 200 **D)** 70 **E)** 126

6 Don Retorcido ha cogido dos números a y b, enteros positivos. Ha visto que $a + b$ termina en 1 y que $a^2 + b^2$ termina en 3. ¿En qué cifra termina $a^{2018} + b^{2018}$?

A) 6 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 7 **E)** 3

7 Aprovechando dos rectángulos (uno de lados 5 cm y 15 cm y el otro de lados 9 cm y 13 cm) hemos diseñado una cometa como puedes ver en el boceto. ¿Qué área, en cm^2, tiene la cometa?



A) 60 **B)** 42 **C)** 96 **D)** 100 **E)** 82

8 Paula, Rubén, Miguelito y Luci se reunieron para celebrar la Primavera. Paula y Rubén compraron tres tartas iguales, Paula compró dos y Rubén una. Al final, como Miguelito y Luci no tenían dinero, pagaron a los dos compradores con 24 canicas. ¿Cuál es el reparto justo de las canicas entre Paula y Rubén?

A) 20 y 4 **B)** 16 y 8 **C)** 12 y 12 **D)** 18 y 6 **E)** 19 y 5

9 ¡Examen de divisiones enteras! (¡¡Biennnnn!!) Leed con calma estas cuatro afirmaciones:

I. Si multiplico por 3 el divisor el cociente quedará dividido entre 3.
II. Si divido entre 4 el dividendo y el divisor, el cociente quedará multiplicado por 4.
III. Si sumo 5 al dividendo y al divisor, el cociente no varía.
IV. Si resto 6 al divisor, el cociente aumentará en 3 unidades.

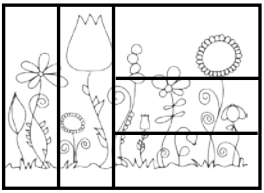
¿Cuántas de estas afirmaciones son correctas siempre?

A) Ninguna **B)** Solo la I y III **C)** Solo la III **D)** Todas **E)** Solo la IV

10 Al examen de natación se presentaron 15 delfines y 10 ballenas y la nota media fue 16. Sabiendo que la nota media de los delfines fue 18, ¿cuál fue la nota media de las ballenas?

A) 13 **B)** 17 **C)** 10 **D)** 12 **E)** 15

11 Ana y Pablo están diseñando la bandera de la Primavera y han decidido que tendrá cinco franjas (dos verticales y tres horizontales) y podrán usar los colores de la primavera: verde, rojo y azul. Si prohíben que dos franjas que se toquen tengan el mismo color, ¿cuántas banderas cumplirán sus condiciones?



A) 15 **B)** 6 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 8

12 La niña Centésima calcula muy deprisa y por eso muchas veces se equivoca. Si cada operación correcta es 1 punto y las incorrectas son 0 puntos, ¿qué nota sacará Centésima en este miniexamen?

$3 - (3 - 4)^3 = 2$ $\quad$ $3 - (3 - 4)\cdot(3 - 4) - 4 = -2$

$3 - (3 - 4)^2 = 4$ $\quad$ $3 - 4 - 3 = 2$

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

13

Nuestro querido profesor
además de retorcido
es un poco presumido
y al preguntarle su edad
salió con este acertijo

Tengo el triple de edad que mi hijo, y si sumo las dos cifras de mi edad con las de la suya, obtengo, ¡oh! sorpresa, el número de años que tiene mi hijo.
¡Me faltan datos!, protestó alguien.
¡Ah sí!, apuntó don Retorcido, *la suma de las dos cifras de mi edad es igual a la suma de las de mi hijo*.
¿Cuántos años suman entre los dos?

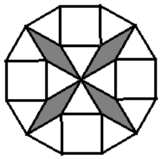
A) 88 **B)** 72 **C)** 96 **D)** 36 **E)** 61

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

14 Del triángulo *ABC* sabemos que el ángulo *B* mide 58º y el *C* mide 42º. Además, la bisectriz del ángulo *A* corta a su lado opuesto en el punto *P*.
En el triángulo *APC*, la bisectriz del ángulo *P* corta a su lado opuesto en el punto *Q*.
En el triángulo *APQ*, ¿cuánto mide el ángulo *Q*?

A) 80º **B)** 49º **C)** 91º **D)** 98º **E)** 90º

15 Hemos dividido un dodecágono regular en cuadrados, triángulos equiláteros y rombos. Si cada uno de los rombos sombreados tiene 12 cm^2 de área. ¿Cuál es el área, en cm^2, de cada cuadrado?



A) 15 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 30

16 *– Don Retorcido, ¿puede usted decirme qué hora es?*
– Desde luego, fíjese: si a la mitad del tiempo de día transcurrido le suma usted la tercera parte de lo que queda de día, aún faltan siete horas para ser la hora actual.
– ¡¿Perdón?! Si lo sé, pregunto a Comenúmeros. ¿Qué hora es?

A) 18 h **B)** 15 h **C)** 16 h **D)** 21 h **E)** 12 h

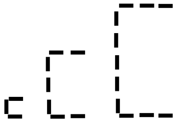
17 Nuestros amigos juegan con piedras y calculan de maravilla.
Pitágoras le dice a Tales: *Un cuarto de mis piedras son un sexto de las tuyas*.
Tales le dice a Arquímedes: *Un tercio de mis piedras son dos quintos de las tuyas*.
Si entre los tres tienen 180 piedras, juega tú también y dinos cuántas piedras tiene Pitágoras.

A) 72 **B)** 52 **C)** 48 **D)** 45 **E)** 60

18 El menor número divisible por 3, 5 y 7 cuyas cifras son 3, 5 y 7, es también divisible por…

A) 49 **B)** 25 **C)** 9 **D)** 11 **E)** 13

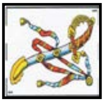
19 A la niña Centésima le encanta la letra inicial de su nombre y con ayuda de unos palitos va formando ces más y más grandes. De repente se hace esta pregunta: ¿Cuántos palitos necesitaré en total si solo quiero construir la C número 10 y la C número 100?



A) 438 **B)** 440 **C)** 330 **D)** 118 **E)** 341

20 Eva, Alicia y Clara se han pasado toda la tarde jugando a las cartas. Tanto que casi están mareadas y empiezan a ver visiones. Por muchas vueltas que le hayan dado al as de espadas, ¿cuál de estas cartas es imposible conseguir?

A)

B)

C)

D)

E)


21 Lo nunca visto, Don Retorcido y Comenúmeros frente a frente en la competición mundial de suma de fracciones monstruosas. Don Retorcido realiza siete sumas a la hora y Comenúmeros, más lento, hace cinco sumas a la hora. Si Comenúmeros tardó 14 horas más que Don Retorcido en completar la competición, ¿de cuántas sumas constaba el campeonato?

A) 217 **B)** 140 **C)** 420 **D)** 245 **E)** 175

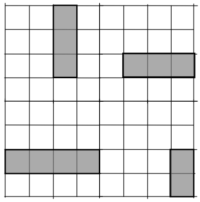
22 Si el complementario de un ángulo más el suplementario de ese ángulo suman 208º, ¿cuánto mide el ángulo?

A) 47º **B)** 28º **C)** 62º **D)** 52º **E)** 31º

23 En un agujero he metido los diez números que van del 10 al 19. Cojo cuatro y veo que A es un cuadrado perfecto, B es un múltiplo de 6, C es impar y D es múltiplo de 4. Si la suma de los cuatro es múltiplo de 5, ¿cuál es el número C?

A) 11 **B)** 13 **C)** 15 **D)** 17 **E)** 19

24 Tienes que colocar un barquito de 2 × 1, horizontal o vertical en este tablero. ¿En cuántas posiciones puedes situarlo si está absolutamente prohibido que dos barquitos estén en contacto, ni siquiera en un único vértice?



A) 22 **B)** 17 **C)** 15 **D)** 19

E) 24

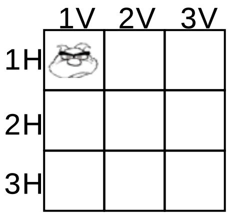
25 Un crucinúmero con tres números en horizontal, tres números en vertical y una cifra en cada casilla.

1H: múltiplo de 11.
2H: un cuadrado perfecto.
3H: múltiplo de 11.

1V: el mismo número que 1H.
2V: la suma de sus cifras es 20.
3V: una potencia de 6.

¡Hasta el año que viene! Huy, casi nos olvidamos de la pregunta.
¿Qué cifra hay en la casilla de Comenúmeros?

A) 9 **B)** 8 **C)** 2 **D)** 7 **E)** 6



concurso de primavera MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 21 de abril de 2018

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

PUNTUACIÓN

En los problemas 1 a 13:

Cada respuesta ***correcta*** *te aportará*	**5 *puntos***
Cada pregunta ***en blanco o errónea***	**0 *puntos***

En los problemas 14 a 25:

Cada respuesta ***correcta*** *te aportará*	***5 puntos***
Cada pregunta que dejes ***en blanco***	***1 puntos***
Cada respuesta ***errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática *Concurso de Primavera*

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 ¿Cuál es el valor de $2{,}018 \cdot 2017 - 10{,}17 \cdot 201{,}8$?

A) 2016 **B)** 2017 **C)** 2018 **D)** 20,18 **E)** 201,7

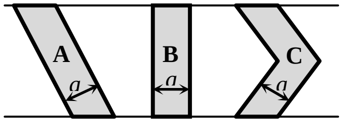
2 En el triángulo *ABC* el ángulo $\hat{C}$ es el triple del ángulo $\hat{A}$ y el ángulo $\hat{B}$ es el cuádruple del ángulo $\hat{A}$. Entonces, el triángulo *ABC* es:

A) Equilátero **B)** Obtusángulo **C)** Rectángulo **D)** Acutángulo **E)** Isósceles

3 ¿Cuál de los siguientes números es impar para todo entero *n*?

A) $2019n$ **B)** $n^2 + 2019$ **C)** n^3 **D)** $n + 2018$ **E)** $2n^3 + 2019$

4 En la figura adjunta las tres cintas A, B y C tienen el mismo ancho *a*. Las tres se apoyan en dos rectas paralelas. ¿Qué cinta tiene la menor área?



A) La cinta A **B)** La cinta B **C)** La cinta C
D) Las tres tienen la misma área **E)** Depende del valor de *a*

5 La suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los lados de un triángulo rectángulo isósceles es 72 cm². ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

A) 6 cm² **B)** 8 cm² **C)** 9 cm² **D)** 12 cm² **E)** 18 cm²

6 El perímetro de un triángulo equilátero es 2018 cm mayor que el de un cuadrado. Si cada lado del triángulo es *d* cm mayor que el lado del cuadrado, ¿cuántos enteros positivos no son posibles para valores de *d* ?

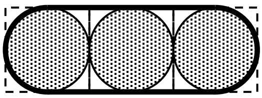
A) 0 **B)** 9 **C)** 221 **D)** 672 **E)** Infinitos

7 En esta suma cada letra, *x, y, z,* representa una cifra distinta de cero. ¿Qué cifra representa la letra *x*?

$$\begin{array}{rrr} & x & x \\ & y & y \\ + & z & z \\ \hline z & y & x \end{array}$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

8 En la figura que ves hay tres cuadrados y tres círculos rodeados por una línea gruesa. Si el área de cada cuadrado es *a* y el área de cada círculo *b*, ¿cuál es el área del recinto interior a la línea gruesa?

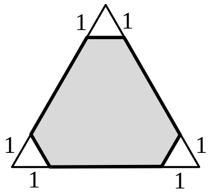


A) $3b + a$ **B)** $3a - b$ **C)** $a + 2b$ **D)** $2a + 2b$ **E)** $2a + b$

9 Cuando un barril está lleno al 30 % tiene 30 litros menos que cuando le falta el 30 % para estar lleno. ¿Cuántos litros contiene el barril lleno?

A) 60 **B)** 75 **C)** 90 **D)** 100 **E)** 120

10 En un triángulo equilátero de lado 5 hemos trazado paralelas a los lados construyendo el hexágono sombreado. ¿Qué porcentaje del área del triángulo ocupa el hexágono?

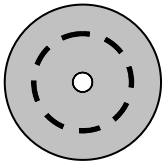


A) 72 % **B)** 75 % **C)** 80 %
D) 85 % **E)** 88 %

11 La mediana de una lista de cinco enteros positivos es 1 más que la moda y 1 menos que la media. ¿Cuál es la mayor diferencia que puede haber entre dos números de la lista?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

12 En la corona circular de la figura, determinada por dos circunferencias de radios 2 y 14, hemos dibujado otra circunferencia (a trazos) que divide a dicha corona en dos regiones de igual área. ¿Cuál es el radio de esta circunferencia?



A) 7,5 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 9,5 **E)** 10

13 En una caja hay 2 calcetines blancos, 3 azules y 4 rojos. Sé que de los 9 hay 3 con agujeros, pero no sé de qué color. Sin mirarlos, cojo unos cuantos. ¿Cuántos debo coger, como mínimo, para estar seguro de ponerme un par del mismo color y sin agujeros?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

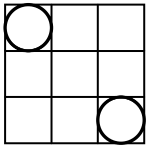
14 Alberto hace una travesía de 210 km en bicicleta. Al final resulta que ha alcanzado una media de 5 km/h más de la que había previsto y ha llegado una hora antes de lo esperado. ¿Qué velocidad media ha alcanzado?

A) 35 km/h **B)** 21 km/h **C)** 42 km/h **D)** 30 km/h **E)** 36 km/h

15 María tiene unos dados muy curiosos. En sus caras figuran los números: **–1**, **2**, **–3**, **4**, **–5**, **6**. Si lanza dos de ellos y suma los resultados obtenidos, ¿cuál de las siguientes sumas no podrá obtener?

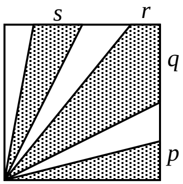
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 8

16 Dividimos un cuadrado de lado 3 en nueve cuadrados de lado 1. En dos de las esquinas inscribimos sendas circunferencias como muestra la figura. Si elegimos un punto de cada circunferencia y calculamos la distancia entre ambos, ¿cuál es la menor distancia que podemos obtener?



A) $2\sqrt{2}-1$ **B)** $\sqrt{2}+1$ **C)** $2\sqrt{2}$ **D)** 2 **E)** $3\sqrt{2}-2$

17 En un cuadrado de 36 cm^2 de área sombreamos algunas regiones como se muestra en la figura. Si el área sombreada es de 27 cm^2, ¿cuál es, en cm, la suma $p + q + r + s$?



A) 4 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

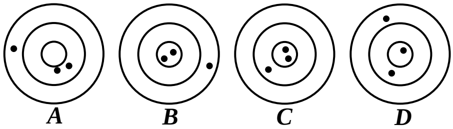
18 Escribimos en la pizarra varios enteros positivos diferentes. Si el producto de los dos menores es 16 y el producto de los dos mayores es 225, ¿cuánto suman todos los números?

A) 38 **B)** 42 **C)** 44 **D)** 58 **E)** 63

19 En una caja hay ocho tarjetas numeradas con: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 y 128. Bea toma unas cuantas al azar y Carlos el resto. Cuando las tienen, Bea observa que la suma de las suyas supera en 31 a la suma de las de Carlos. ¿Cuántas tarjetas cogió Bea?

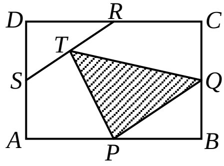
A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3 **E)** 2

20 Juan Jesús lanza tres dardos a cada una de las cuatro dianas de las figuras. Obtiene 29 puntos en la diana *A*, 43 en la diana *B* y 47 en la *C*. ¿Cuántos puntos obtuvo en la diana *D*?



A) 31 **B)** 33 **C)** 36 **D)** 38 **E)** 39

21 En el rectángulo *ABCD* los puntos *P*, *Q*, *R*, *S*, son los puntos medios de los lados. Si *T* es el punto medio de *RS*, ¿qué fracción del área del rectángulo ocupa el triángulo *PQT* ?



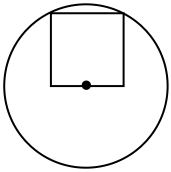
A) $\frac{2}{7}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{3}{8}$ **E)** $\frac{2}{9}$

22 El área total de un ortoedro (prisma rectangular recto) es 22 cm^2 y la suma de las longitudes de todas sus aristas es 24 cm. ¿Cuál es, en cm, la máxima distancia entre dos de los vértices de dicho prisma?

A) $\sqrt{11}$ **B)** $\sqrt{12}$ **C)** $\sqrt{13}$ **D)** $\sqrt{14}$

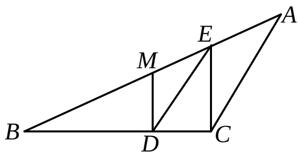
E) No se puede determinar

23 En la figura adjunta puedes ver una circunferencia y un cuadrado del que dos de sus vértices están en la circunferencia y uno de sus lados pasa por el centro de dicha circunferencia. Si el radio de la circunferencia mide 1 cm, ¿cuál es, en cm^2, el área del cuadrado?



A) $\frac{4}{5}$ **B)** $\frac{\pi}{3}$ **C)** $\frac{5}{4}$ **D)** 1 **E)** $\frac{\pi}{4}$

24 En el triángulo obtusángulo ABC de la figura, M es el punto medio del lado AB y MD y EC son perpendiculares al lado BC. Si el área de dicho triángulo es 24, ¿cuál es el área del triángulo EBD ?



A) 9 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 18

25 Consideramos 2018 puntos de los cuales unos son azules y los otros verdes. Asignamos a cada punto una fracción cuyo numerador es el número de puntos del otro color y el denominador es el número de puntos de su color (incluido él). ¿Cuál es la suma de las 2018 fracciones así construidas?

A) 2018 **B)** 1346 **C)** 1009 **D)** 505

E) Hace falta más información

concurso de primavera MATEMÁTICAS

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 21 de abril de 2018

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

¡¡¡ Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

PUNTUACIÓN

En los problemas 1 a 13:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	**5 *puntos***
*Cada pregunta **en blanco o errónea***	**0 *puntos***

En los problemas 14 a 25:

*Cada respuesta **correcta** te aportará*	***5 puntos***
*Cada pregunta que dejes **en blanco***	***1 puntos***
*Cada respuesta **errónea***	***0 puntos***

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA CRUZ** $\boxed{X}$ LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.
SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

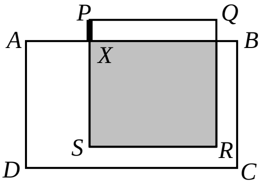
ORGANIZA

Asociación Matemática *Concurso de Primavera*

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

1 En la figura se observa un rectángulo *ABCD* de lados 10 y 6 y un cuadrado *PQRS* de lado 6. Si el área del rectángulo sombreado es la mitad del área del rectángulo *ABCD*, ¿cuál es la longitud del segmento *PX* ?



A) 0,5 **B)** 1 **C)** 1,2 **D)** 1,5 **E)** 2

2 Tenemos 18 tarjetas y en cada una de ellas escribimos el 4 o el 5. Si la suma de todos los números escritos es divisible entre 17, ¿en cuántas tarjetas está escrito el 4?

A) 13 **B)** 9 **C)** 7 **D)** 5 **E)** 4

3 En cada uno de los cinco cuadrados de la figura escribo un número de forma que cada uno de los tres centrales es la media aritmética de los dos que tiene a su lado. ¿Qué número es *x*?

x	**26**			**8**

A) 28 **B)** 30 **C)** 31 **D)** 32 **E)** 34

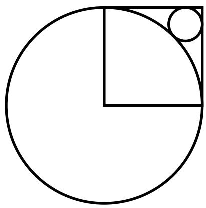
4 ¿Para cuántos enteros n con $1 \le n \le 100$ se verifica que el número n^n es un cuadrado perfecto?

A) 55 **B)** 54 **C)** 50 **D)** 15 **E)** 51

5 En una hoja de papel dibujamos cuatro rectas diferentes y contamos los puntos en los que se cortan dos o más rectas. ¿Cuál de los siguientes números no puede ser el número que obtenemos?

A) 6 **B)** 5 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 1

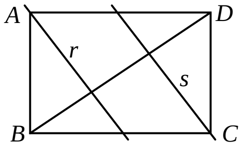
6 La figura adjunta muestra dos circunferencias tangentes entre sí y un cuadrado de lado 10 cm, con un vértice en el centro de la circunferencia mayor y dos lados tangentes a ambas circunferencias. Si escribimos el radio de la circunferencia menor como $\left(a - b\sqrt{2}\right)$ cm, el valor de $a + b$ es:



A) 30 **B)** 40 **C)** 50 **D)** 60

E) 70

7 En el rectángulo *ABCD* de la figura, las rectas *r* y *s*, que pasan por los vértices *A* y *C*, son perpendiculares a la diagonal *BD* y la dividen en tres trozos iguales de 1 cm de longitud cada uno. El área de dicho rectángulo, en cm^2, y redondeada a las décimas es:



A) 4,1 **B)** 4,2 **C)** 4,3 **D)** 4,4 **E)** 4,5

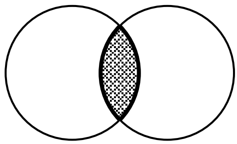
8 ¿Cuántos enteros *n* verifican que $n^4 + 6n < 6n^3 + n^2$?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** Nada de lo anterior

9 Los números enteros *a, b, c, d,* verifican la igualdad $a\log 2 + b\log 3 + c\log 5 + d\log 7 = 2018$. ¿Cuál es el valor de $a + b + c + d$? (log significa logaritmo en base 10)

A) 2016 **B)** 2017 **C)** 2018 **D)** 4036 **E)** 5034

10 Dos circunferencias de radio 2 se solapan de forma que el arco de cada una interior a la otra es el 25 % de su longitud. ¿Cuál es el área de la zona solapada?



A) $\pi - 2$ **B)** $2\pi - 4$ **C)** $2\pi - 2$
D) $2\pi - 3$ **E)** π

11 Un número de dos cifras verifica que el producto de sus cifras más la suma de ambas coincide con dicho número. ¿Cuál es la cifra de las unidades del número en cuestión?

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

12 Si el número real α verifica que $\cos\alpha = tg\alpha$, ¿cuál es el valor de $\frac{1}{sen\alpha} + \cos^4\alpha$?

A) – 2 **B)** – 1 **C)** 0 **D)** 1 **E)** 2

13 ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $\left| x - |2x+1| \right| = 3$?

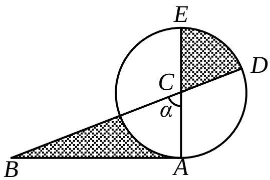
A) Ninguna **B)** Una **C)** Dos **D)** Tres **E)** Cuatro

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

14 Un polígono convexo tiene exactamente tres ángulos obtusos. ¿Cuál es el máximo número de lados de dicho polígono?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

15 La figura adjunta muestra una circunferencia de centro *C* y diámetro *AE*, un segmento *AB* perpendicular a dicho diámetro y un segmento *BD* que contiene al centro *C*.



Si $\alpha = A\hat{C}B$, en radianes, y las dos zonas sombreadas tienen la misma área, entonces:

A) $tg\alpha = \alpha$ **B)** $tg\alpha = 2\alpha$ **C)** $tg\alpha = 4\alpha$ **D)** $tg2\alpha = \alpha$ **E)** $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \alpha$

16 Si *a* y *b* son números reales con $a > 1$, $b \neq 0$ y se verifica que $a\,b = a^b$ y $\dfrac{a}{b} = a^{3b}$, entonces el valor de b^{-a} es:

A) 4 **B)** 8 **C)** 16 **D)** 32 **E)** $8\sqrt{2}$

17 Dos semirrectas que parten de un punto *O* forman un ángulo de 30º. Los puntos *A* y *B* están uno en cada una y *AB* = 1. ¿Cuál es la máxima longitud posible del segmento OB?

A) 1 **B)** $\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **C)** $\sqrt{3}$ **D)** 2 **E)** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

18 Si $a = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}$ y $b = \sqrt{9-\sqrt{9-\sqrt{9-\ldots}}}$, ¿cuál es el valor de *ab*?

A) $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{26}-2\right)$ **B)** $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{37}-1\right)$ **C)** $4\sqrt{5}-2\sqrt{2}$ **D)** $3\sqrt{6}+1$

E) Nada de lo anterior

19 Dos de las alturas de un triángulo escaleno miden 4 y 12 cm. Si la longitud de la tercera altura, en cm, viene dada también por un número entero, ¿cuál es el máximo valor que puede tener este número?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 10

20 Si $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ consideramos los números $A = (\cos\alpha)^{\cos\alpha}$, $B = (sen\alpha)^{\cos\alpha}$ y $C = (\cos\alpha)^{sen\alpha}$, ¿qué afirmación de las siguientes es verdadera?

A) $A < B < C$ **B)** $A < C < B$ **C)** $B < A < C$
D) $B < C < A$ **E)** $C < A < B$

21 Dos de las medianas de un triángulo son perpendiculares y miden 8 y 12 cm. Entonces el área del triángulo, en cm^2, es:

A) 24 **B)** 32 **C)** 48 **D)** 64 **E)** 96

22 Si *a, b* y *c* son enteros positivos que verifican $a < b < c$ y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, ¿cuál es el valor de $a + b + c$?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

23 Supongamos que contestas al azar las tres últimas cuestiones de esta prueba. ¿Cuál es el número de aciertos más probable?

A) Cero **B)** Uno **C)** Dos **D)** Tres
E) Todos son igual de probables

24 ¿Cuántos enteros positivos menores o iguales que 2018 verifican que alguna de sus cifras es cero?

A) 470 **B)** 472 **C)** 476 **D)** 479 **E)** 482

25 Si sen x + cos $x = a$, entonces $\operatorname{sen}^4 x + \cos^4 x$ es:

A) $1 - \frac{(1-a^2)^2}{2}$ **B)** a^4 **C)** $\frac{1-(1-a^2)^2}{2}$ **D)** $a^4 + 1$ **E)** $1 + \frac{(1-a^2)^2}{2}$

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS
TABLA DE SOLUCIONES (1ª Fase)

Nivel I		Nivel II		Nivel III		Nivel IV	
1	**E**	1	**B**	1	**C**	1	**D**
2	**E**	2	**A**	2	**D**	2	**C**
3	**D**	3	**A**	3	**E**	3	**C**
4	**D**	4	**E**	4	**D**	4	**A**
5	**C**	5	**D**	5	**A**	5	**D**
6	**D**	6	**C**	6	**B**	6	**C**
7	**B**	7	**B**	7	**C**	7	**E**
8	**A**	8	**E**	8	**D**	8	**D**
9	**B**	9	**B**	9	**C**	9	**E**
10	**A**	10	**B**	10	**A**	10	**E**
11	**D**	11	**A**	11	**C**	11	**A**
12	**B**	12	**C**	12	**D**	12	**E**
13	**D**	13	**C**	13	**E**	13	**D**
14	**C**	14	**B**	14	**D**	14	**A**
15	**D**	15	**A**	15	**B**	15	**B**
16	**A**	16	**D**	16	**B**	16	**C**
17	**D**	17	**E**	17	**D**	17	**A**
18	**E**	18	**B**	18	**C**	18	**D**
19	**B**	19	**A**	19	**A**	19	**C**
20	**C**	20	**B**	20	**D**	20	**A**
21	**C**	21	**C**	21	**B**	21	**C**
22	**A**	22	**D**	22	**A**	22	**C**
23	**B**	23	**B**	23	**D**	23	**A**
24	**C**	24	**E**	24	**D**	24	**D**
25	**E**	25	**C**	25	**B**	25	**E**

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS
TABLA DE SOLUCIONES (2ª Fase)

Nivel I		Nivel II		Nivel III		Nivel IV	
1	**C**	1	**E**	1	**C**	1	**B**
2	**B**	2	**D**	2	**C**	2	**D**
3	**C**	3	**E**	3	**E**	3	**D**
4	**D**	4	**A**	4	**B**	4	**A**
5	**A**	5	**B**	5	**C**	5	**D**
6	**B**	6	**E**	6	**D**	6	**C**
7	**E**	7	**C**	7	**D**	7	**B**
8	**D**	8	**A**	8	**E**	8	**B**
9	**A**	9	**A**	9	**B**	9	**D**
10	**A**	10	**A**	10	**E**	10	**B**
11	**B**	11	**C**	11	**A**	11	**E**
12	**C**	12	**B**	12	**E**	12	**E**
13	**B**	13	**B**	13	**C**	13	**C**
14	**C**	14	**C**	14	**A**	14	**C**
15	**C**	15	**D**	15	**D**	15	**B**
16	**A**	16	**A**	16	**A**	16	**C**
17	**D**	17	**C**	17	**E**	17	**D**
18	**C**	18	**A**	18	**C**	18	**B**
19	**E**	19	**A**	19	**B**	19	**B**
20	**D**	20	**C**	20	**C**	20	**E**
21	**E**	21	**D**	21	**B**	21	**D**
22	**E**	22	**E**	22	**D**	22	**C**
23	**D**	23	**E**	23	**A**	23	**A**
24	**A**	24	**B**	24	**B**	24	**A**
25	**A**	25	**E**	25	**A**	25	**A**

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel I

1. (E) Calculamos la diferencia de temperaturas:
23 – 15 = 8
La casa estaba a 8 grados.

2. (E) Realizamos las siguientes operaciones:
20 € – 5,12 € = 14,88 € pagó Luca por 12 cuadernos
14,88 : 12 = 1,24 € vale cada cuaderno
1,24 × 6 = 7,44 € valen los seis cuadernos de Lino
10 € – 7,44 € = 2,56 €
A Lino le devolvieron 2,56 €

3. (D) Utilizamos una tabla de doble entrada para calcular el número de formas distintas en las que se puede rellenar la papeleta. Nombremos a las chicas con las letras: A, B, C, D y E, y a los chicos con las letras X, Y y Z.

	A	B	C	D	E
X	A, X	B, X	C, X	D, X	E, X
Y	A, Y	B, Y	C, Y	D, Y	E, Y
Z	A, Z	B, Z	C, Z	D, Z	E, Z

Podemos rellenar de estas formas la papeleta:
(A, X), (B, X), (C, X), (D, X), (E, X), (A, Y), (B, Y), (C, Y), (D, Y), (E, Y), (A, Z), (B, Z), (C, Z), (D, Z), (E, Z).
En total 15 formas distintas.

4. (D) La longitud del lado de una servilleta cuadrada es 22 cm. Expresamos en centímetros la longitud del rollo y operamos:
82,50 m × 100 = 8250 cm
8250 cm : 22 cm = 375
El rollo tiene 375 servilletas.

5. (C) Expresamos los pesos en la misma unidad y operamos:
1,7 kg = 1700 g
1700 g – 250 g = 1450 g pesan las monedas
1450 g : 3,06 g = 473,8562 monedas de 2 céntimos
473,8562 × 2 = 947,7124 céntimos
947,7124 céntimos ≅ 10 euros
En el bote hay aproximadamente 10 €.

6. (D) Calculamos el múltiplo común más pequeño de 4 y de 18.
$mcm(2^2, 2\times3^2) = 2^2 \times 3^2 = 36$. Al cabo de 36 horas vuelven a coincidir.
36 horas = 1 día y medio
Come y hace caca cada 36 horas, lo que es igual a un día y medio
10 h + 36 h = 46 h = 24 h + 22 h
Lunes 10 h + 1 día y 12 horas = martes 22 h
Los dos eventos vuelven a coincidir el martes a las 22:00 horas.

7. (B) Un número es múltiplo de tres cuando la suma de sus cifras es múltiplo de tres.
Sumamos las cifras conocidas del número que le ha dado Adriana:
2 + 3 + 4 + 1 + 7 + 7 + 5 = 29
Buscamos múltiplos de tres mayores que 29:
30 = 29 + 1; 33= 29 + 4; 36 = 29 + 7.
Las cifras que se pueden poner en el cuadrado son: 1, 4 y 7
Su suma es: 1 + 4 + 7 = 12

8. (A) En total hay 6 bolígrafos; de los cuales $\frac{1}{2}$ son bolígrafos que no pintan y $\frac{2}{6}$ son bolígrafos rojos que pintan. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

La probabilidad de coger un boli que pinte rojo es $\frac{1}{6}$.

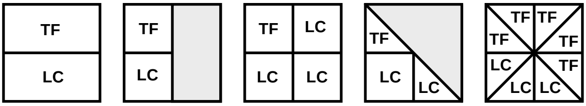
9. (B) Siguiendo el desarrollo de la espiral, observamos que la distancia entre dos estacas impares consecutivas es igual al número par entre esos dos impares expresado en metros.
Por tanto, hasta la estaca 21 habrá 2 + 4 +…+ 18 + 20 = 110 m
En consecuencia, hasta la estaca 20 tendremos 110 – 10 = 100 m
Una forma sencilla de realizar la suma anterior es:
$(2 + 20) + (4 + 18) + (6 + 16) + (8 + 14) + (10 + 12) = 22 \times 5 = 110$ m

10.(A) Para facilitar la resolución del problema, nombramos Trinafantus con TF y Loca-Cola con LC.
Seguimos estos pasos:

- En el vaso de Juan hay1/2 (50%) de TF y 1/2 (50%) de LC.
- Después de que Olivia bebiese la mitad del contenido quedan en el vaso un cuarto (1/4) de TF y un cuarto (1/4) de LC.
- A continuación, rellena el vaso con 1/2 de LC. Ahora en el vaso hay un cuarto (1/4) de TF y tres cuartos (3/4) de LC.
- Después de que Rafa bebiese la mitad del contenido de vaso, queda un octavo (1/8) de TF y tres octavos (3/8) de LC.
- Finalmente rellena el vaso con 1/2 de TF. El vaso contiene 5/8 de TF y 3/8 de LC

Quedan en el vaso3/8 tres octavos de Loca-Cola.

Puede resultar de ayuda tratar geométricamente el problema mediante un esquema como el de la figura.



11.(D) Como la cuadrícula es de 1 cm × 1 cm, la superficie de cada casilla es de 1 cm^2. Para calcular el área del patito podríamos dividir la superficie del patito en diferentes figuras planas; pero la mejor forma es contando uno a uno el número de casillas que ocupa el patito (10 medias casillas y 20 casillas completas).
El área del patito es de 25 cm^2.

12.(B) Resolvemos cada una de las operaciones y obtenemos estos resultados:
A: 10 + 3 × (5 – 2) = 10 + 3 × 3 = 10 + 9 = 19
B: 4 + 4 × 4 = 4 + 16 = **20**
C: 23 – 14 + 2 × 3 = 23 – 14 + 6 = 15
D: 6 + 3 × 5 – 2 = 6 + 15 – 2 = 19
E: 215 – 199 = 16

13.(D) Realizamos las mismas operaciones que hizo Goraspita con cada uno de los tríos de números:
5 × 5 – (4 × 4 + 3 × 3) = 25 – 25 = 0
13 × 13 – (10 × 10 + 12 × 12) = –75
13 × 13 – (12 × 12 + 5 × 5) = 0
15 × 15 – (12 × 12 + 9 × 9) = 0
Se obtiene cero con tres tríos.

14.(C) Según el gráfico, la velocidad de la perrita es tres veces mayor que la de Ana
12 × 3 = 36
Phoebe recorre 36 kilómetros.

15.(D) Puntos de Alicia: 240 + 80 = 320
Puntos de María: 300 – 40 = 260; 260 – 60 = 200
María se quedó con 200 puntos.

16.(A) En primer lugar, realizamos todas las sumas posibles con los cuatro números de la tabla: 2 + 3 = 6; 2 + 7 = 9; 3 + 7 = 10; 2 + 9 = 11; 3 + 9 = 12; 7 + 9 = 16; 2 + 3 + 7 = 12; 2 + 3 + 9 = 14; 2 + 7 + 9 = 18; 3 + 7 + 9 = 19; 2 + 3 + 7 + 9 = 21; A continuación, tachamos las sumas obtenidas y los números de las tarjetas: ~~2~~, ~~3~~, 4, 5, 6, ~~7~~, 8, ~~9~~, ~~10~~, ~~11~~, ~~12~~, 13, ~~14~~, 15, ~~16~~, 17, ~~18~~, ~~19~~, 20, ~~21~~
Quedan estos números sin tachar: 4, 6, 8, 13, 15, 17, 20.
Centésima no podrá obtener siete números.

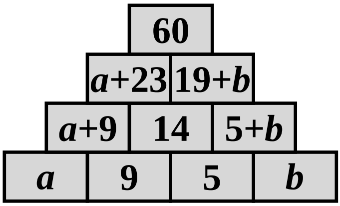
17.(D) Las cifras que son números primos son:, 2, 3, 5 y 7. En cada decena hay 4 números que tienen esas cifras. Además en los números en los que la cifra de las decenas es cualquiera de estas cuatro cifras, habrá otras 10 cifras que son números primos.
En total Comenúmeros se habrá comido 4 + 4 + 14 + 14 + 4 + 14 + 4 + 14 + 4 + 4, es decir, 90 cifras.
Una tabla con los números del 100 al 199 facilita la resolución de este problema.

100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	4 cifras
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	4 cifras
120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	14 cifras
130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	14 cifras
140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	4 cifras
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	14 cifras
160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	4 cifras
170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	14 cifras
180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	4 cifras
190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	4 cifras

TOTAL: 90 cifras

18.(E) Las manzanas que dio a Martita (3), a Richi (4) y las que quedaron para Sofía (6) hacen la mitad de las manzanas que recogió en el jardín.
3 + 4 + 6 = 13 manzanas. 13 × 2 = 26. Sofía recogió 26 manzanas.

19.(B) Teniendo en cuenta que el número de cada ladrillo es la suma de los dos números que están en los ladrillos de debajo, podemos poner los números de cada ladrillo en función de a y b, como se muestra en la figura. Se sigue de ahí que $60 = (a + 23) + (19 + b)$ y, por lo tanto, $a + b = 60 – 23 – 19 = 18$.



20.(C) El resultado de los cinco números es el siguiente:
25: orden 3; 29: orden 2; 33: orden 5; 37: orden 2; 41: orden 3
El número impar con mayor orden es el 33.

21.(C) Sumamos las distancias:
14 + 34 + 12 + 13 + 3 + 3 + 5 + 32 + 1 + 2 + 6 = 125 m
125 : 20 = 6,25
Pataplum tiene que dar 7 saltos completos.

22.(A) Secuencias:
4ª**:** 1 + 2 + 3 = 6; 5ª: 2 + 3 + 6 = 11; 6ª: 3 + 6 + 11 = 20; 7ª: 6 + 11 + 20 = 37;
8ª: 11 + 20 + 37 = 68; 9ª: 20 + 37 + 68 = 125
El 125 es el número que ocupa la novena posición.

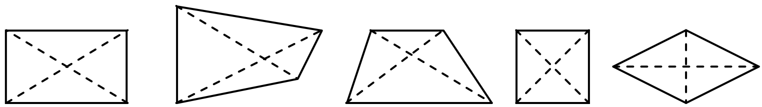
23.(B) Siguiendo las indicaciones, se tachan los siguientes números

99	~~27~~	~~60~~	~~120~~
~~21~~	~~332~~	303	~~214~~
~~18~~	435	15	~~42~~
~~17~~	~~224~~	~~25~~	~~130~~

Quedan sin tachar los números: 99, 303, 435, 15
99 + 303 + 435 + 15 = 852
La suma de los números que ha pensado Carmen es 852.

24.(C) Dado que el perímetro de un rectángulo es igual a:
2 × (longitud de la *base* + longitud de la *altura*)
El perímetro del rectángulo de Lucía es:
2 × (2 × *altura* + *altura*) = 6 × *altura* = 54 cm y, por tanto, la altura del de Lucia mide 9 cm.
Por otra parte, el perímetro del rectángulo de Julián es:
2 × (*base* + 3 × *base*) = 8 × *base*.
Como la base del de Julián es igual a la altura del de Lucía, tendremos que el perímetro del de Julián es: 8 × 9 = 72 cm.

25.(E) El único cuadrilátero que sus diagonales son perpendiculares y de distinta longitud es el Rombo.



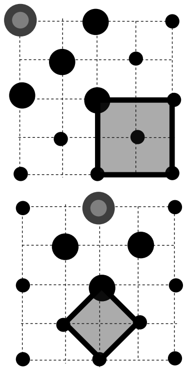
XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel II

1. (B) Para obtener la solución solo hay que ir recorriendo los caminos de forma sistemática. Hay ocho caminos.

2. (A) Vamos a sumar dos números de 3 cifras, que como mucho pueden sumar $999 \cdot 2 = 1998$ con tres números de una cifra, que como mucho pueden sumar $5 + 9 \cdot 2 = 23$ y queremos que el resultado sea 2018.
Observa que si las cifras de las centenas o las decenas de los números pensados por Alce y Buey no fueran 9, no podríamos alcanzar esa cantidad pues $989 + 999 + 23 = 2011$. Así que el número que pensó alce es 99*a*, el que pensó Buey es 99*b*, el que pensó Cocodrilo es *c*, Delfín es *d* y el que pensó Elefante es 5.
La suma es $990 \cdot 2 + (5 + a + b + c + d) = 1980 + (5 + a + b + c + d) = 2018$.
Así que la suma de las unidades de esos cinco números es $5 + a + b + c + d = 38$.
No podemos saber qué número escribió cada uno, pero sabemos que la suma de las cifras de los números escritos es $9 + 9 + 9 + 9 + 5 + a + b + c + d = 36 + 38 = 74$.

3. (A) Panda en 240 minutos = 4 horas limpia 10 piñas, así que en dos horas limpia 5 piñas.
Veamos cuántas limpian juntos en 6 horas (que es múltiplo de 2 y de 3). En 6 horas Panda limpia $5 \cdot 3 = 15$ piñas y Perezoso 2, así que juntos limpian 17 piñas.
Como $51 = 3 \cdot 17$, en tres periodos de 6 horas habrán terminado.
Es decir, tardan $6 \cdot 3 = 18$ horas.



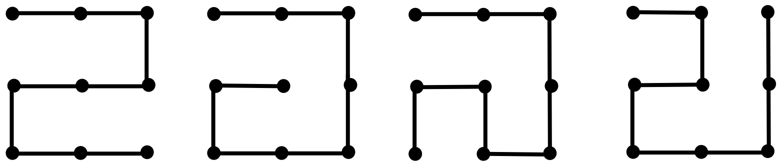
4. (E) Vamos poco a poco para no olvidarnos de ningún cuadrado:
En el primer cuadrado hemos marcado en grande los puntos que podemos usar como vértice superior izquierdo de un cuadrado si usamos la cuadrícula para trazar los lados, como el del ejemplo. Todos ellos tienen área 4 cm^2 y hay 5.
Con el punto gris se puede formar además otro cuadrado grande de área 16 cm^2.
En el cuadrado de abajo los puntos grandes son el vértice superior de los cuadrados que se forman trazando diagonales, como el del ejemplo.
Todos ellos tienen área 2 cm^2 y hay 4. Además, con el gris se puede formar un cuadrado más grande de área 8 cm^2.
Así pues, el área total es $5 \cdot 4 + 16 + 4 \cdot 2 + 8 = 52$ cm^2.

5. (D) Recuerda los criterios de divisibilidad: un número es múltiplo de 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9 y es múltiplo de 6 si lo es de 2 y de 3, es decir: la cifra de las unidades es par y la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
Para hacer el múltiplo de 9 más grande posible, escribamos 222 222 como la suma de sus cifras es 12, tendremos que cambiar doses por unos hasta que la suma sea 9. Empezamos por el de las unidades, decenas, … porque así será el mayor. En total hay que cambiar 3 doses: 222 111.
Para hacer el menor múltiplo de 6 procedemos igual: partiendo de 111 112, que es par y cuya suma de cifras es 7, cambiamos unos por doses de derecha a izquierda hasta obtener suma 9: 111 222.
La diferencia es 222 111 – 111 222 = 110 889.

6. (C) Para resolver este problema hay que ponerse en lo peor. Si cogen 6, podrían ser tres de un color y tres de otro, así que hay que coger más. Si cogen 7, podrían ser tres de un color, tres de otro y el séptimo del tercer color, así que tampoco es suficiente. Veamos qué pasa con 8.
Podrían ser todos del mismo color y tendrían 4 pares.
Podrían ser 7 de un color y el octavo de otro, tendrían 3 pares.
Podrían ser 6 y 2 o 6, 1 y 1 y siempre habría al menos 3 pares.
Podrían ser 5 y 3 o 5, 2 y 1. También tendrían tres pares.
Podrían ser 4 y 4 o 4, 3 y 1 o 4, 2 y 2. En cualquier caso las trillizas estarían contentas.
Por último, podrían ser 3, 3 y 2 y también tendrían sus tres pares.

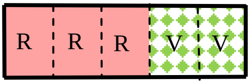
7. (B) Observa que $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$ y $68 = 2 \cdot 2 \cdot 17$, así que 3 ardillas pesan como 2 mapaches. Si ya hay 42 ardillas, podríamos meter otras 60 ardillas más, que equivalen a 40 mapaches.

8. (E) Vamos a hacer todas las que comienzan conectando con el punto de la derecha:

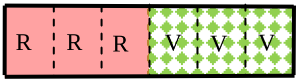


Podremos hacer otras 4 comenzando con el punto de abajo, sí que hay 8 claves que cumplen las condiciones de Noor.

9. (B) Representamos los círculos de Andrea en un rectángulo dividido en 5 partes iguales:



Como por un lado sabemos que Paula tiene la misma cantidad de círculos rojos que Andrea y por otro que los rojos son la mitad de los verdes, los círculos de Paula se pueden representar así:



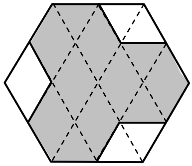
Si A es el numero de círculos verdes de Andrea y P es el número de círculos verdes de Paula, está claro que $3A= 2P$.

10.(B) Una posibilidad es probar con las 5 opciones y ver qué pasa. Empezaríamos con 131:
$131 \to (132:2) = 66$ Par. Así que es de orden 1…
$129 \to (130:2) = 65 \to (66:2) = 33 \to (34:2) = 17 \to (18:2) = 9 \to (10:2) = 5 \to$
$\to (6:2) = 3 \to (4:2) = 2$. Hemos realizado siete divisiones así que es de orden 7.
Como nos piden el menor, tendremos que hacer lo mismo con las otras tres opciones y comprobaremos que 121 es de orden 3, 97 es de orden 5 y 85 es de orden 2, por lo que 129 es el menor número de orden 7 de las cinco opciones que nos ofrecen.
Más bonito es demostrar que 129 es el menor impar de orden 7 de todos los enteros positivos posibles. Veamos cómo se hace:
Si queremos que sea lo más pequeño posible, en la séptima división nos tiene que dar el menor par posible, es decir, 2. Haciendo el proceso inverso siete veces a partir de 2 tenemos:
$2 \to (2 \cdot 2) - 1 = 3 \to (3 \cdot 2) - 1 = 5 \to (5 \cdot 2) - 1 = 9 \to (9 \cdot 2) - 1 = 17 \to$
$\to (17 \cdot 2) - 1 = 33 \to (33 \cdot 2) - 1 = 65 \to (65 : 2) - 1 = 129$.

11.(A) Las multiplicaciones son fáciles, solo hay que contar números después de las comas para colocar la coma bien.
$(0{,}2 \cdot 0{,}03) \to 2 \cdot 3$ es 6. A partir del 6 contamos tres posiciones hasta la coma y da 0,006.
$(0{,}004 \cdot 0{,}0005) \to 4 \cdot 5$ es un 20. A partir del cero contamos 7 posiciones hasta la coma: $0{,}0000020 = 0{,}0000002$.
Dividir entre 0,0000002 es lo mismo que dividir entre 2/1 000 000 que es como multiplicar por 1 000 000 y dividir entre 2.
$0{,}006 \cdot 1\,000\,000 = 6000$ y $6000: 2 = 3000$.

12.(C) Si un número acaba en 0, su cubo acaba en 0. Si acaba en 1, su cubo acaba en 1 pues $1^3 = 1$. Si el número acaba en 2, el cubo acaba en 8. Si acaba en 3, el cubo acaba 7 ($3^3 = 27$), si acaba en 4, el cubo también acaba en 4. El cubo acaba en 5 si el número acaba en 5 y si acaba en 6, su cubo también acaba en 6. El cubo de un número que acaba en 8 acaba 2 y el de un número que acaba en 9 acaba en 9. Así que nos sirven los números que acaban en 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

13.(C) Trazando algunas líneas desde los puntos medios ves que se forman 12 rombos (debes unir los triángulos de abajo y de arriba). El área de cada rombo es 36:12 = 3 cm^2 y como en el dibujo hay 9 coloreados, el área de la figura es $9 \cdot 3 = 27$ cm^2.



14.(B) Empezamos operando con las fracciones de lo que recibió cada uno inicialmente:

Don Retorcido $\rightarrow$ 2/3 del total
Comenúmeros $\rightarrow$ 1/5 del total
Mozart $\rightarrow 1-\frac{2}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

Tras el primer cambio cada uno tiene:

Don Retorcido $\rightarrow \frac{2}{3}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$ Comenúmeros $\rightarrow \frac{1}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{11}{30}$ Mozart $\rightarrow \frac{2}{15}$

Tras el último cambio:

Don Retorcido $\rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{10}$ Comenúmeros $\rightarrow \frac{11}{30}$ Mozart $\rightarrow \frac{2}{15}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{30}$

Por lo que si 7/30 del total son 140 gramos, 1/30 son 20 gramos y Comenúmeros recibirá $11\cdot 20 = 220$ gramos.

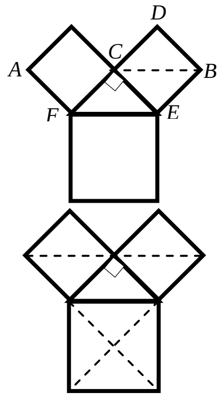
15.(A) Si multiplicamos un número por 1001 hacemos lo mismo que si lo multiplicamos por 1000 y luego le sumamos el número inicial (para conseguir 1001). Nuestra suma queda algo de la forma 555…5000 + 555…5555, teniendo cada número 55 cincos.

Si sumamos las tres últimas cifras obtenemos 3 cincos, la cuarta cifra nos da un cero y nos llevamos una.

Así completamos todas las cifras hasta las tres primeras en las que obtenemos 556 (por la que nos llevamos).

Tenemos entonces: dos cincos al principio y tres al final, un seis y 51 unos. Sumándolos $51 + 5\cdot 5 + 6 = 82$

16.(D) Trabajando con potencias: $16^{21} = \left(2^4\right)^{21} = 2^{84} = 2^{3\cdot 28} = \left(2^3\right)^{28} = 8^{28}$



17.(E) Como el triángulo rectángulo es isósceles los dos cuadrados son iguales y sus diagonales miden 6 cm. Utilizando Pitágoras (en el triángulo *BCD*) vemos que el cuadrado del lado del cuadrado mide 18 cm, por lo que el área de cada cuadrado pequeño mide 18 cm^2 y la del triángulo 9 cm^2. Utilizando Pitágoras (en el triángulo *CEF*) de nuevo calculamos el cuadrado de la hipotenusa del triángulo y obtenemos que mide 36 cm^2, que debe coincidir con el área del cuadrado grande.
En total 18·2 + 9 + 36 = 81 cm^2.
Y ahora otra manera de resolverlo sin palabras.
Observa el dibujo y… termina el razonamiento.

18.(B) Agrupamos los números de cuatro en cuatro y vemos que siempre obtenemos el mismo resultado, – 4. Al juntar todos los números del 10 al 49 (el 50 queda fuera de los grupos) de cuatro en cuatro obtenemos 10 grupos. Operando los grupos con el 50 obtenemos el resultado: (– 4)·10 + 50 = – 40 + 50 = 10.

19.(A) Cada vez que alguien acierta mejora la diferencia contra su concursante en una vez y media los puntos apostados, y cuando falla empeora la situación en esa misma cantidad. Alicia acierta una apuesta de 80, por lo que mejora su diferencia en 120 puntos y María falla una apuesta de 60 por lo que empeora su diferencia en 90 puntos.
Si empieza Alicia perdiendo por 60 y luego mejora su situación en 120 + 90 = 210 puntos, al final acaba ganando por 150 puntos.

20.(B) Ponemos los diez primeros movimientos por orden:
ABCDE → CABDE → CAEBD → ECABD → ECDAB → DECAB → DEBCA →
→ BDECA → BDAEC → ABDEC → ABCDE.
Comprobamos que se repite el patrón cada diez movimientos por lo que tenemos que fijarnos como queda tras el octavo movimiento ya que 2018 = 201·10 + 8.
Es, decir *BDAEC*, la primera letra es la *B*.

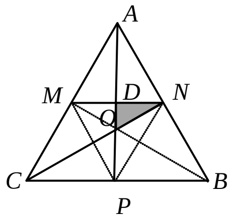
21.(C) La letra P equivale numéricamente a $\frac{27}{100}\cdot 39 = \frac{39}{100}\cdot 27$. Por lo que es cierta.

La letra Q equivale numéricamente a $\frac{20}{100}\cdot\frac{30}{100} = \frac{60}{100}$. Por lo que es falsa ya que multiplicando se obtiene 6/100.

La letra R equivale numéricamente a $1-\frac{20}{100}=\frac{80}{100}$. Por lo que es cierta.

22.(D) Tenemos que: $3a + 2b = 5a + b$.
Si restamos b en cada lado de la ecuación obtenemos $3a + b = 5a$.
Restando ahora $3a$ a cada lado de la ecuación obtenemos $b = 2a$,
Por lo que $b/a = 2$.

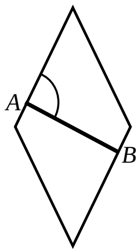
23.(B) Trazamos tres líneas adicionales en el dibujo, *MP*, *NP* y *MB*, que pasa por *O*. Vemos que el triángulo *MPN* es 1/4 del triángulo grande, *ABC*, y que el triángulo sombreado *OND* es 1/6 del triángulo *MPN* por lo que el área es $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$ del grande.

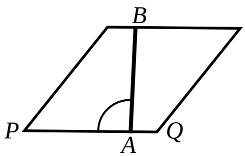


También se puede resolver utilizando semejanza de triángulos:
Los triángulos *DNO* y *PCO* son semejantes, siendo *DN* la mitad de *PC* y *PC* la mitad de *BC*. De esto deducimos que *DN* es una cuarta parte de *BC*.
Como *DO* es la mitad de *PO* deducimos que *DO* es un tercio de *DP*. Como *DP* es la mitad de *AP* (que es la altura del triángulo original) obtenemos que *DO* es un sexto de la altura original.
Hemos obtenido entonces que la base de nuestro triángulo sombreado es un cuarto que la del original y la altura un sexto por lo que el área es 1/24 del grande.

24.(E) Como los cuadrados perfectos solo pueden acabar en 0, 1, 4, 5, 6 o 9 el único que puede ser un cuadrado perfecto es el 346 921. De hecho, $589^2 = 346\,921$.

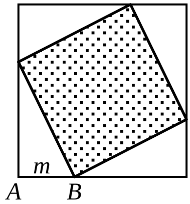
25.(C) Girando la figura podemos considerar el rombo como un paralelogramo cuya altura es el segmento pedido y cuya base, *PQ*, es uno de los lados del rombo. Como el perímetro del rombo es de 24 cm, cada lado mide 6 cm. Como el área del paralelogramo es base por altura, resulta que $6\cdot AB = 24 \Rightarrow AB = 4$ cm.





XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel III



1. (C) El lado del cuadrado interior es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos *m* y 1 – *m*, es decir, mide $\sqrt{m^2+(1-m)^2}$.

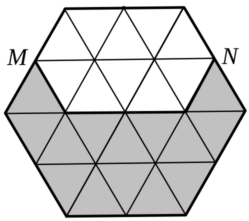
Y su área, $m^2+(1-m)^2=2m^2-2m+1$ ..

2. (D) Habrá que pagar el 90% · 80% = 72% .Por ello tendremos un descuento del 28%.

3. (E) Manejamos dos triángulos rectángulos de hipotenusa 25. El primero tiene 7 de cateto y el otro mide $\sqrt{25^2-7^2}=24$. Calculada la altura de la escalera en su primera posición, la altura en la segunda es 20, y el otro cateto mide $\sqrt{25^2-20^2}=15$.

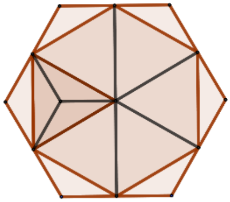
4. (D) Especulemos con las terminaciones de *a* y *b*.

	a	b	a^3+b^3	a^2+b^2
terminación	0	3	7	
	1	2	9	
	4	9	**3**	**7**
	5	8	7	
	6	7	9	



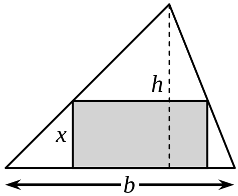
5. (A) Dividimos el hexágono en orejas de gato y nos salen 24 triángulos, de los cuales 14 forman la cabeza del gato. Si los 24 tienen 180 cm^2 de área, 2 tienen 15 cm^2 y la cabeza, 105.

6. (B) Si llamamos *v* y *v* + 4 a las velocidades respectivas de A y B, resulta que hasta el momento del encuentro, B ha recorrido 12 km más, y por tanto han transcurrido 3 horas desde el comienzo de la carrera. A ha ido a 8 km/h y B a 12km/h.

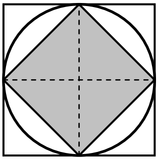


7. (C) Si dividimos el hexágono interior en seis triángulos equiláteros, podemos darnos cuenta de que los triángulos extra del hexágono regular mayor son un tercio de esos triángulos equiláteros.
Así la relación de áreas es de 4 a 3.

8. (D) Dos soluciones de la ecuación, $3x + y = 10$ son (1, 7) y (3, 1). Vemos que de una a otra la x aumenta al triple. Sin embargo, el valor de la y ni se hace triple ni tampoco se transforma en un tercio de su valor.

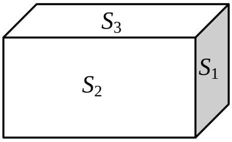


9. (C) La base del rectángulo mide $2x$. El triángulo sobre el rectángulo y el de partida son semejantes, y por ello: $\frac{h-x}{h}=\frac{2x}{b}$, de donde $(h-x)\cdot b=2x\cdot h$,y operando $h\cdot b=2x\cdot h+x\cdot b$, luego $x=\frac{h\cdot b}{2h+b}$.



10.(A) El cuadrado inscrito puede dibujarse teniendo como vértices los puntos medios de los lados del cuadrado circunscrito. Un rápido vistazo nos avisa que el área del primero es la mitad del área del segundo.

11.(C) Una igualdad se conserva si a ambos miembros les sumamos un número, sea este positivo o negativo. También se conserva una desigualdad si multiplicamos (o dividimos) ambos miembros por un número estrictamente positivo. Sin embargo la desigualdad cambia al multiplicar ambos miembros por un número estrictamente negativo. En el enunciado no se especifica si z es positivo o negativo, con lo que la igualdad de C no será cierta en el segundo caso.



12.(D) Si a, b y c, son respectivamente el largo, el ancho y el alto de la caja, el volumen es $V=a\cdot b\cdot c$.

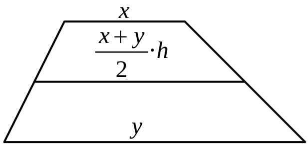
Como $S_1=b\cdot c$, $S_2=a\cdot b$ y $S_3=a\cdot c$ tenemos que:

$S_1\cdot S_2\cdot S_3=V^2$

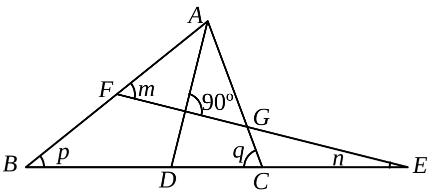
13.(E) El número $abcabc$ = $abc\cdot 1001$, pero $1001 = 7\cdot 11\cdot 13$ y descomponiendo las posibles respuestas solo $143 = 11\cdot 13$ divide a 1001.

14.(D) Si el área es 1400 cm^2 y la altura 50 cm, la semisuma de las bases es 28 cm. Las bases suman 56 y este número debe ser suma de dos múltiplos de 8. Pueden ser: 8 y 48, 16 y 40, 24 y 32.

15.(B) El área del triángulo es $\frac{b \cdot h}{2}$, y la del trapecio, $\frac{x+y}{2} \cdot h$ **.** Si las áreas y las alturas son iguales la mitad de la base del triángulo es igual a la semisuma de las bases del trapecio y por tanto a su paralela media.



16.(B) Si llamamos G a la intersección de *AC* y *EF*, el triángulo *AFG* es isósceles (ya que la bisectriz de $\hat{A}$ es perpendicular a *FG*) y si llamamos $\alpha = B\hat{A}D = D\hat{A}C$, entonces, $m = A\hat{G}F = C\hat{G}E = 90º - \alpha$, y como $q = n + 90º - \alpha = n + m$,



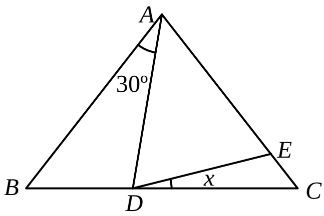
tenemos que $p + q = 180º - 2\alpha = 2m \Rightarrow m = \frac{p+q}{2}$.

17.(D) Recordemos que los triángulos *ABC* y *ADE* son isósceles.

Si llamamos $\alpha = D\hat{A}E,\ \hat{B} = \hat{C} = \frac{150º - \alpha}{2}$.

Como $A\hat{E}D = 90º - \frac{\alpha}{2}$, $D\hat{E}C = 90º + \frac{\alpha}{2}$, y

$x = 180º - \frac{150º - \alpha}{2} - \left(90º + \frac{\alpha}{2}\right) = 15º$.



18.(C) Tendremos que jugar primero con que los lados formen un triángulo, y por ello el mayor será menor que la suma de los otros dos. Así escritos por tamaño, los posibles triángulos escalenos con perímetro menor que 13 y lados enteros son solo (5, 4, 3), (5, 4, 2) y (4, 3, 2).

19.(A) Para que el mayor número sea el 4, tiene que haber una tarjeta con un 4 y ninguna con un 5. Así que tenemos tres tarjetas para dos puestos. Hay 3 casos favorables sobre 10 posibles (las formas de elegir sin orden tres tarjetas de un grupo de cinco).

20.(D) 98! + 99! + 100! = 98! · (1 + 99 + 99·100) = 98! · 10 000. Es decir que esa suma de factoriales tiene *cuatro cincos más* que 98!, (10 000 = $2^4 \cdot 5^4$). De 1 a 98 hay diecinueve múltiplos de 5 y tres múltiplos de 25, luego 5^{19+2} es la mayor potencia de 5 que divide a 98!, y 22 + 4 la respuesta requerida.

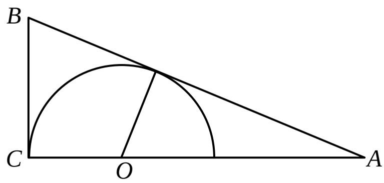
21.(B) Entre 1000 y 9999 hay 9000 enteros. Un número impar de cuatro cifras que está en ese rango, tiene 5 posibles terminaciones, y si sus cifras han de ser diferentes, hay 8 posibles cifras para la unidad de millar (el 0 no es posible), 8 para la centena (ahora sí puede entrar el 0) y 7 para decena. Así que candidatos hay: 5·8·8·7, y la probabilidad pedida es, $\frac{5\cdot8\cdot8\cdot7}{9000}=\frac{56}{225}$.

22.(A) Si $a + b + c = 0$, tiene que haber dos positivos y uno negativo, o dos negativos y uno positivo. Sean a y b los de igual signo.

En el primer caso $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{a\cdot b\cdot c}{|a\cdot b\cdot c|}=1+1-1-1=0$.

En el segundo caso $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{a\cdot b\cdot c}{|a\cdot b\cdot c|}=-1-1+1+1=0$.

23.(D) El triángulo tiene hipotenusa 13. Si dibujamos el radio de la circunferencia perpendicular a la hipotenusa, el triángulo *ABC* queda dividido en dos triángulos: *OBC* de área $\frac{5r}{2}$ y *OAB* de área $\frac{13r}{2}$. Luego el área de nuestro triángulo *ABC* que es $\frac{5\cdot12}{2}=30$, es también 9*r*. Luego $r=\frac{30}{9}=\frac{10}{3}$.



24.(D) Vuelven a coincidir los tres cada 3·4·5 = 60 días. De dos en dos lo hacen cada 12, 15 y 20 días. La pregunta se puede cambiar por "¿Cuántos números del 1 al 365 no son múltiplos ni de 3, ni de 4 ni de 5? Para la respuesta haremos el cálculo de cuántos números del 1 al 365 son, o múltiplos de 3, o de 4, o de 5.

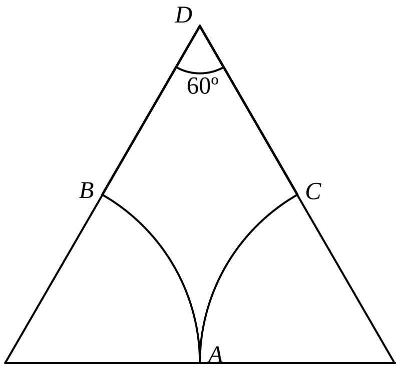
De 3 tenemos 121, de 4 tenemos 91 y de 5 tenemos 73. A la suma deberemos descontarles los que son múltiplos de 12 (30), los que son múltiplos de 15 (24) y los que son múltiplos de 20 (18), porque han sido contados dos veces. Al resultado deberemos añadir los múltiplos de 60 (6), ya que fueron contados al principio tres veces y descontados después tres veces. Así la cuenta nos da:

121 + 91 + 73 – 30 – 24 – 18 + 6 = 219. Quedan 365 – 219 = 146 días en que no llama ninguno de los nietos.

25.(B) La figura puede ser mirada como un triángulo equilátero de lado 4, al que le hemos quitado dos sectores circulares de radio 2 y ángulo 60º.

Su área será: $\frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{\pi \cdot 2^2}{3} = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$.

.



XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 1ª Fase Nivel IV

1. (D) El cálculo requerido es: $\sqrt[3]{3^{\left(3^3\right)}}$.

Desarrollando poco a poco la expresión: $\sqrt[3]{3^{\left(3^3\right)}} = 3^{\frac{3^3}{3}} = 3^{3^{2-1}} = 3^{3^2}$. De forma que obtenemos el resultado buscado.

2. (C) Entre los primeros tres gatos se comieron 1 + 2 + 3 = 6 ratones, luego quedaron 14 ratones para los gatos cuarto, quinto y sexto. Buscamos el mínimo número de ratones que se pudo comer el cuarto gato comiendo más que cualquiera de los otros 5. Siendo sistemáticos, y empezando por la menor opción del enunciado:
Si el cuarto gato se hubiera comido 4, quedarían 10 ratones para el quinto y sexto y al menos uno de ellos habría tenido que comerse 5 o más ratones en contradicción con que el cuarto comiese más que él.
Si el cuarto gato se hubiera comido 5, quedarían 9 ratones para el quinto y sexto y ocurriría lo mismo que antes con uno de ellos comiendo 5 o más otra vez.
Sin embargo, si el cuarto gato se hubiera comido 6, podría darse el caso en que el quinto y sexto se hubieran comido cada uno 4 ratones, completando el total de 14, y comiendo el cuarto gato más ratones que cualquiera de los demás.

3. (C) En primer lugar, recordemos la expresión notable "suma por diferencia":
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
Con ella, podemos reescribir la función *f* para $x \neq 2$ (donde *f* está definida) como:
$f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2} = \dfrac{(x+2)(x-2)}{x-2} = x+2$. De esta forma, $f(x)$ y $g(x)$ se cortarán si $f(x) = g(x)$ para algún valor de *x*. $f(x) = g(x) \Rightarrow x+2 = 2x \Rightarrow x = 2$.
Sin embargo *f* no está definida en $x = 2$, por lo que no hay ningún punto de corte.

4. (A) Si un número *x* es solución de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ y su inverso $\dfrac{1}{x}$ también lo es, entonces ha de verificarse además la ecuación $a\dfrac{1}{x^2} + b\dfrac{1}{x} + c = 0$.

Multiplicando por x^2, $a + bx + cx^2 = 0$. Igualando la primera ecuación con ésta, se tiene $ax^2 + bx + c = 0 = a + bx + cx^2$; de donde se deduce que $a\left(x^2-1\right) = c\left(x^2-1\right)$.

Dividiendo por $x^2 - 1$ (caso general), se obtiene en efecto $a = c$.

Otro método. El producto de las dos soluciones es: $x \cdot \dfrac{1}{x} = \dfrac{c}{a} \Rightarrow a = c$.

5. (D) Si $m > n$ son impares, entonces pueden escribirse de la forma $m = 2m_0 + 1$ y $n = 2n_0 + 1$ con $m_0 > n_0$ números naturales (0, 1, 2…). Por tanto, recurriendo nuevamente a la expresión notable "suma por diferencia", deducimos que

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = ((2m_0+1)+(2n_0+1))((2m_0+1)-(2n_0+1)) = \\ = (2(m_0+n_0+1)2(m_0+n_0)) = 4(m_0+n_0+1)(m_0+n_0).$$

Podríamos pensar que ya hemos acabado y que el mayor entero que divide a todos los posibles números $m^2 - n^2$ con $m > n$ impares es 4. ¡Pero cuidado! $m_0 + n_0$ y $m_0 + n_0 + 1$ son números naturales consecutivos, luego al menos uno de ellos es par y aporta un nuevo factor 2 a la descomposición. Nuestro candidato es pues el 8. Si no estamos seguros de poder descartar un número mayor, basta con coger $m = 3 > 1 = n$ donde $m^2 - n^2 = 3^2 - 1^2 = 8$ para ver que 8 es, en efecto, el mayor entero que divide a todos los números así construidos.

6. (C) Desarrollando la expresión $(a+b)(a+c) = a^2 + ab + ac + bc = a(a+b+c) + bc$.
Se tiene pues que $(a+b)(a+c) = a + bc$ si $a(a+b+c) + bc = a + bc$; es decir, si $a(a+b+c) = a$. Esto ocurrirá si $a = 0$ o si $a + b + c = 1$. Podemos descartar así las opciones A, B y D. Además, la opción E indica que el resultado sólo acontece en caso de que se dé a = b = c = 0, lo cual no es cierto pues hemos deducido que también se tiene si $a + b + c = 1$. Esto último es lo que indica la respuesta C.

7. (E) Razonemos sobre cada una de las opciones:

A – Si $x = \frac{1}{2},\ y = -\frac{1}{4}$, entonces $y + x^2 = -\frac{1}{8} < 0$.

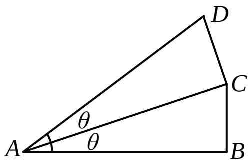
B – Si $x = \frac{1}{3},\ y = -\frac{3}{4},\ z = \frac{3}{2}$, entonces $y + xz = -\frac{1}{4} < 0$.

C – Si $y = -\frac{1}{2}$, entonces $y + y^2 = -\frac{1}{4} < 0$.

D – Si $y = -\frac{1}{4}$, entonces $y + 2y^2 = -\frac{1}{8} < 0$.

E – Siendo $-1 < y$; $1 < z$, sumando ambas inecuaciones concluimos que $0 < y + z$, y por tanto que la expresión se corresponde con un número positivo.

8. (D) La gráfica de la función $y = f(x)$ es simétrica respecto del eje de ordenadas si se cumple $f(x) = f(-x)$ para todo valor de x. Podríamos probar con todas las opciones para descartar una a una, pero centrémonos en la respuesta correcta D donde se propone $f(x) = x\,\mathrm{sen}x$. $f(-x) = (-x)\mathrm{sen}(-x) = (-x)(-\mathrm{sen}x) = x\,\mathrm{sen}x = f(x)$. Por tanto, se concluye que la gráfica en D es simétrica respecto del eje de ordenadas.



9. (E) De acuerdo con las indicaciones del enunciado, en el triángulo *ABC*, dado que $A\hat{B}C = 90^{\circ}$ y $C\hat{A}B = \theta$, se verifica $\cos\theta = \dfrac{AB}{AC}$. De igual manera, en el triángulo *ACD*, dado que $A\hat{C}D = 90^{\circ}$ y $D\hat{C}B = \theta$, se verifica $\cos\theta = \dfrac{AC}{AD}$. Multiplicando ambas expresiones, se concluye que $\cos^2\theta = \dfrac{AB}{AD}$. Como por hipótesis *AB* = 1, invirtiendo ambos lados de la igualdad se llega a $AD = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$.

10.(E) El producto de los *n* primeros términos de la sucesión $10^{\frac{1}{13}}, 10^{\frac{2}{13}}, 10^{\frac{3}{13}}, \ldots, 10^{\frac{n}{13}}$ es $10^{\frac{1+2+3+\ldots+n}{13}}$, donde la suma de los *n* primeros números naturales se puede calcular como $\dfrac{n(n+1)}{2}$. Escribiendo 100 000 como una potencia de 10, se deduce que ésta es $10^5 = 10^{\frac{65}{13}}$. Por tanto, buscamos el menor entero positivo *n* tal que $\dfrac{n(n+1)}{2}$ sea mayor o igual que 65. En particular, con *n* = 10 se tiene $\dfrac{n(n+1)}{2} = 55$ y con *n* = 11 se tiene $\dfrac{n(n+1)}{2} = 66$. Por tanto la respuesta es *n* = 11.

11.(A) Recordemos en primer lugar la siguiente relación entre el seno y coseno de un ángulo: $senx = \cos(x - 90^{\circ})$. Y, equivalentemente: $\cos x = sen(x + 90^{\circ})$. De esta forma, sen300º = cos210º y $-\cos 300^{\circ} = -sen390^{\circ} = sen(-390^{\circ}) = sen330^{\circ} = sen210^{\circ}$.
Por tanto, podemos reescribir el número complejo dado como:
$sen300^{\circ} - i\cos 300^{\circ} = |1|\cos 210^{\circ} + i|1|sen210^{\circ}$. Una vez expresado en la forma módulo argumental, es inmediato que el número es $1_{210^{\circ}}$.

12.(E) Podemos establecer las siguientes relaciones:
$a^2 = \dfrac{ab \cdot ac}{bc} = \dfrac{26 \cdot 128}{52} = 64$, luego $a = 8$.

$b^2 = \dfrac{ab \cdot bc}{ac} = \dfrac{26 \cdot 52}{128} = \dfrac{169}{16}$, luego $b = \dfrac{13}{4}$.

$c^2 = \dfrac{ac \cdot bc}{ab} = \dfrac{128 \cdot 52}{26} = 256$, luego $c = 16$.

Así, $a + b + c = 8 + \dfrac{13}{4} + 16 = \dfrac{32 + 13 + 64}{4} = \dfrac{109}{4}$.

13.(D) Busquemos el número empezando por el 999, siendo éste el mayor número menor que 1000, descartando aquellos números cuyas cifras no sumen una de las posibles respuestas (10, 12, 15, 18 ó 21) hasta encontrar uno que incluya en su factorización cuatro divisores primos diferentes: 999 hasta 994 tienen cifras con suma no propuesta, $993 = 3 \cdot 331$ (suma 21), 992 y 991 tienen cifras con suma no propuesta, $990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$, ¡eureka! Como sus cifras suman 18, ésta es la respuesta.

14.(A) Si $f(x) = ax + b$ y $f^{-1}(x) = bx + a$, entonces $x = f^{-1}\big(f(x)\big)\ \forall x$

$f^{-1}\big(f(x)\big) = f^{-1}\big(ax + b\big) = b(ax + b) + a = abx + b^2 + a = x,\ \forall x. \Rightarrow ab = 1,\ b^2 + a = 0$

Como $a = -b^2$ sustituyendo en la otra expresión se obtiene $-b^3 = 1 \Rightarrow b = -1$ y por lo tanto $a = -1$. Por lo tanto $a + b = -2$.

15.(B) Sabiendo que $4^x = 9$, entonces $4^4 = 256 = 9^y = \left(4^x\right)^y = 4^{xy} \Rightarrow xy = 4$.

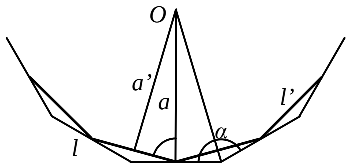
16.(C) Queremos expresar el número $2^{25} \cdot 3^{40}$ en la forma m^n con m y n enteros positivos y $n > 1$. Por tanto, necesitamos que con $\dfrac{25}{n}$ y $\dfrac{40}{n}$ enteros y $n > 1$. Dado que los únicos divisores comunes de 25 y 40 son el 1 y el 5, tiene que cumplirse que $n = 5$ y, así, $m = 2^{\frac{25}{5}} \cdot 3^{\frac{40}{5}} = 2^5 \cdot 3^8 = 209\,952$. El resultado pedido es por tanto $m + n = 209\,957$.

17.(A) Supongamos que vamos a sumar los 100 enteros consecutivos a partir del n. En tal caso, querremos computar $n + (n + 1) + (n + 2) + \ldots + (n + 99)$. Si reagrupamos los sumandos, vemos que el cálculo es equivalente a $100n + (1 + 2 + \ldots + 99)$. Ahora bien, la suma de los primeros 100 números enteros positivos es $\dfrac{1 + 99}{2} \cdot 99 = 4950$, luego la suma de nuestros 100 enteros consecutivos será $100n + 4950$. Si nos damos cuenta, este número debe tener un 5 en las decenas y un 0 en las unidades, por lo que la única respuesta posible es la A (donde $n = 16273800$, ¡bien grande!).

18.(D) Contestando al azar, el concursante dispone de tres opciones para la 1ª pregunta, por tres opciones para la 2ª y por tres opciones para la 3ª tercera. Luego dispone de 3·3·3 = 27 opciones para sus respuestas. De entre ellas, sólo ganará si contesta al menos dos de las tres cuestiones correctamente. Si falla la 1ª pregunta con cualquiera de las dos opciones incorrectas, deberá contestar correctamente a la 2ª y la 3ª. De la misma forma, le ocurrirá que tendrá dos formas de fallar únicamente tanto la 2ª pregunta como la 3ª. Esto hace un total de 2 + 2 + 2 = 6 opciones de acertar exclusivamente dos de las cuestiones. Si además, consideramos la posibilidad de que acierte las tres preguntas, tendrá un total de 6 + 1 = 7 opciones ganadoras. De esta forma, la probabilidad de que gane será de $\frac{7}{27}$.

19.(C) Designemos a cada uno por la inicial de su nombre y distingamos casos según dónde se siente Alicia (A), la más tiquismiquis:
Si A se sienta la primera de la fila, tenemos las siguientes opciones: {A,D,B,C,E}, {A,D,B,E,C}, {A,D,C,B,E}, {A,D,C,E,B}, {A,E,B,C,D}, {A,E,B,D,C}, {A,E,C,B,D}, {A,E,C,D,B}. En total, 8 formas de sentarse.
Si A se sienta la segunda de la fila, las opciones son: {D,A,E,B,C}, {D,A,E,C,B}, {E,A,D,B,C}, {E,A,D,C,B }. En total, 4 formas de sentarse.
Si A se sienta en medio, pueden recurrir a: {B,D,A,E,C}, {B,E,A,D,C}, {C,D,A,E,B}, {C,E,A,D,B}. En total, 4 formas de sentarse.
Si A se sienta la cuarta o quinta, hay tantas como si se sienta la segunda o primera (respectivamente) por simetría.
Así pues, hay un total de 8 + 4 + 4 + 4 + 8 = 28 formas de que se sienten en la fila.

20.(A) Sean l el lado y a la apotema del polígono regular de ángulo interior α y l' el lado y a' la apotema de polígono regular inscrito en él con los vértices en los puntos medios de los lados (también de ángulo interior α al tener el mismo número de lados). Con ayuda del dibujo podemos apreciar que $sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{a'}{a}$ y que $sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{l'/2}{l/2}=\frac{l'}{l}$. El área de un polígono regular de n lados viene dada por la expresión: $S=\frac{perímetro\ \cdot\ apotema}{2}$.

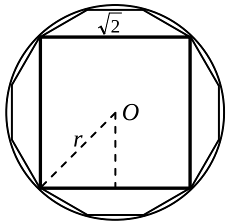


Luego el cociente de las áreas indicado es : $\frac{S}{S'}=\frac{\frac{l\cdot n\cdot a}{2}}{\frac{l'\cdot n\cdot a'}{2}}=\frac{l}{l'}\cdot\frac{a}{a'}=\frac{1}{sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=\frac{2}{1-\cos\alpha}$.

Hemos aplicado la fórmula del seno del ángulo mitad. .

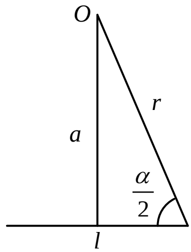
21.(C) Ateniendo a la definición de f como 10 = 2·5, entonces 14 = $f(10) = f(2) + f(5)$. Además, aplicando de forma reiterada la definición a 40 = $2^3 \cdot 5$, se tiene $20 = f(40) = f\left(2^3\right) + f(5) = f\left(2^2\right) + f(2) + f(5) = 3f(2) + f(5)$. Así, si resolvemos el sistema formado por ambas expresiones en $f(2)$ y $f(5)$, obtenemos $f(2) = 3$ y $f(5) = 11$. Finalmente, como $500 = 2^2 \cdot 5^3$, se obtiene $f(500) = 2f(2) + 3f(5) = 2\cdot 3 + 3\cdot 11 = 39$.

22.(C) Sabemos que el área del cuadrado es 2 dm^2, por lo que su lado medirá $\sqrt{2}$ dm. Sabiendo esto, calculamos el radio r de la circunferencia circunscrita al cuadrado, usando el Teorema de Pitágoras. $r^2 + r^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow r = 1$.



Las expresiones de la apotema y el lado de un polígono regular en función de su ángulo interior y el radio de la circunferencia circunscrita son:

$$sen\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{a}{r} \Rightarrow a = r\cdot sen\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l/2}{r} \Rightarrow l = 2r\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



El área del polígono regular de n lados se puede obtener ahora mediante la expresión:

$$S = \frac{l\cdot n\cdot a}{2} = \frac{2r\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cdot n\cdot r\, sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2} = \frac{r^2\cdot n\cdot sen\,\alpha}{2} \text{ y resulta}$$

$$S == \frac{1^2\cdot 12\cdot sen\left(\frac{360^o}{12}\right)}{2} = 6\cdot sen\,30^o = 6\cdot\frac{1}{2} = 3$$

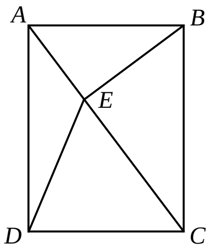
23.(A) La clave que puso Pablo en la cerradura de su maleta consistía de cuatro cifras distintas con solamente dos de ellas impares y, por tanto, las otras dos pares. Veamos en primer lugar cuántos grupos distintos de cifras pudo haber tomado Pablo. Para las cifras impares hubo de seleccionar dos de las cinco posibles, luego pudo tomar $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\cdot 3!} = 10$. De la misma manera pudo proceder con las cifras pares en su clave, por lo que en total tuvo diez posibilidades para las cifras pares por las diez de las cifras impares; en total, 10^2. Si además consideramos de cuántas formas pudo ordenar cada posible grupo de cuatro cifras, estas ordenaciones son 4! = 24. De esta forma, el número de claves distintas que pudo haber configurado es de $10^2 \cdot 24 = 2400$. Si tiene la mala suerte de tener que probar todas hasta dar con la correcta para abrir la maleta, deberá probar como máximo 2400 claves.

24.(D) El área del triángulo rectángulo de catetos a y b es $S = \dfrac{a \cdot b}{2}$.

Pero además, conociendo la hipotenusa mediante el Teorema de Pitágoras $h = \sqrt{a^2 + b^2}$ y la altura x sobre la misma, también podemos calcular dicho área como: $S = \dfrac{x \cdot h}{2} = \dfrac{x \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{2}$. Igualando ambas expresiones se deduce que $ab = x\sqrt{a^2 + b^2}$ Si elevamos al cuadrado ambos miembros de la igualdad entonces $a^2 b^2 = x^2 \left(a^2 + b^2\right)$. Y si finalmente dividimos la igualdad por $a^2 b^2 x^2$ se concluye que $\dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{a^2}$.

25.(E) El triángulo ABC es rectángulo, por tanto es aplicable el Teorema de Pitágoras $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = 5$. Sabiendo esto, el área del triángulo ABC la podemos calcular bien mediante el producto de los catetos o bien mediante el producto de la hipotenusa por la altura sobre la misma.

$$\frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AC \cdot BE}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{5 \cdot BE}{2} \Rightarrow BE = \frac{12}{5}$$



Como E es el pie de la perpendicular desde B a la diagonal AC, el triángulo AEB es rectángulo. Aplicando de nuevo el Teorema de Pitágoras se tiene:

$$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 9 - \frac{144}{25} = \frac{225 - 144}{25} = \frac{81}{25} \Rightarrow AE = \frac{9}{5}$$

Dado que el segmento AC es la diagonal del rectángulo, los triángulos ABE y AED tienen la misma altura sobre la base común AE y por tanto la misma área. Concluimos así que el área del triángulo AED es $S_{AED} = \dfrac{AE \cdot BE}{2} = \dfrac{\frac{9}{5} \cdot \frac{12}{5}}{2} = \dfrac{54}{25}$.

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel I

1. (C) Comenzamos multiplicado sucesivamente 9 por 9, 8, 7,… hasta obtener un producto menor que 40. Como 9 × 5 = 45 y 9 × 4 = 36, hemos obtenido **cinco** productos mayores que 40. A continuación, y dado que no debemos volver a emplear el 9, multiplicamos 8 por 8,7 y 6, con lo que hemos obtenido otros **tres** productos mayores que 40 (8 × 5 = 40). Procediendo del mismo modo, con el 7 obtenemos **dos** productos más, 7 × 7 y 7 × 6. Y puesto que 6 × 6 = 36 aquí termina el proceso
En total tenemos 5 + 3 + 2 = 10 números mayores que 40.

2. (B) Salta a la vista que en B) no es posible encajar la pieza formada por cinco cuadraditos.

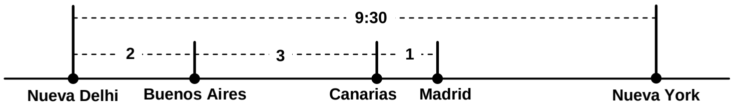
3. (C) Si el capitán estuvo t horas navegando con el viento a favor, durante ese tiempo recorrió 45 × t km y con el viento en contra recorrió 25 × (10 – t) = 250 – 25 × t km. Luego, en total, recorrió 250 – 20 × t km que, sabemos, es igual a 310 km. Por tanto, 20 × t = 310 – 250 = 60, de donde $t = \frac{60}{20} = 3$ horas.

4. (D) Si N es la tercera parte de las bolsas pagadas con dos monedas de 1 € cada una, se ha dispuesto en total de (100 + 2 × N) € para devolver por la compra de las restantes 2 × N bolsas compradas con billetes de 5 € y, como a cada comprador se le devuelven 3 €, nos quedaremos sin cambio cuando:
100 + 2 × N = 3 × 2 × N , es decir, 100 = 4 × N, por lo que N = 25..
Luego como máximo podremos vender 25 × 3 = 75 bolsas sin ir a buscar más cambio.

5. (A) De la simetría de la diadema deducimos que el perímetro del hexágono es igual al perímetro de la cabeza de gato. Por tanto, medio lado del hexágono mide $\frac{48}{12} = 4$ cm.
Dado que el perímetro de la diadema es de 8 medios lados, dicho perímetro mide 8 × 4= 32 cm.

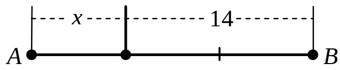
6. (B) Como 2081 – 2018 = 63 y 63 + 22 = 85, entonces en 2081 celebraremos la 85ª edición.

7. (E) El enunciado del problema dice:
Hay una hora más en Madrid que en Canarias; hay 3 horas más en Canarias que en Buenos Aires; hay 2 horas más en Buenos Aires que en Nueva York y hay 9:30 horas más (21:30 – 12:00 = 9:30) en Nueva Delhi que en Nueva York. Lo que permite ordenar los tiempos en un diagrama como el siguiente:
dónde se ve inmediatamente que la hora de Nueva Delhi menos la de Madrid es:
9:30 – (2:00 + 3:00 + 1:00) = 3:30 horas. Por lo que cuando en Nueva Delhi sean las 21:00 en Madríd serán las 21:00 – 3:30 = 17:30 horas.



8. (D) La gráfica nos muestra que la distancia recorrida es proporcional al tiempo empleado en recorrerla. Como en 10 minutos recorre 4 km, en 90 minutos recorrerá 9 veces esa distancia, es decir, recorrerá $9 \times 4 = 36$ km.

9. (A) En la figura el segmento AB representa el número pensado, x es su tercera parte y 14 es el doble de esa tercera parte. Por tanto $x = 7$ y nuestro número es $3 \times 7 = 21$. La suma de sus cifras es 3.



10.(A) Esteban comienza sus baños a los 20 minutos de llegar a la playa y luego se baña cada 20 + 5 = 25 minutos, por lo que se baña sucesivamente entre los [20, 25]; [45, 50]; [70, 75]; [95,100]; [120, 125]; [145, 150]… minutos de llegar.
Ariel, por su parte, comienza su primer baño 30 minutos después de llegar a la playa y se baña sucesivamente cada 30 + 15 = 45 minutos, es decir, entre los [30, 45]; [75, 90]; [120, 135]… minutos de llegar a la playa.
Vemos pues que a los 120 minutos de llegar coinciden durante 5 minutos y, puesto que han llegado a las 10:00, coincidirán a las 12:00.

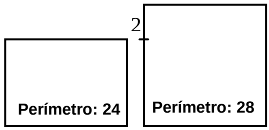
11.(B) Mientras Alfredo da 2 saltos Juanje da 7. Cuando Alfredo de 100 saltos Juanje dará x.
Luego $x = \dfrac{100 \times 7}{2} = 350$
Como Juanje da 50 saltos más, en total ha dado 400 saltos.

12.(C) Si tomamos como base del triángulo el lado MD la altura viene dada por AB y el área será: $\dfrac{4 \times 6}{2} = 12\ \text{cm}^2$.

13.(B) La cartulina de Inés, es de 59,4 cm por 84,1 cm. Como 59,4 : 15 = 3,96 solo podrá aprovechar 3 tiras paralelas al lado de 84,1 cm.
Igualmente, como 84,1 : 15 = 5,6066… únicamente aprovechará 5 tiras paralelas al otro lado del rectángulo. Por lo tanto podrá hacer $3 \times 5 = 15$ cuadrados como máximo.

14.(C) Si al 4% corresponden 0,2 g de sal, al 100% corresponderán x g de sal. De donde $x = \dfrac{100 \times 0{,}2}{4} = 5$ g de sal.

15.(C) En la figura hemos representado el rectángulo de perímetro 24 cm y el cuadrado de perímetro 28 cm (24 + 2 + 2). Se deduce que el lado del cuadrado mide 28 : 4 = 7 cm y que, por tanto, la base del rectángulo también mide 7 cm y su altura 7 – 2 = 5 cm.
En consecuencia, el área del rectángulo es $7 \times 5 = 35$ cm^2.



16.(A) Como al prolongar en 2 cm uno de los lados del rectángulo se obtiene un cuadrado, deducimos que la diferencia de sus lados es de 2 cm.
Por otra parte, como $24 = 6 \times 4$, vemos inmediatamente la solución: el rectángulo mide de base 4 cm y 6 cm de altura, luego su perímetro es de 6 + 6 + 4 + 4 = 20 cm.

17.(D) Cuando Mariquilla saca su papelito, de la bolsa se han extraído cuatro papeletas, de las que una de ellas corresponde a anfibios. Quedan pues 21 papelitos de los que 3 son de anfibios, por lo tanto la probabilidad de sacar anfibio es $\dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$.

18.(C) El problema es organizar bien el conteo de segmentos.
Lados del dodecágono: 12 segmentos.
Seis rombos: $6 \times 4 = 24$. Pero tienen 3 lados en común, luego 24 – 3 = 21 segmentos.
Tres cuadrados (sin un lado cada uno): 9 segmentos.
En total: 12 + 21 + 9 = 42 segmentos.

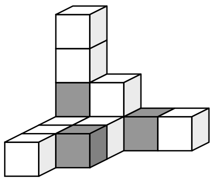
19.(E) La columna de las unidades de la segunda suma implica A = 0 o A = 5. Si A = 0 es fácil ver que todas las letras tienen que representar 0, por lo que desechamos esa solución. Si A = 5, la columna de los millares de la primera suma conduce a O = 6. A continuación la columna de las unidades de la primera suma lleva a N = 4; la columna de los millares de la primera suma hace D = 9; la columna de las decenas de la primera suma implica M = 3 y la columna de los millares de la segunda suma hace I = 1. Por tanto N + I + D + O = 4 + 1 + 9 + 6 = 20.

20.(D) Con el alfabeto delante es inmediato ver que el único mensaje con sentido es ELHP que, descifrado, significa BIEN.

21.(E) Haciendo un listado con las nueces que encuentra cada día se ve sin dificultad la regla de formación.
Día 1: 1
Día 2: 6
Día 3: $(3 - 1) \times 6 = 12$
Día 4: $(4 - 1) \times 6 = 18$
….
Día 15: $(15 - 1) \times 6 = 84$

22.(E) La respuesta afirmativa a las dos primeras preguntas selecciona los números 1000, 238, 26, 336, 154 y 922. En principio, la pregunta E) resuelve el problema pues solo el número 238 se ajusta a ella.
No obstante podemos comprobar que entrelos números seleccionados hay dos múltiplos de 4 (1000 y 336) y que otros dos incluyen la cifra 6. Además ninguno es tal que la suma de sus cifras es mayor que 18 y hay 3 múltiplos de 7 (238, 336 y 154).
Confirmamos pues que la E) es la tercera pregunta.

23.(D) En la figura se han señalado los tres únicos cubitos que tienen exactamente tres de sus caras pintadas de rojo.



24.(A) Comenúmeros ha reducido la multiplicación a $640\,022 \times 48\,000 = 30\,721\,056\,000$. La suma de sus cifras es $3 + 7 + 2 + 1 + 5 + 6 = 24$.

25.(A) Dado que $1000 : 7 \cong 142{,}85$ el número que dividido entre 7 sea igual a 143 será el menor número de cuatro cifras que es múltiplo de 7.
Por lo que ese número es $143 \times 7 = 1001$.Y la suma de sus cifras es 2.

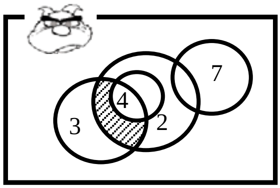
XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel II

1. (E) Nos preguntan: ¿cuánto hay que sumar a $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ para obtener $4-\frac{5}{6}=\frac{19}{6}$?

Sencillo, restamos y se acabó: $\frac{19}{6}-\frac{1}{3}=\frac{17}{6}$.

2. (D) Tenemos que identificar qué hay en esos círculos. El círculo que está contenido en otro es el que corresponde a los múltiplos de 4 y el que lo contiene es el de los múltiplos de 2. Como no hay múltiplos de 4 y 7 en los números que hay hasta el 20, ya hemos identificado todos los círculos.
La parte rayada corresponde a los múltiplos de 3 y de 2 que no son múltiplos de 4. O sea, el 6 y el 18. Hay dos números.



3. (E) Puedes hacer un esquema o un dibujo o una tabla.

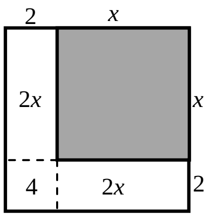
Min: 8	16	24	32	40	48	
30	22	14	6			
	30	22	14	6		
		30	22	14	6	
			30	22	14	
				30	22	

A los 47 minutos habrá tres relojes con arena todavía por caer: a uno le quedarán 7 minutos, a otro 15 y a otro 23.

4. (A) Si llamamos x a la longitud, en cm, del cuadrado gris, podemos asegurar que el área de la zona blanca es:

$$36 = 2x + 2x + 4.$$

Por tanto, $x = 8$.



5. (B) Si llamamos por sus iniciales a los números ocultos de los tres amigos, tenemos que $14\cdot\mathrm{D}=20\cdot\mathrm{G}=36\cdot\mathrm{L}$ y si factorizamos veremos todo más claro: $2\cdot7\cdot\mathrm{D}=2^2\cdot5\cdot\mathrm{G}=2^2\cdot3^2\cdot\mathrm{L}$. Como los números buscados son de dos cifras, podemos encontrarlos fácilmente sin más que completar los factores que faltan para obtener las igualdades: $2\cdot7\cdot(2\cdot3^2\cdot5)=2^2\cdot5\cdot(3^2\cdot7)=2^2\cdot3^2\cdot(5\cdot7)$

$\mathrm{D}=2\cdot3^2\cdot5=90 \quad \mathrm{G}=3^2\cdot7=63 \quad \mathrm{L}=5\cdot7=35$

La suma de los tres números es $\mathrm{D}+\mathrm{G}+\mathrm{L}=90+63+35=188$.

Observa que ya no hay más soluciones válidas porque los números ya no serían de dos cifras.

6. (E) Podemos elaborar una tabla con las terminaciones de dichas operaciones. No hace falta calcularlas, solo nos interesa el último dígito, el de las unidades.

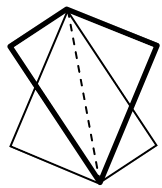
a	b	a + b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$
1	0	1	1	0	1
2	9	1	4	6	0
3	8	1	9	4	3
4	7	1	6	9	5
5	6	1	5	6	1

Por tanto, ya hemos identificado que los dos números en cuestión terminan, uno en 4 y el otro en 7. Y ahora calcular hasta encontrar algo interesante:

a	b	$a+b$	a^2	b^2	a^2+b^2	a^3	b^3	a^3+b^3	a^4	b^4	a^4+b^4	a^5	b^5	a^5+b^5
3	8	1	9	4	3	7	2	9	1	6	7	3	8	1

Anda, las terminaciones se repiten de cuatro en cuatro. Como 2018 = 504·4 + 2, la terminación de $a^{2018}+b^{2018}$ es la misma que la de a^2+b^2, es decir, 3.

7. (C) La cometa está formada por dos triángulos rectángulos cuyos catetos son los lados de los dos rectángulos. El área de la cometa es, por tanto, es $A=\frac{5\cdot15}{2}+\frac{9\cdot13}{2}=96\ \mathrm{cm}^2$.



8. (A) El reparto justo hay que realizarlo en función de la cantidad de tarta que dan Paula y Rubén a sus amigos. Vamos a elaborar una tabla:

	Cantidad de tarta que…		
	… compran	**…comen**	**… dan a sus amigos**
Paula	2	3/4	2 – 3/4 = 5/4
Rubén	1	3/4	1 – 3/4 = 1/4
Miguelito	–	3/4	–
Luci	–	3/4	–

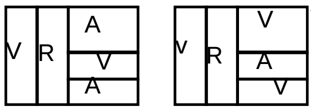
Así pues, Paula da cinco veces más cantidad (5 cuartos) que Rubén (1 cuarto), por lo que deberá recibir cinco veces más canicas que Rubén.
Paula se quedará con 20 canicas y Rubén con 4.

9. (A) Resulta que todas son falsas. Aquí te ponemos un ejemplo apropiado a cada una de ellas para que veas que no son verdaderas. A estos ejemplos se les llama contraejemplos.

I. Si multiplico por tres el divisor de una división entera, el cociente quedará dividido entre tres. (21:5 y 21:15)
II. Si divido entre cuatro el dividendo y el divisor, el cociente quedará multiplicado por cuatro. (36:20 y 9:5)
III. Si sumo cinco al dividendo y al divisor, el cociente no varía. (7:2 y 12:7)
IV. Si resto seis al divisor, el cociente aumentará en tres unidades. (15:8 y 15:2)

10.(A) Si representamos con B la nota media de las ballenas, la suma de todas las notas obtenidas por los 25 animales podemos calcularla de dos maneras diferentes: $25 \cdot 16 = 15 \cdot 18 + 10 \cdot B$, es decir, $400 = 270 + 10B$.
Por tanto, la nota media de las ballenas fue $B = 13$.

11.(C) Si colocamos primero las franjas verticales, vemos que para cada comienzo podemos formar dos diseños, por ejemplo, si elegimos VR para empezar tenemos esas dos banderas.



Como tenemos seis maneras de colorear las verticales (VR, RV, VA, AV, RA, AR), en total podemos diseñar doce banderas diferentes con esas condiciones.

12.(B) Las operaciones correctamente hechas y sin saltarse pasos son:

$3 - (3 - 4)^3 = 3 - (-1)^3 = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$

$3 - (3 - 4)(3 - 4) - 4 = 3 - (-1)(-1) - 4 = 3 - 1 - 4 = 3 - 5 = -2$

$3 - (3 - 4)^2 = 3 - (-1)^2 = 3 - 1 = 2$

$3 - 4 - 3 = 3 - 7 = -4$

Centésima solo hizo bien la segunda operación. Sacó un punto. Ay, las prisas.

13.(B) No hay que asustarse con este problema. Lo importante es elegir una buena notación:
La edad del hijo es el número de dos dígitos $\underline{ab}$, por tanto, su edad es $10a + b$.
La edad de su padre es el número de dos dígitos $\underline{cd}$, y su edad es $10c + d$.
Si traducimos la información del enunciado, obtenemos estas ecuaciones:

$10c + d = 3 \cdot (10a + b)$

$c + d + a + b = 10a + b$

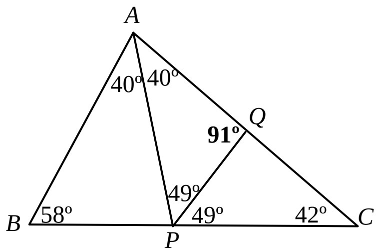
$c + d = a + b$

Reescribo la segunda ecuación sustituyendo $c + d$ por $a + b$:

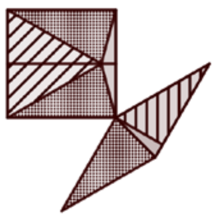
$$a + b + a + b = 10a + b \to b = 8a$$

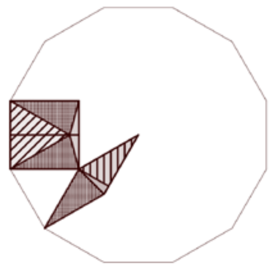
Y ya hemos terminado. Como a y b son cifras, la única posibilidad que hay es que $a = 1$ y $b = 8$.
El hijo tiene 18 años, su padre, el triple, 54, y la suma de sus edades es 72

14.(C) En el triángulo ABC, el ángulo A mide 80º (180º – 58º – 42º).
En el triángulo APC, el ángulo P es 98º (40º + 58º).
En el triángulo APQ, el ángulo A es 40º; el ángulo P, 49º (98º:2) y por ello,
el ángulo Q es 91º (180º – 40º – 49º).



15.(D) Cada cuadrado tiene el doble de área que cada rombo. Observa bien estos dibujos y te convencerás.





16.(A) Como la hora la divide entre dos, tiene que ser múltiplo de 2.
Como (24 – hora) lo divide entre 3 y 24 es múltiplo de 3, hora es múltiplo de 3.
Entonces, hora es múltiplo de 6.

Si son las 6 horas, $\frac{6}{2}+\frac{24-6}{3}+7\neq 6$.

Si son las 12 horas, $\frac{12}{2}+\frac{24-12}{3}+7\neq 12$.

Si son las 18 horas, $\frac{18}{2}+\frac{24-18}{3}+7=18$. Son las 18 horas.

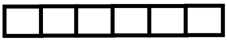
17.(C) Pitágoras tiene *P* piedras, Tales *T* piedras y Arquímedes *A* piedras.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{4}P=\frac{1}{6}T\Rightarrow P=\frac{2}{3}T\\ \frac{1}{3}T=\frac{2}{5}A\Rightarrow A=\frac{5}{6}T\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{2}{3}T+T+\frac{5}{6}T=180\Rightarrow \frac{4T+6T+5T}{6}=180\Rightarrow T=72$$

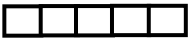
Como Tales tiene 72 piedras, Pitágoras tiene $\frac{72\cdot 2}{3}=48$.

También se puede resolver usando únicamente las fracciones.
Como un cuarto de las piedras de *P* son un sexto de las *T* podemos representar sus piedras así:

Pitágoras: 

Tales: 

Como un tercio de las piedras de *T* son dos quintos de las de *A*, podemos representar las piedras de *A* así:

Arquímedes: 

Es decir, entre los tres suman 15 rectangulitos que hacen un total de 180 piedras. Por tanto, cada rectangulito representa 180:15 = 12 piedras, por lo que Pitágoras tiene 4·12 = 48 piedras.

18.(A) Como 3·5·7 es 105, el número que nos piden tiene que ser múltiplo de 105. El menor múltiplo de 105 formado por las cifras 3, 5 y 7 es 105·7 = 735.
Como 105 = 3·5·7, 735 es 3·5·7·7, por lo que 735 es múltiplo de 49.

19.(A) Observamos que la C número 1 tiene 3 palitos; la número 2, 7 palitos; la número 3, 11 palitos; de modo que para pasar de una C a la siguiente, Centésima necesita añadir 4 palitos.
Comenzando a contar desde la primera C:
Para construir la C número 10 necesitará pasar 9 veces de una C a otra, por lo que el número de palitos será 3 + 9·4 = 39.
Para construir la C número 100 necesitará pasar 99 veces de una C a otra, por lo que el número de palitos será 3 + 99·4 = 399.
Así que, necesitará en total 39 + 399 = 438 palitos.

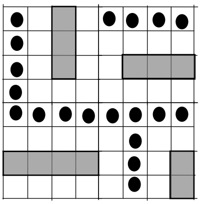
20.(C) La carta imposible de conseguir es la C, pues todas las demás se consiguen girando un múltiplo de 90º respecto del centro del cuadrado.
Observa que la carta C es la imagen en un espejo del as de espadas.

21.(D) Si x representa el tiempo empleado por Don Retorcido en completar la competición:
El número de sumas que resuelve Don Retorcido es $7x$.
El número de sumas que resuelve Comenúmeros es $5 \cdot (x+14)$.
La ecuación que se corresponde con dicha situación es $7x = 5 \cdot (x+14)$, obteniendo al resolverla que el tiempo empleado es 35 horas. Por ello, el número de sumas es 7·35 = 245.

22.(E) Si α representa el ángulo que tenemos que calcular:
El complementario se expresa como $(90º-\alpha)$.
El suplementario se expresa como $(180º-\alpha)$.
La ecuación que se corresponde con dicha situación es $(90º-\alpha)+(180º-\alpha)=208º$, obteniendo, al resolverla, que el ángulo buscado mide 31º.

23.(E) *A* es 16 (es el único cuadrado perfecto entre 11 y 19)
D es 12 (los múltiplos de 4 entre 11 y 19 son 12 y 16, pero *A* = 16)
B es 18 (los múltiplos de 6 entre 11 y 19 son 12 y 18, pero *D* = 12)
A + *B* + *D* = 46. El único número válido que sumado con 46 da un múltiplo de cinco es 19 (46 + 19 = 65), así que *C* es el número 19.

24.(B) El barquito sólo puede colocarse en la 1ª vertical, en 4 posiciones distintas; en la 6ª vertical, en 3 posiciones distintas; en la 1ª horizontal, en 3 posiciones distintas; en la 5ª horizontal, en 7 posiciones distintas.
En total, 4 + 3 + 3 + 7 = 17 posiciones distintas.



25.(E) 3V: la única potencia de 6 con 3 cifras es 216.
3H1V: 2 porque en 1H y 1V va el mismo número.
3H: el único múltiplo de 11 que empieza con 2 y acaba en 6 es el 286.
2H2V: puede ser un 4 o un 6, pues tras descartar el 121 (la casilla 1H2V tendría que ser 10) los únicos cuadrados perfectos de tres cifras tienen un 4 o un 6 como cifra de las decenas. Si es un 6, la casilla 1H2V sería un 6, por lo que la 2H1V sería un 6 y el número 661 no es un cuadrado perfecto. Así que 2V es 848.
1H: el múltiplo de 11 de tres cifras que termina en 82 es el 682.
La cifra que hay en la casilla de Comenúmeros es un 6.

	1V	2V	3V
1H	**6**	**8**	**2**
2H	**8**	**4**	**1**
3H	**2**	**8**	**6**

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel III

1. (C) $2{,}018 \cdot 2017 - 10{,}17 \cdot 201{,}8 = \frac{2018 \cdot 2017}{1000} - \frac{1017 \cdot 2018}{1000} = \frac{2018\ (2017-1017)}{1000} = 2018$

2. (C) El triángulo es rectángulo:

$\hat{C} = 3\hat{A};\ \hat{B} = 4\hat{A} \Rightarrow \hat{A} + 3\hat{A} + 4\hat{A} = 8\hat{A} = 180^{\circ} \Rightarrow \hat{A} = 22^{\circ}\ 30'$

Entonces $\hat{C} = 3 \cdot 22^{\circ} 30' = 67^{\circ}\ 30'$ y $\hat{B} = 4 \cdot 22^{\circ} 30' = 90^{\circ}$

3. (E) $2019n$, $n^2 + 2019$, n^3 y $n + 2018$ tienen distinta paridad según el valor de n. Sin embargo, $2n^3$ es par para todo valor de n, y, en consecuencia, $2n^3 + 2019$ es impar para todo valor de n.

4. (B) Si a es la anchura de las cintas, la base de la cinta B es a, mientras que las bases de las cintas A y C son mayores que a. Como las tres cintas tienen la misma altura, la cinta de menor área es la que tiene menor base, B.

5. (C) Si los catetos del triángulo rectángulo isósceles miden l, la hipotenusa del triángulo mide $\sqrt{2} \cdot l$, y la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados es

$l^2 + l^2 + 2l^2 = 4l^2 = 72 \Rightarrow l^2 = 18 \Rightarrow A = \frac{l^2}{2} = 9$ cm^2.

6. (D) Si el lado del triángulo es l y el del cuadrado es l_c $3l = 2018 + 4l_c$.
Como nos dicen que $l = l_c + d$, se cumple que

$3(l_c + d) = 2018 + 4l_c \Rightarrow d = \frac{2018 + l_c}{3}$

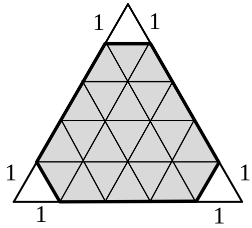
El valor entero positivo mínimo para l_c es 1, por lo que el valor entero positivo mínimo para d es $\frac{2019}{3} = 673$. Esto implica que d no puede tomar los 672 valores enteros positivos inferiores a 673.

7. (D) De la suma de las decenas sabemos que $x + y + z$ es un número de dos cifras, pero x, y, z representan cifras distintas, por lo que z debe valer 1. No puede ser 2, porque para que fuera así $x + y$ debería ser 18 y eso no es posible.
Al ser $z = 1$ en la suma de las unidades tenemos que $x + y + 1 = x + 10$.
Por tanto $y = 9$ y nos llevamos 1 de la suma de las unidades.
En la suma de las decenas tenemos que: $x + y + 1 + 1 = x + 11 = 19 \Rightarrow x = 8$

8. (E) Si el área del cuadrado es a y el área del círculo es b, el área de la figura encerrada por la línea gruesa es $3a - (a - b) = 2a + b$.

9. (B) La diferencia entre estar lleno al 30% a faltarle un 30% para estar lleno es un 40% del volumen total del barril. Como nos dicen que esa diferencia son 30 litros, el volumen total del barril es $V = \dfrac{30}{0{,}4} = 75\ L$

10.(E) El triángulo equilátero de lado 5 se puede dividir en 25 triángulos equiláteros iguales de lado 1, de los cuales 22 forman el hexágono. El área del hexágono es entonces $\dfrac{22}{25} = 0{,}88$ del área del triángulo, es decir, un 88%.



11.(A) Supongamos que los datos son, ordenados de menor a mayor, *a, b, c, d* y *e*. Si la mediana es una unidad mayor que la moda, *a* = *b* = moda y *c* = *a* + 1. Nos piden el valor máximo de *e* – *a*. Como la mediana, *c*, es una unidad menor que la media, podemos escribir:

$$\frac{a+a+c+a+e}{5} = c+1 \Rightarrow 2a+c+d+e+ = 5c+5 \Rightarrow 2a+a+1+d+e = 5a+10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d-a+e-a = 9$$

Como $d-a \geq 2$, debe ser $e-a \leq 7$.

12.(E) El área de la corona es $A = \pi\left(14^2 - 2^2\right) = 192\pi$. La mitad de dicha área es 96π, que es el área de cualquiera de las dos coronas en las que queda dividida la original por la circunferencia intermedia. Si a la corona interior le añadimos el círculo pequeño inicial, de área 4π, obtenemos el área del círculo intermedio: $96\pi + 4\pi = 100\pi$.
El radio de dicho círculo, entonces, es 10.

13.(C) Cogiendo 6 calcetines, en el peor de los casos, hay tres de cada color sin agujero y los tres con agujero. Si cogemos 7 calcetines, con seguridad habrá dos del mismo color sin agujero.

14.(A) Si llamamos v_m a la velocidad media en *km/h* y *t* al tiempo en horas, la velocidad media prevista es $v_m - 5$ y el tiempo previsto es *t* + 1. Por tanto:

$$210 = v_m \cdot t = (v_m - 5)(t+1) \Rightarrow v_m - 5t - 5 = 0 \Rightarrow v_m = 5(t+1)$$

$$5(t+1)t = 210 \Rightarrow t^2 + t - 42 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6 \Rightarrow v_m = 35\ km/h \\ t_2 = -7\ \textit{no tiene sentido} \end{cases}$$

15.(D) El 3 sí. 6 + (– 3) = 3. El 4 sí. 2 + 2 = 4. El 5 sí. 6 + (– 1) = 5. El 8 sí. 2 + 6 = 4 + 4 = 8. El único que no es posible es el 7.

16.(A) La menor distancia entre dos puntos, uno de cada circunferencia, es la correspondiente al segmento de diagonal entre las dos circunferencias. Dicho segmento mide dos veces la diagonal de un cuadrado de lado 1 menos dos veces el radio de las circunferencias, es decir $2\sqrt{2}-1$.

17.(E) El área sombreada se puede calcular sumando las áreas de los triángulos, todos ellos de altura 6 y bases p, q, r y s. Por tanto, el área es $A = 3p + 3q + 3r + 3s =$ 27. Dividiendo por 3 los dos miembros de la igualdad, tenemos: $p + q + r + s = 9$.

18.(C) Los posibles productos de dos números enteros distintos que dan 16 son 1×16 y 2×8, y los que dan 225 son 1×225, 3×75, 5×45 y 9×25. Como los números han de estar ordenados de menor a mayor, siendo los dos menores aquellos cuyo producto es 16, la única posibilidad es 2, 8, 9, 25, y su suma es 44.

19.(B) Los números de las tarjetas son 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 y 128. Si la suma de Bea es 31 unidades mayor que la de Carlos, $S_B = 31 + S_C$.

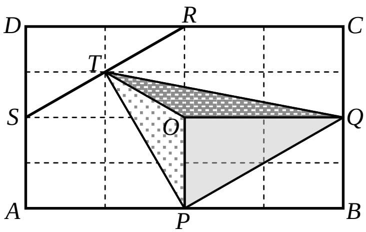
Como $S_B + S_C = 255 \Rightarrow 2 \cdot S_C = 224$ y $S_C = 112$ y $S_B = 143$. La suma de Bea solo es posible con las tarjetas 128, 8, 4, 2 y 1. Además sabemos que esta forma es única, porque el número 143 tiene una única representación en sistema binario, que es 10 001 111, mientras que 112 se representa en binario mediante 01 110 000. Así pues, Bea tiene 5 tarjetas (las correspondientes a los cinco unos de su suma en binario), mientras que Carlos tiene 3 tarjetas.

20.(C) Si llamamos "a" a la puntuación menor, "b" a la intermedia y "c" a la mayor, de la primera diana tenemos $a + 2b = 29$, de la segunda $a + 2c = 43$ y de la tercera $b + 2c = 47$. La cuarta diana, la que nos piden, corresponde a $a + b + c$.
De la segunda diana despejamos $a = 43 - 2c$. De la tercera despejamos $b = 47 - 2c$.
Sustituyendo estos valores en la ecuación de la primera diana:

$$43-2c+2(47-2c)=29 \Rightarrow c=18 \Rightarrow \begin{cases} a=43-36=7 \\ b=47-36=11 \end{cases}$$

Y la suma $a + b + c = 7 + 11 + 18 = 36$.

21.(B) El triángulo PQT se puede descomponer como suma de los triángulos PQO, POT y QOT. El triángulo PQO tiene área igual a $\frac{1}{8}$ del área del rectángulo y cada uno de los dos triángulos POT y QOT tiene área igual a $\frac{3}{32}-\frac{1}{32}=\frac{2}{32}=\frac{1}{16}$ del área del rectángulo. Por tanto, el triángulo PQT tiene área igual a $\frac{1}{8}+\frac{2}{16}=\frac{1}{4}$ del área del rectángulo.



22.(D). Si las dimensiones del ortoedro son *a, b* y *c*, el área total es $2ab + 2ac + 2bc = 22$ y la suma de las longitudes de todas sus aristas es $4(a + b + c) = 24$.
De esta última igualdad obtenemos $a + b + c = 6$, y elevando al cuadrado,

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 36$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 - 22 = 14$$

La máxima distancia entre dos vértices del ortoedro corresponde a la diagonal del mismo, cuyo valor es $\sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{14}$.

23.(A) Si llamamos *x* al lado del cuadrado, se debe cumplir que

$$x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = r^2 = 1 \Rightarrow \frac{5x^2}{4} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5}.$$

24.(B) El triángulo *BDE* se puede descomponer como suma de los triángulos *BDM* y *DME*, de modo que

$$A_{BDE} = A_{BDM} + A_{DME} = \frac{BD \cdot DM}{2} + \frac{DM \cdot DC}{2} = \frac{(BD + DC) \cdot DM}{2} = \frac{BC \cdot DM}{2}$$

Como *DM* es la mitad de la altura del triángulo *ABC* y *BC* es la base del triángulo *ABC*, el área del triángulo *BCE* es la mitad del área del triángulo *ABC*, es decir, $\frac{24}{2} = 12$.

25.(A) Si *a* es el número de puntos azules, el número de puntos verdes es $2018 - a$.

La fracción que corresponde a cada punto verde es $\frac{a}{2018-a}$, mientras que la que corresponde a cada punto azul es $\frac{2018-a}{a}$. La suma de todas las fracciones es:

$$(2018-a) \cdot \frac{a}{2018-a} + a \cdot \frac{2018-a}{a} = a + 2018 - a = 2018 .$$

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Soluciones 2ª Fase Nivel IV

1. (B) Como el área del rectángulo *ABCD* es el doble del área sombreada, tenemos que $60 = 2 \cdot 6 \cdot (6 - PX)$, por tanto $PX = 1$.

2. (D) Si en todas las tarjetas estuviera escrito el 4, la suma de las 18 tarjetas sería 72 $(4 \cdot 17 + 4)$, para encontrar el siguiente múltiplo de 17 nos faltarían 13. Como cada tarjeta de 5 aporta una unidad más que la tarjeta de 4, entonces nos harán falta 13 tarjetas de 5. Por tanto, 13 tarjetas con 5 y 5 tarjetas con 4.

3. (D) Completando los cuadraditos tenemos

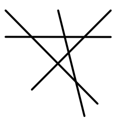
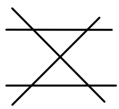
x	26	$52 - x$	$\dfrac{60 - x}{2}$	8

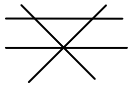
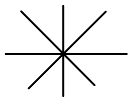
La tercera casilla es $52 - x$ porque $26 = \dfrac{x + 52 - x}{2}$

La cuarta casilla es $\dfrac{60 - x}{2}$ porque $\dfrac{52 - x + 8}{2} = \dfrac{60 - x}{2}$

Y como la tercera casilla es la media de la segunda y la cuarta, entonces $52 - x = \dfrac{26 + \dfrac{60 - x}{2}}{2}$, cuya solución es $x = 32$.

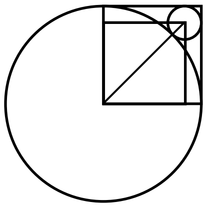
4. (A) Son cuadrados perfectos todos los pares, es decir, 50, y de los impares también son cuadrados perfectos 1^1, 9^9, 25^{25}, 49^{49}, 81^{81}, ya que aunque el exponente sea impar la base es un cuadrado perfecto. En total 55.

5. (D) Pueden ser: 6 puntos  o 5 puntos 

o 3 puntos  o 1 punto . 

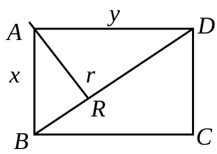
Por tanto, no puede ser 2.

6. (C) Nos ayudamos del cuadrado interior cuyos vértices opuestos son los centros de las dos circunferencias. El lado de este cuadrado mide $10-r$ y la diagonal mide $10+r$. Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos que $(10+r)^2 = (10-r)^2 + (10-r)^2$, resolviendo esta ecuación de segundo grado obtenemos las soluciones $r_1 = 30+20\sqrt{2}$ (esta no puede ser ya que el radio de la circunferencia pequeña sería mayor que el de la grande) y $r_2 = 30-20\sqrt{2}$.



Comparando con el enunciado $\left(a-b\sqrt{2}\right)$, tenemos que $a=30$ y $b=20$.
Por lo tanto $a+b=50$.

7. (B) Como *r* y *s* dividen en tres trozos iguales de 1 cm a la diagonal *BD*, significa que *BD* mide 3 cm, *BR* 1 cm y *RD* 2 cm.
Nos fijamos en el triángulo *ABD* que es rectángulo y tiene dibujada la altura sobre la hipotenusa. Así que aplicando el teorema del cateto $x^2 = 1\cdot 3 \Rightarrow x=\sqrt{3}$.



Del mismo modo $y^2 = 2\cdot 3 \Rightarrow y=\sqrt{6}$. Por tanto, el área del rectángulo será $\sqrt{6}\cdot\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \approx 4{,}2$ cm^2.

8. (B) Observando la expresión vemos que para números muy grandes no se cumple ya que $n^4 > n^3$. Por tanto, hay que ver dónde se produce ese cambio. Las expresiones n^4+6n y $6n^3+n^2$ serán iguales si $n=1$ y $n=6$. Comprobamos que $n=2$ cumple la condición ya que $2^4+6\cdot 2 < 6\cdot 2^3 + 2^2$, así que serán todos los valores entre 1 y 6; es decir, 2, 3, 4 y 5. Por tanto, cuatro valores.

Otro método. Resolvemos la inecuación

$$n^4+6n < 6n^3+n^2 \Leftrightarrow n^4-6n^3 < n^2-6n \Leftrightarrow n^3(n-6) < n(n-6)$$

Si $n = 1$ o $n = -1$ o $n = 6$ se verifica la igualdad.
Si $n > 6$, simplificando se obtiene $n^3 < n$ que no se verifica para ningún valor de n.
Si $n < 6$, simplificando resulta $n^3 > n$ que solo se verifica para los enteros 2, 3, 4 y 5.

9. (D) Aplicamos las propiedades de los logaritmos

$$\log 2^a + \log 3^b + \log 5^c + \log 7^d = 2018 \Rightarrow \log\left(2^a\cdot 3^b\cdot 5^c\cdot 7^d\right) = 2018$$

$\Rightarrow 2^a\cdot 3^b\cdot 5^c\cdot 7^d = 10^{2018} = 2^{2018}\cdot 5^{2018}$. Comparando las potencias tenemos $a=2018$, $b=0$, $c=2018$ y $d=0$. Por tanto, la suma pedida es 4036.

10.(B) Como el arco es un 25% de su longitud, el sector circular correspondiente a ese ángulo será un cuarto del círculo y el ángulo central será de 90º. El área de dicho sector circular (de radio 2) será $A=\frac{\pi\cdot 2^2}{4}=\pi$. Ahora consideramos el triángulo que conseguimos de restar al sector circular el segmento circular. Ese triángulo es rectángulo con catetos iguales al radio del círculo, por tanto el área del triángulo es 2. La diferencia entre el área del sector circular y el área del triángulo será el área del segmento circular (que es la mitad del área pedida), $A=\pi-2$, por tanto, el área pedida será $2\pi-4$.

11.(E) Llamemos a a las decenas y b a las unidades del número en cuestión. La condición del enunciado asegura que $a\cdot b+a+b=10a+b$. Operando llegamos a que $a\cdot b=9a$, por tanto, $b=9$. El número en cuestión podría ser, 19, 29, 39,…, 99.

12.(E) Se verifica que $\cos\alpha=tg\alpha$, por tanto $\cos\alpha=\frac{sen\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=sen\alpha$. El valor de la expresión pedida $\frac{1}{sen\alpha}+\cos^4\alpha=\frac{1}{sen\alpha}+\left(\cos^2\alpha\right)^2=\frac{1}{sen\alpha}+sen^2\alpha$.

Utilizando la relación fundamental tenemos $\frac{1}{sen\alpha}+1-\cos^2\alpha$, pero como $\cos^2\alpha=sen\alpha$, entonces, $\frac{1}{sen\alpha}+1-sen\alpha=\frac{1+sen\alpha-sen^2\alpha}{sern\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+sen\alpha}{sen\alpha}$,

por tanto, $\frac{sen\alpha+sen\alpha}{sen\alpha}=2$.

13.(C) $\left|x-\left|2x+1\right|\right|=3\Rightarrow\begin{cases}\left|x-2x-1\right|=3 & \text{si } x>-\frac{1}{2}\\ \left|x+2x+1\right|=3 & \text{si } x\le-\frac{1}{2}\end{cases}$.

De la primera ecuación $\left|-x-1\right|=3$ sacamos:

i) $-x-1=3$ de donde $x=-4$. Esta no vale.

ii) $x+1=3$ de donde $x=2$. Esta sí vale.

De la segunda ecuación $\left|3x+1\right|=3$ sacamos:

i) $3x+1=3$ de donde $x=\frac{2}{3}$. Esta no vale.

ii) $-3x-1=3$ de donde $x=-\frac{4}{3}$. Esta sí vale.

Por tanto, tiene 2 soluciones.

14.(C) La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo es S = 180·(n – 2) donde n es el número de lados del polígono.

Como el polígono convexo tiene exactamente tres ángulos obtusos, la suma de dichos ángulos tendrá un máximo no alcanzable de 180º·3 = 540º. Por tanto, podemos suponer que la suma es, como mucho, 540º – ε y, como poco, 270º + ε. Analicemos los polígonos en función de sus lados:

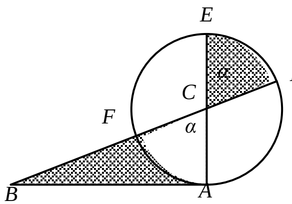
Polígono de 4 lados:
La suma de los ángulos interiores mide 180º·2 = 360º, por lo que el cuarto ángulo será siempre agudo al medir, como mucho, 360º – (270º + ε) = 90º – ε . Por tanto, es posible un polígono convexo de 4 lados con exactamente 3 ángulos obtusos.

Polígono de 5 lados:
La suma de los ángulos interiores mide 180º·3 = 540º, por lo que la suma de los dos ángulos restantes medirá, como poco, 540º – (540º – ε) = ε . Por tanto, es posible un polígono convexo de 5 lados con exactamente 3 ángulos obtusos.

Polígono de 6 lados:
La suma de los ángulos interiores mide 180º·4 = 720º, por lo que la suma de los tres ángulos restantes medirá, como poco, 720º – (540º – ε) = 180º + ε. Por tanto, es posible un polígono convexo de 6 lados con exactamente 3 ángulos obtusos.

Polígono de 7 lados:
La suma de los ángulos interiores mide 180º·5 = 900º, por lo que la suma de los cuatro ángulos restantes medirá, como poco, 900º – (540º – ε) = 360º + ε. Por tanto, es necesario que uno de los cuatro ángulos restantes mida más de 90º; por lo que no es posible un polígono convexo de 7 lados con exactamente 3 ángulos obtusos.
En conclusión, el máximo número de lados que puede tener un polígono convexo con exactamente 3 ángulos obtusos es 6.

15.(B) El ángulo $D\hat{C}E = A\hat{C}B = \alpha$, al ser opuestos por el vértice.



$$A_{\text{Sector } ECD} = \frac{\pi r^2 \alpha}{2\pi} = \frac{r^2\alpha}{2} \quad \text{y}$$

$$A_{\text{Recinto } ABF} = \frac{AB \cdot r}{2} - \frac{r^2\alpha}{2}$$

Como $A_{\text{Sector } ECD} = A_{\text{Recinto } ABF} \Rightarrow \frac{r^2\alpha}{2} = \frac{AB\cdot r}{2} - \frac{r^2\alpha}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow r^2\alpha = \frac{AB\cdot r}{2} \Rightarrow r\alpha = \frac{AB}{2} \Rightarrow \frac{AB}{r} = 2\alpha \Rightarrow \tan\alpha = 2\alpha$$

16.(C) Como se tiene que $a \cdot b = a^b$ y $\dfrac{a}{b} = a^{3b}$ $\Rightarrow$ (multiplicando ambas igualdades)

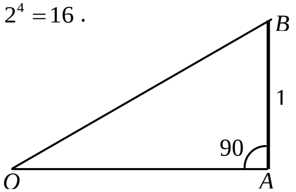
$a^2 = a^{4b} \Rightarrow 2 = 4b \Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$.

Sustituyendo el valor de b en la primera ecuación se tiene que $a \cdot \dfrac{1}{2} = \sqrt{a} \Rightarrow$

$\dfrac{a^2}{4} = a \Rightarrow a^2 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$

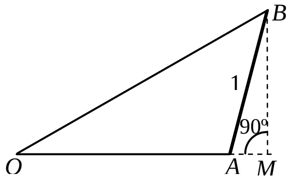
Como $a > 1 \Rightarrow a = 4$. Por tanto, $b^{-a} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$.

17.(D) Analicemos los posibles casos:



Caso 1: $O\hat{A}B = 90^o$

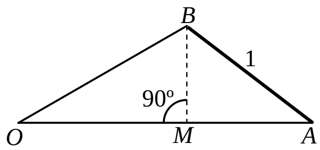
$sen\left(30^o\right) = \dfrac{1}{OB} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{OB} \Rightarrow OB = 2$



Caso 2: $O\hat{A}B > 90º$

$sen30º = \dfrac{BM}{OB} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{BM}{OB} \Rightarrow OB = 2 \cdot BM$

Pero $BM < 1 \Rightarrow OB < 2$



Caso 3: $O\hat{A}B < 90º$

$sen30º = \dfrac{BM}{OB} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{BM}{OB} \Rightarrow OB = 2 \cdot BM$

Pero $BM < 1 \Rightarrow OB < 2$

Por tanto, la longitud máxima posible del segmento OB es 2.

18.(B) Como $a = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + ...}}} \Rightarrow a^2 = 6 + a$ con $a > 0$, $\Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3$

Como $b = \sqrt{9 - \sqrt{9 - \sqrt{9 - ...}}} \Rightarrow b^2 = 9 - b$ con $b > 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 + b - 9 = 0 \Rightarrow b = \dfrac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

Por tanto, $ab = 3 \cdot \left(\dfrac{-1 + \sqrt{37}}{2}\right) = \dfrac{3}{2}\left(\sqrt{37} - 1\right)$

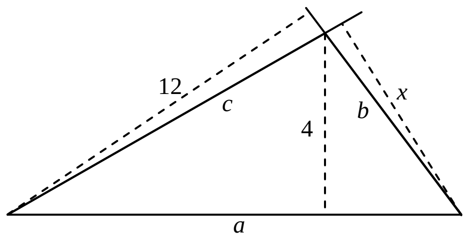
19.(B) Si llamamos a, b y c a los lados y x a la altura desconocida, se tiene que el área del triángulo se puede calcular de tres maneras distintas: $A=\dfrac{4a}{2}=\dfrac{12b}{2}=\dfrac{x\cdot c}{2}$.

$\dfrac{4a}{2}=\dfrac{12b}{2}\Rightarrow a=3$ $\qquad$ $\dfrac{12b}{2}=\dfrac{x\cdot c}{2}\Rightarrow c=\dfrac{12b}{x}$

Por otro lado, sabemos que en cualquier triángulo, la suma de dos lados cualesquiera tiene que ser mayor que el tercero, por lo que se tiene que $c+b>a$.

$c+b>a\Rightarrow c+b>3b\Rightarrow c>2b\Rightarrow \dfrac{12b}{x}>2b\Rightarrow 12b>2b\cdot x\Rightarrow x<6$

Por lo tanto, el valor máximo que puede tomar la tercera altura es 5 cm.



20.(E) Comparamos los elementos dos a dos:

- Comparamos $A=(\cos\alpha)^{\cos\alpha}$ con $C=(\cos\alpha)^{sen\alpha}$ (igual base):

  Como $\cos\alpha\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\,1\right)$ será menor aquel que tenga mayor exponente.

  Sabemos que $\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow \cos\alpha<sen\alpha\Rightarrow C<A.$

- Comparamos $A=(\cos\alpha)^{\cos\alpha}$ con $B=(sen\alpha)^{\cos\alpha}$ (igual exponente):

  Sabemos que $\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow \cos\alpha<sen\alpha\Rightarrow A<B.$

  Por tanto, $C<A<B$.

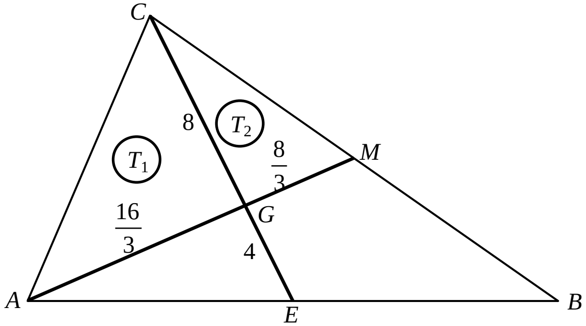
21.(D) Las medianas de un triángulo se cortan en el baricentro. El baricentro dista del vértice el doble que del punto medio del lado opuesto. Por tanto, la mediana que mide 8 cm queda dividida en dos segmentos que miden $\frac{16}{3}$ y $\frac{8}{3}$ respectivamente y la mediana que mide 12 cm queda dividida en dos segmentos que miden 8 y 4 respectivamente, tal y como se indica en el dibujo.

Como las medianas forman un ángulo recto, los triángulos T_1 y T_2 son rectángulos. Calculemos sus áreas:

$$Area_{T_1} = \frac{\frac{16}{3}\cdot 8}{2} = \frac{64}{3}\ \text{cm}^2 \quad \text{y} \quad Area_{T_2} = \frac{\frac{816}{3}\cdot 8}{2} = \frac{32}{3}\ \text{cm}^2$$

Por tanto, $Area_{AMC} = Area_{T_1} + Area_{T_2} = \frac{64}{3} + \frac{32}{3} = 32\ \text{cm}^2$

Como la mediana *AM* divide al triángulo *ABC* en dos triángulos de igual área (*AMC* y *ABM*), se tiene que $Área_{ABC}$ = 64 cm^2.



22.(C) Como $a < b < c \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$.

Es claro que $a \neq 1$ ya que si $a = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ y eso no es posible ya que *b* y *c* son enteros positivos.

Si $a = 2 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{c+b}{bc} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2c + 2b = bc \Rightarrow 2c - bc = -2b \Rightarrow$

$\Rightarrow c(2-b) = -2b \Rightarrow c = \frac{-2b}{b-2} \Rightarrow c = \frac{2b}{b-2}$

. Por tanto, si $a = 3 \Rightarrow c = \frac{6}{1} = 6$.

En conclusión, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ y 2 + 3 + 6 = 11 $\Rightarrow a + b + c = 11$.

23.(A) P(Acertar ninguna pregunta) $P(x=0)=\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{64}{125}$

P(Acertar 1 pregunta) $P(x=1)=3\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{48}{125}$

P(Acertar 2 preguntas) $P(x=2)=3\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{12}{125}$

P(Acertar 3 preguntas) $P(x=3)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{125}$

Por tanto, lo más probable es que el número de aciertos sea 0.

24.(A) Del 1 al 100 hay 10 números (10, 20, …, 90, 100).
Del 101 al 200 hay 19 números (101, 110, 102, 120, …, 109, 190,200).
Del 201 al 1000 hay $19\cdot 9=171$ números.
Del 1001 al 1100 hay $10\cdot 10=100$ números.
Del 1101 al 2000 hay $19\cdot 9=171$ números.
Del 2001 al 2018 hay 18 números.
Total 10 + 171 + 100 + 171 + 18 = 470.

25.(A) Si $senx+\cos x=a\Rightarrow(senx+\cos x)^2=a^2\Rightarrow sen^2x+2senx\cos x+\cos^2 x=a^2\Rightarrow$

$\Rightarrow 2senx\cos x+1=a^2\Rightarrow senx\cos x=\frac{a^2-1}{2}.$

$1=(sen^2x+\cos^2 x)^2=sen^4x+2sen^2x\cos^2 x+\cos^4 x\Rightarrow$

$\Rightarrow sen^4x+\cos^4 x=1-2sen^2x\cos^2 x\Rightarrow sen^4x+\cos^4 x=1-2\cdot\left(\frac{a^2-1}{2}\right)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow sen^4x+\cos^4 x=1-\frac{(1-a^2)^2}{2}.$

Participantes y relación de ganadores del XXII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

Una vez más en la primera fase celebrada en los propios centros se superó la cifra de 45 000 estudiantes de 489 centros participantes.

Aunque se inscribieron 3715 concursantes a la segunda fase, el número de participantes fue de 3335. La estadística de participación por niveles y puntuaciones obtenidas puede consultarse en la página (https://www.concursoprimavera.es) de la Sociedad Puig Adam así como la relación de todos los ganadores del concurso y la relación de los centros con mayor puntuación en cada uno de los niveles.

La distribución por niveles de los participantes en la segunda fase, que como siempre tuvo lugar en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, fue la siguiente:

	NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3		NIVEL 4	
	5º P y 6º P		1º ESO, 2º ESO		3º ESO, 4º ESO		1º B, 2º B	
nº de participantes	216	536	428	644	450	484	382	195
Totales por nivel	752		1072		934		577	

Los tres, y en algún caso cuatro, ganadores en cada uno de los niveles fueron:

NIVEL I

1. Diego Martínez Casillas (6º Primaria) CPR Alkor
2. Juan Ignácio de Dios Coba (5º Primaria) CPR San Agustín
3. Iñigo Fernández Cubián (6º Primaria) CPR Sagrado Corazón
3 Diego López Aragón (6º Primaria) CP La Navata

NIVEL II

1. Diego Recio Calvo (2º ESO) IES Clara Campoamor
2. Álvaro Gamboa Rodríguez (1º ESO) IES Ciudad de los Poetas
3. Juan Barquero Draper (2º ESO) CPR San Agustín
3. Raquel Izquierdo Pato (2º ESO) IES JoséLuis Sampedro
3. Enrique Matorras Muñoz (2º ESO) CPR Laude Fontenebro Schol

NIVEL III

1. Jorge Maceín Sanz (4º ESO) IES San Juan Bautista
1. Nicolás Rey Rodríguez (4º ESO) CPR Fray Luis de León
1. Gabriel Valery Salov (4º ESO) IES Juan de Herrera
2. Jimena Lozano Simón (3º ESO) Colegio Alemán de Madrid

NIVEL IV

1 Alejandro Epelde Blanco (2º Bchto) Montessori School Los Fresnos
2. Pablo Soto Martín (1º Bchto) IES San Mateo
3. Martín Gómez Abejón (2º Bchto) IES Ramiro de Maeztu

RELACIÓN DE LOS 10 CENTROS CON MEJOR PUNTUACIÓN POR NIVEL

(Elaborada con las **tres mejores puntuaciones** de cada centro en cada nivel)

XXII CONCURSO DE PRIMAVERA Mayo 2018

NIVEL I		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
COLEGIO ALEMÁN DE MADRID	Madrid	308
CPR SAN JOSÉ DEL PARQUE	Madrid	301
CPR SAN AGUSTÍN	Madrid	289
CP CIUDAD DE ROMA	Madrid	275
CPR COLEGIO ESTUDIANTES LAS TABLAS	Madrid	274
CP LA NAVATA	Galapagar	274
CPR COLEGIO ALBORADA	Alcalá de Henares	268
CP BLAS DE OTERO	Coslada	261
CPR MENESIANO	Madrid	260
CPR AMANECER	Alcorcón	255

NIVEL II		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
CPR SAN AGUSTÍN MADRID	Madrid	298
CPR LUYFE RIVAS	Rivas-Vaciamadrid	275
IES SAN JUAN BAUTISTA	Madrid	268
CPR AGUSTINIANO	Madrid	261
IES AVENIDA DE LOS TOREROS	Madrid	258
CPR NUESTRA SRA DEL BUEN CONSEJO	Madrid	257
COLEGIO ALEMÁN DE MADRID	Madrid	254
CPR ALARCÓN	Pozuelo de Alarcón	251
IES MIRASIERRA	Madrid	243
CPR SAN JOSÉ DEL PARQUE	Madrid	235

NIVEL III		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
COLEGIO ALEMÁN DE MADRID	Madrid	315
IES SAN JUAN BAUTISTA	Madrid	305
CPR JOYFE	Madrid	285
CPR SAN AGUSTÍN	Tres Cantos	274
IES CAMILO JOSÉ CELA	Pozuelo de Alarcón	268
IES SAPERE AUDE	Villanueva del Pardillo	259
CPR SAN JOSÉ DEL PARQUE	Madrid	252
IES MARGARITA SALAS	Majadahonda	248
CPR EL VALLE	Madrid	248
CPR DIVINA PASTORA	Madrid	243

NIVEL IV		
NOMBREDEL CENTRO	MUNICIPIO	SUMA DE PUNTOS
IES RAMIRO DE MAEZTU	Madrid	286
IES SAN MATEO	Madrid	286
CPR SAN JOSÉ DEL PARQUE	Madrid	235
CPR CORAZÓN DE MARÍA	Madrid	231
IES CERVANTES	Madrid	223
IES EL BURGO LAS ROZAS	Las Rozas de Madrid	221
CPR LICEO EUROPEO	Alcobendas	202
IES LUIS DE GÓNGORA	Torrejón de Ardoz	199
KING´S COLLEGE	Tres Cantos	188
IES MARGARITA SALAS	Majadahonda	183

XXXVI CONCURSO "PUIG ADAM" DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 19 de mayo de 2018

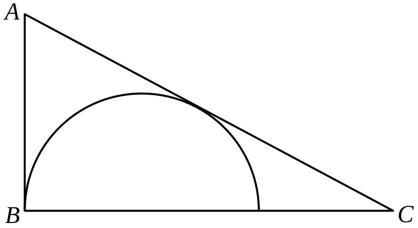
<u>NIVEL I</u> (3º de E.S.O.) Primera parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1. (7 puntos)

Encuentra el mayor número de cuatro cifras, [***abcd***], tal que la suma de ellas sea igual al producto de las dos últimas e igual también al número formado por las dos primeras, es decir, $a + b + c + d = c \cdot d = [ab]$.

Problema 2. (7 puntos)

En el triángulo *ABC*, de lados *AB* = 85, *BC* = 75 y *CA* = 40, una semicircunferencia tangente a los lados *AB* y *AC* tiene su diámetro sobre el lado *BC*. Calcula el radio de esta semicircunferencia.



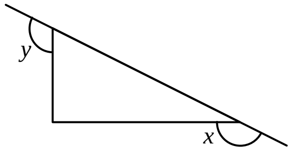
Segunda parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1A. (1 punto) La suma de dos números es 7 y la diferencia entre ellos es 2. ¿Cuál es el valor de su producto?

Problema 2A. (1,5 puntos**)** Sea *T* la respuesta del problema anterior y $k = 4T$.
En una clase de la Universidad hay *k* estudiantes. Hay algunas parejas (chico-chica) que se sientan juntos. En concreto, un tercio de los chicos están sentados con una chica y la mitad de las chicas están sentadas con un chico. ¿Cuántos chicos hay en esa clase?

Problema 3A. (2 puntos) Sea *T* la respuesta del problema anterior.
En el triángulo *ABC*, *D* es el punto medio del lado *AB*, *E* es el punto medio de *DB* y *F* es el punto medio del lado *BC*. Si el área del triángulo *AEF* es *T*, ¿cuál es el área del triángulo *ABC*?

Problema 1B. (1 punto) El triángulo de la figura es rectángulo. ¿Cuál es la suma de los ángulos x e y?

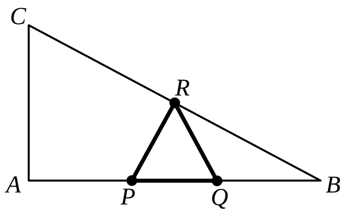


Problema 2B. (1,5 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior y $k = \frac{T}{10}$.

¿Cuál es la cifra de las unidades del número $k^1 + k^2 + k^3 + \ldots + k^k$?

Problema 3B. (2 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior y $k = T - 1$.
Un número tiene k divisores y su mitad y su tercera parte tienen cuatro divisores cada una. Si la suma de todos los divisores del número es 216, ¿cuál es dicho número?

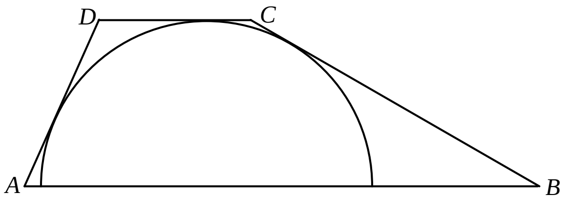
Problema 4. (5 puntos) Sea a la respuesta del problema 3A y b la respuesta del problema 3B. El triángulo ABC de la figura es rectángulo en A y R es el punto medio de la hipotenusa BC. Sobre el cateto mayor, AB, se marca el punto P tal que $CP = BP$ y sobre el segmento BP se marca el punto Q de manera que el triángulo PQR es equilátero. Si el área del triángulo ABC es $b - a$, ¿cuál es el área del triángulo PQR?



<u>NIVEL II</u> (4º de E.S.O.) Primera parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1. (7 puntos)
Todas las cifras del número entero positivo n son treses, (n = 333…3), además n es divisible entre 383. Cuando dividimos el entero $\frac{n}{383}$ entre 1000, ¿qué resto obtenemos?

Problema 2. (7 puntos)
En el trapecio *ABCD* de bases *AB* y *CD* trazamos un semicircunferencia cuyo centro está en el lado *AB* y es tangente a los otros tres lados del trapecio.
Si $AB = 289$ y $BC = 196$, calcula la longitud de *AD*.



Segunda parte (1 hora 30 minutos)

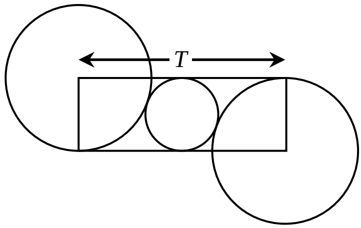
Problema 1A. (1 punto) Patricia tiene el mismo número de hermanas que de hermanos. Cada uno de sus hermanos tiene el 50 % más de hermanas que de hermanos (es decir, que si tuviera por ejemplo 8 hermanos tendría 12 hermanas). ¿Cuánto suman en total el número de hermanos y de hermanas de la familia?

Problema 2A. (1,5 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior.
Calcula la cifra de las decenas del número T^T.

Problema 3A. (2 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior.
En el rectángulo *ABCD* de lados $AB = 15T$ y $BC = 10T$, marcamos un punto P en su interior tal que $CP = 9T$ y $DP = 12T$. Determina la longitud de *AP*.

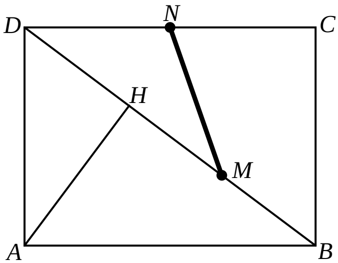
Problema 1B. (1 punto) En una bolsa hay 49 bolas azules y 1 roja. ¿Cuántas bolas azules debemos sacar de la bolsa para que el 90 % de las que queden sean azules?

Problema 2B. (1,5 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior. En la figura puedes ver un rectángulo de longitud T y anchura igual al radio de las dos circunferencias grandes que son tangentes a la pequeña, siendo ésta tangente a su vez a dos lados del rectángulo. Calcula la anchura del rectángulo.



Problema 3B. (2 puntos) Sea T la respuesta del problema anterior y $n = T^2$.
Calcula el valor de m para que el área de la región formada por los puntos (x, y) tales que $y \geq \frac{|x|}{2}$ e $y \leq m|x| + n$ sea $80n$.

Problema 4. (5 puntos) Sea a la respuesta del problema 3A y b la respuesta del problema 3B. En el rectángulo $ABCD$ de lados $AB = a + b$ y $BC = 3|b|$, la perpendicular a la diagonal BD, trazada desde A, corta a BD en el punto H. Si M es el punto medio de BH y N el punto medio de CD, calcula la longitud del segmento MN.



NIVEL III **(1º de Bachillerato)** Primera parte (1 hora 30 minutos)

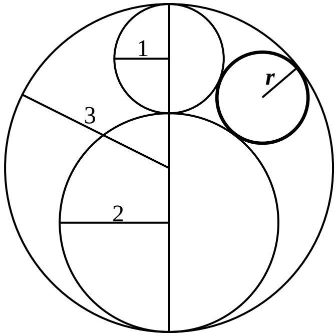
Problema 1. (7 puntos)

Separamos los números 1, 2, 3,…, 101 en dos conjuntos A y B. El conjunto A contiene *m* de ellos y el resto en el conjunto B. Si pasamos el número 40 del conjunto en el que está al otro la media aritmética de cada uno de los nuevos conjuntos aumenta en 0,5 respecto de la que tenía antes. Encuentra los dos posibles valores de *m*.

.

Problema 2. (7 puntos)

En la figura puedes observar cuatro circunferencias tangentes entre sí, tres de ellas de radios 1, 2 y 3. Calcula el radio *r* de la otra circunferencia, la más pequeña.



Segunda parte (1 hora 30 minutos)

Problema 1A. (1 punto)

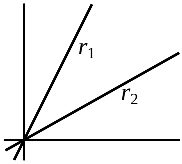
En un triángulo en el que la medida de cada uno de sus ángulos, en grados, viene dada por un número entero, se verifica que uno de sus ángulos es 30º mayor que la media de los otros dos. ¿Cuál es el mayor valor posible que puede tomar un ángulo de dicho triángulo?

Problema 2A. (1,5 puntos)

Sea T la respuesta del problema anterior y $k = \frac{T}{33}$.

La función $f(x) = \frac{cx}{2x+k}$ verifica que $f\left(f(x)\right) = x$ siempre que $x \neq \frac{-k}{2}$. ¿Cuál es el valor de c ?

Problema 3A. (2 puntos)

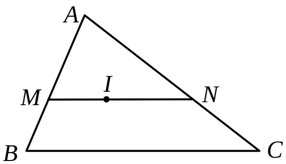


Sea T la respuesta del problema anterior y $k = T + 7$.
En la figura se observan dos rectas r_1 y r_2 de ecuaciones $y = mx$ e $y = nx$ respectivamente.
Si el ángulo que forma la recta r_1 con el eje de abscisas es doble del que forma r_2 y la pendiente de r_1 es k veces la pendiente de r_2, ¿cuál es el valor de $m{\cdot}n$?

Problema 1B. (1 punto)
Si escribes el número 888 888 como producto de dos números de tres cifras cada uno, encuentra la diferencia entre estos dos números.

Problema 2B. (1,5 puntos)
Sea T la respuesta del problema anterior y $k = T - 36$.
Un círculo de área A_1 está contenido en otro de área $A_1 + A_2$. Si el radio de este segundo círculo es k y los números A_1, A_2 y $A_1 + A_2$ están en progresión aritmética, calcula el radio del círculo de área A_1.

Problema 3B. (2 puntos)
Sea T la respuesta del problema anterior y $k = 3T^2$.
En el triángulo ABC de la figura, I es el punto de corte de las bisectrices (incentro) y el segmento MN, que pasa por I es paralelo al lado BC. Si $AB = 3k$, $BC = 6k$ y $AC = 5k$, calcula el perímetro del triángulo AMN.



Problema 4. (5 puntos)
Sean a y b las respuestas de los problemas 3A y 3B, respectivamente.

La longitud de uno de los lados de un triángulo es $\dfrac{b}{a}$. De los otros dos, la longitud de uno de ellos es doble de la del otro. ¿Cuál es el mayor valor posible para el área de este triángulo?

XVIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

17 de noviembre de 2018

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1. En la isla Colorín hay 15 casas numeradas del 1 al 15 y hay exactamente 15 caminos de **un solo sentido**. De cada casa sale un camino, y cada camino une dos casas. El primer día, en cada casa hay un duende que lleva escrito en su camiseta el número de la casa. El segundo día todos los duendes salen de la casa en la que están y, recorriendo el único camino posible, llegan hasta la casa que está al final del camino.
Después de este cambio la distribución quedó así:

Duende	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Casa	10	4	12	8	15	9	14	1	11	5	6	2	7	13	3

El tercer día los duendes vuelven a salir de la casa en la que están y recorren el camino hasta la casa siguiente, y el cuarto día vuelven a hacer lo mismo.
¿Hay algún duende que vuelve a su casa el cuarto día? Si es que sí, indica cuáles y si es que no, justifica la respuesta.

2. En una caja hay 45 euros en monedas de 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos. Si metiéramos en la caja una moneda de 5 céntimos, dos de 10 céntimos, tres de 20 céntimos y cuatro de 50 céntimos, entonces la caja tendría la misma cantidad de monedas de cada tipo. ¿Cuántas monedas de cada tipo hay en la caja?

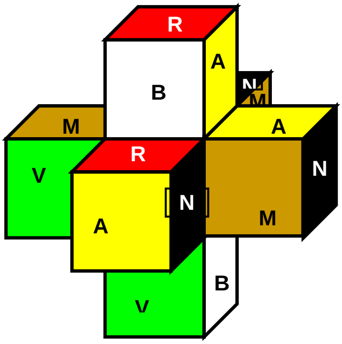
3. En el triángulo acutángulo *ABC*, sea *D* el punto del lado *AC* tal que *BD* es perpendicular a *AC* y sea *E* el punto del lado *AB* tal que *CE* es perpendicular a *AB*. Sabiendo las siguientes igualdades entre ángulos: $C\hat{B}D = 2A\hat{B}D$ y $A\hat{C}E = 3B\hat{C}E$, calcula las medidas de los tres ángulos del triángulo *ABC*.

Nota: Llamamos ángulo $P\hat{Q}R$ al ángulo agudo de vértice *Q* que forman los segmentos *PQ* y *QR*.

PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1. Con **siete cubos idénticos** he formado una bonita estrella como ves en el dibujo. La única regla que he respetado es que dos caras que se tocan no pueden estar pintadas del mismo color.

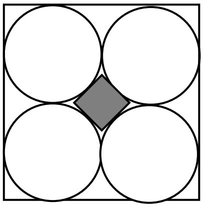
Amarillo
Blanco
Marrón
Naranja
Rojo
Verde



Del cubo que está colocado más a la izquierda vemos dos caras, la de arriba de color marrón y la frontal de color verde. ¿Qué colores tienen las restantes caras: la de abajo; la del fondo; la de la izquierda; la de la derecha?

2. Cuatro amigos se encuentran en el interior de en una habitación cerrada con un candado que solo puede abrirse con una clave secreta. Ninguno sabe cómo ha llegado hasta ahí y el pánico empieza a invadirles.
De repente una voz les susurra: "Ahhh, la clave que abre el candado **es un número de siete cifras, ninguna de ellas repetida; cada cifra divide al número de la clave; y la clave es el mayor número que tiene esas cuatro propiedades**. Ahhh, solo contáis con quince minutos, si no,...". El pánico se apoderó de los amigos.
a) Averigua qué tres cifras no pueden formar parte del número misterioso.
b) Encuentra el número misterioso.
(La historia es triste, nunca nadie volvió a ver a los cuatro amigos)

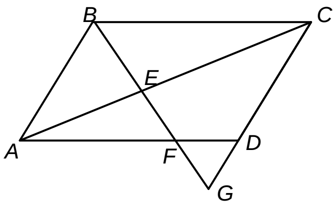
3. ¡Qué bonito dibujo! Un cuadrado grande de 4 cm de lado, cuatro círculos iguales tangentes entre ellos y otro cuadrado pequeñito tangente a los cuatro círculos. ¿Qué área tiene este cuadrado más pequeño?



PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. Tenemos cuatro dados con caras del 1 al 6. Dos de ellos están equilibrados, pero los otros dos están trucados.
Uno de los dados trucados tiene la siguiente propiedad: la probabilidad del doble de un número es el doble de la probabilidad del número y la probabilidad del triple de un número es el triple de la del número.
En el otro dado la probabilidad del doble de un número es la mitad de la del número y la probabilidad del triple de un número es la tercera parte de la probabilidad del número.
En ambos dados ocurre que la probabilidad de sacar un 4 es igual a la probabilidad de sacar un 5.
Metemos nuestros cuatro dados en un cubilete y los lanzamos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 22?

2. En la figura ves un paralelogramo *ABCD*. El punto *G* está en la prolongación del lado *CD* y el segmento *BG* corta a la diagonal *AC* en el punto *E* y al lado *AD* en el punto *F*. Sabiendo que *BE* = 16 cm y *EF* = 12 cm, ¿cuántos centímetros mide el segmento *FG*?



3. La matrícula de un coche tiene solo cinco cifras, sin letras. Al instalarla, el propietario se equivocó y la puso al revés, lo de abajo para arriba y, ¡cosas de la simetría!, aún así, el número boca abajo tenía sentido y se podía leer. Debido a esto, el propietario no se dio cuenta de su error. Si la diferencia del número que ahora tenía y el original es 78 633, ¿cuál es la matrícula correcta?
Observación: el número 1 en las matrículas de los coches se escribe l.

<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

1. En la isla Colorín todos los camaleones eran rojos. Cada uno de ellos tiene exactamente un amigo o tiene exactamente 5 amigos. Un día, cada camaleón con exactamente un amigo se volvió amarillo y cada camaleón con exactamente 5 amigos se volvió verde. Resultó así que los que son amigos son de colores diferentes. Más tarde, 30 camaleones amarillos se volvieron verdes y 40 verdes se volvieron amarillos. De este modo resultó que los que son amigos son del mismo color. ¿Cuántos camaleones hay en la isla Colorín?

2. Del pentágono *ABCDE*, sabemos que E= 150º, que AB = 17 cm y DE = 8 cm, que los triángulos *ABC* y *CDE* son equiláteros. Calcula el perímetro del pentágono *ABCDE*.

3. Un juego consiste en escribir un número entero positivo en cada una de las seis caras de un cubo (puedes repetir números). Después hay que escribir en cada vértice del cubo el resultado de multiplicar los tres números que hay en las caras que coinciden en él y por último hay que sumar los ochos números que hay escritos en los vértices. El objetivo es que esta suma sea 105.
Da todas las posibles combinaciones ganadoras.

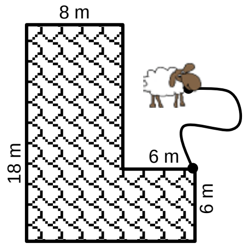
4. En cada casilla de una cuadrícula de 3×3 hemos escrito nueve números de tal manera que cada número es el doble del que tiene justo debajo y es la tercera parte del que tiene justo a su derecha. Si la suma de todos ellos es 728, escribe la cuadrícula con sus nueve números.

PRUEBA INDIVIDUAL **3º y 4º de E.S.O.** (90 minutos)

1. Todavía queda mucho para que llegue el verano. Mientras tanto…
En la suma que ves, letras diferentes representan números diferentes. Sabiendo que **G = J – 1**, ¿qué número se esconde detrás de **AGOSTO**?

$$\begin{array}{r} \text{J U N I O} \\ +\ \text{J U L I O} \\ \hline \text{A G O S T O} \end{array}$$

2. Francisquita ha atado a su ovejita Beeé en el vértice de su casa en forma de **L**. Si la cuerda mide 12 metros, ¿en qué superficie, en m^2, de su jardín puede pastar la ovejita Beeé?

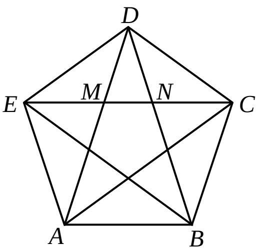


3. Una señora reparte las manzanas de su huerta a las personas que le van pidiendo de la siguiente forma:
Al primero que llega le da la mitad de las manzanas más media manzana.
Al segundo, la mitad de las que quedan más media manzana.
Al tercero, la mitad de las que quedan más media manzana y así sucesivamente con los siguientes.
Cuando llega el décimo y recoge las manzanas que le corresponden, éstas se acaban.
¿Cuántas manzanas tenía la señora?

4. En un examen de matemáticas, la niña Centésima contestó bien a 100 preguntas y por ello obtuvo una puntuación de 20 000 puntos. Por cada pregunta bien contestada le otorgaban puntos en función del tipo: si era de geometría le daban 4000 puntos; si era de álgebra, 800 puntos; y si era de aritmética, 10 puntos. ¿Cuántas preguntas de cada clase contestó bien la niña Centésima?

<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> Bachillerato (90 minutos)

1. En el pentágono regular de la figura, $MN = 1$.
Determina las longitudes de los segmentos: EM, EC y ED.



2. Determina los vértices y el área del rectángulo de mayor área inscrito entre las parábolas $y = 12 - x^2$, $y = x^2 - 12$.

3. Las bases de la Asociación *Mathandyou* dicen que para tratar los diferentes asuntos de su interés se formarán pequeñas comisiones de 10 socios cada una con la condición de que no haya dos comisiones que tengan más de un socio en común. Este año se han formado 40 comisiones. Demuestra que la asociación tiene más de 60 socios. ¿Cuántos socios tiene como mínimo la asociación?

4. Elena es muy hábil multiplicando por 2, y a Nicolás le gusta más dividir entre 3. Un día toman el número $\frac{729}{64}$ y comienza Elena multiplicándolo por 2, después Nicolás divide el resultado entre 3 y siguen así alternativamente formando una sucesión.

a) ¿Cuál de los dos obtendrá el número 1?

b) Si continuaran indefinidamente, ¿se podría calcular la suma de los infinitos términos? En caso afirmativo, calcúlala y si no fuera posible, justifícalo.

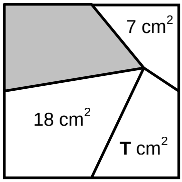
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º de ESO.-

1A.- En la isla Colorín viven 90 tortugas y la media de sus edades es de 790 años. La media de las edades de las tortugas hembra es de 810 años y la de las tortugas macho es de 720 años. ¿Cuántas tortugas macho hay en la isla?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea **T** la respuesta del problema 2B.
En un cuadrado hemos señalado un punto interior y lo hemos unido con los puntos medios de los lados del cuadrado.
¿Qué área tiene la región sombreada?



(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1C.- Sea **T** la respuesta del problema 2C.
La carretera de las Matemáticas es una larguísima recta que pasa por ocho bonitas ciudades, situadas de Sur a Norte en este orden: Apotema; Baricentro; Cálculo; Divisor; Ecuación; Factor; Grado; Hipotenusa. Completa la tabla de distancias, en km, entre esas ciudades:

Apotem							
	Baricentro						
		Cálculo					
28			**Divisor**				
	27			**Ecuación**			
43		**25**			**Factor**		
			22			**Grado**	
		38		**T** + 4			**Hipotenusa**

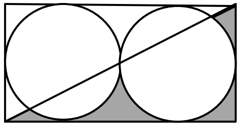
¿Qué distancia hay de Apotema a Ecuación?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

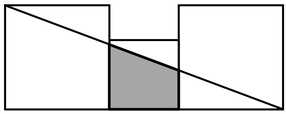
3º y 4º de ESO.-

2A.- Sea **T** la respuesta del problema 3A.
Esteban ha hecho una serie de exámenes y tras cada uno de ellos ha sacado la nota media de todos los realizados hasta el momento. En el penúltimo sacó un 82,5 y su media aumentó medio punto. En el último sacó (**T** + 40) puntos y su media disminuyó 1 punto.
¿Cuál fue la **media final** de Esteban en sus exámenes?
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

2B.- ¿Cuál es el área de la zona sombreada si la base del rectángulo mide 12 cm y su altura 6 cm?
Importante: haz todos tus cálculos tomando la aproximación ▱≈ 3.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)



2C.- Sea **T** la respuesta del problema 3C.
En la figura ves dos cuadrados de lado 8 cm y un cuadrado de lado $\frac{T}{50}$ cm.
¿Qué área ocupa la zona sombreada?



(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

Bachillerato.-

3A.- Sea **T** la respuesta del problema 1A.

Si $f(x)=\dfrac{6}{x+1}$ y $(g\circ f)(x)=\dfrac{24-12x}{(x+1)^2}$, calcula $(f\circ g)\left(\dfrac{10}{T}\right)$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)

3B.- Sea **T** la respuesta del problema 1B.

¿Cuántos puntos tienen en común las gráficas de las funciones $y=\cos x$, $y=\dfrac{1}{\mathrm{T}\cdot\pi^2}x^2$?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- María sale de casa y va a recoger a su hija al aeropuerto. Para ello conduce a 50 km/h durante la primera hora, pero se da cuenta de que si continúa a esa velocidad llegará una hora tarde, así que aumenta la velocidad en 30 km/h el resto del viaje y llega 30 minutos antes. ¿Qué distancia hay entre la casa de María y el aeropuerto?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)

REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

LV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid

FASE CERO: viernes 23 de noviembre de 2018

- En la hoja de respuestas, escribe la letra de la opción que creas correcta
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos; cada respuesta en blanco 1 punto, y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, instrumentos de medida o de cualquier aparato electrónico.
- TIEMPO: 3 horas.

1. La suma de dieciocho enteros consecutivos podría ser…

A) 1818 B) 1821 C) 1823 D) 1825 E) 1827

2. ¿Qué área, en m^2, tiene el triángulo de lados 7 m, 24 m y 25 m?

A) 300 B) 84 C) 87,5 D) 56 E) 168

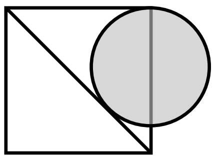
3. ¿Para cuántos enteros *n* se cumple que $64 < 8^n < 32^{10}$?

A) 47 B) 1 C) 15 D) 14 E) 4

4. En un segmento hemos marcado los puntos *LVOME* en ese orden. Sabiendo que: $ME = VM$, $LE - LO = 35$ cm, $LV = 2VO$, $LO = OM$, ¿qué distancia, en cm, hay de V a M?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

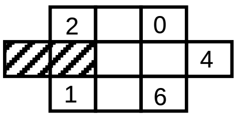
5. En la figura se ve un cuadrado de lado 1 y una circunferencia cuyo diámetro está sobre uno de los lados del cuadrado y además es tangente a una diagonal del cuadrado. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?



A) $\sqrt{2}-1$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$ D) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

E) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

6. En este entramado queremos colocar los números desde el 0 hasta el 10 de tal manera que las casillas de dos números consecutivos no se toquen (ni siquiera en un vértice) ¿Cuánto suman los números que han de colocarse en de las casillas rayadas?



A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

7. Al multiplicar un número de cinco cifras por 101 obtengo un número que acaba en …8965. ¿Cuánto suman las cuatro últimas cifras del número de partida?

A) 28 B) 12 C) 16 D) 17 E) 21

8. ¿Cuántos números de tres cifras cumplen que son múltiplos de 12 y sus cifras suman 12?

A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

9. Las soluciones de la inecuación $\left|\dfrac{|x|+1}{|x-1|}\right| \le \dfrac{3x}{|x|}$ son los valores del conjunto…

A) $S=(0,+\infty)$ B) $S=\left(0,\dfrac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$ C) $S=\left(0,\dfrac{1}{2}\right]\cup(1,2]$

D) $S=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ E) $S=\left[\dfrac{1}{2},1\right)\cup[2,+\infty)$

10. En un triángulo de lados *a*, *b* y *c* se cumple que $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$. La medida del ángulo opuesto al lado *c* es:

A) 15º B) 30º C) 45º D) 60º E) 150º

11. El valor de $\dfrac{\log 80}{\log 5}$ es:

A) $\dfrac{1+3\log 2}{1-\log 2}$ B) $4\log 2$ C) $\log 75$ D) –3 E) $\log 80-\log 5$

12. ¿De cuántas maneras podemos sentar a tres chicos y a tres chicas de forma alterna (no puede haber dos personas de igual sexo juntas) y sin dejar huecos en una fila de diez asientos?

A) 180 B) 360 C) 1800 D) 5! · 5! E) 240

13. Elegimos al azar un número *a* del conjunto {11, 13, 15, 17, 19} y otro número *b* del conjunto {2016, 2017, 2018, 2019}. ¿Cuál es la probabilidad de que el número a^b termine en 1?

A) $\dfrac{1}{5}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{3}{10}$ D) $\dfrac{7}{20}$ E) $\dfrac{2}{5}$

14. En una empresa radical, los sueldos semanales son proporcionales a la raíz cuadrada del número de horas trabajadas. Una empleada ha calculado que si hubiera trabajado *a* horas más, habría ganado *p* euros más; y si hubiese trabajado *b* horas más, habría ganado *q* euros más (*a* y *b* diferentes). ¿Cuál es el sueldo semanal de la trabajadora en términos de *a*, *b*, *p*, *q*?

A) $\dfrac{p^2-q^2}{2(a-b)}$ B) $\dfrac{(p-q)^2}{2\sqrt{ab}}$ C) $\dfrac{ap^2-bq^2}{2(ap-bq)}$ D) $\dfrac{aq^2-bp^2}{2(bp-aq)}$ E) $\sqrt{(a-b)(b-q)}$

15. Dos circunferencias, una interior y otra exterior, comparten el mismo centro. La longitud de una cuerda de la mayor que es tangente a la circunferencia interior mide 16 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2, de la corona circular limitada por dichas circunferencias?

A) 36π B) 46π C) 49π D) 64π E) 25π

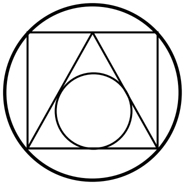
16. Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} |x|+x+|y|+y=10 \\ |x|-x+|y|-y=4 \end{cases}$ se obtienen dos soluciones diferentes, $(x,y)=(a,b)$ y $(x,y)=(c,d)$. ¿Cuál es el valor de $a+b+c+d$?

A) 3 B) 2 C) 0 D) 6 E) 10

17. Si a, b y c son números positivos, el área del triángulo situado en el primer cuadrante y limitado por los ejes y la recta de ecuación $ax+by=c$, es:

A) $\frac{ab}{2}$ B) $\frac{ab}{2c}$ C) $\frac{c^2}{2ab}$ D) $\frac{abc}{2}$ E) $\frac{c^2}{a^2+b^2}$

18. Una circunferencia de radio 1 está inscrita en un triángulo equilátero que a su vez está inscrito en un rectángulo que está inscrito en una circunferencia. ¿Cuál es el diámetro de la circunferencia mayor?



A) $\sqrt{21}$ B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) 3

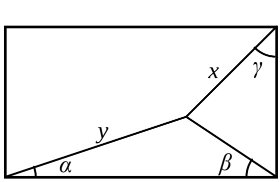
E) $3\sqrt{12}$

19. El número N tiene 99 cifras y todas ellas son el 9, $N=\overbrace{99\ldots9}^{99\text{ cifras}}$. ¿Cuánto suman las cifras del número $N\times N$?

A) 9×99 B) 1+9×99 C) 99 D) 990 E) 900

20. En el rectángulo de la figura hemos marcado dos segmentos y tres ángulos.

¿Cuál es el valor de $A=\frac{y\cdot \text{sen}\alpha}{x\cdot \text{tg}\beta\cdot \text{sen}\gamma}$?



A) $A=\text{sen}\alpha$ B) $A=y$ C) $A=\frac{y}{x}$

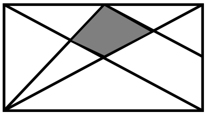
D) $A=\frac{1}{x}$ E) $A=1$

21. La función f cumple que $[f(x)]^2+2f(x)=x+1$ para todos los valores x de su dominio. Si sabemos que $f(x)$ es siempre positivo, ¿cuál es el dominio de la función f?

A) $D(f)=\Re$ B) $D(f)=(-1,+\infty)$ C) $D(f)=(-1,1)$

D) $D(f)=[0,+\infty)$ E) $D(f)=[-1,+\infty)$

22. En el rectángulo de la figura, de dimensiones 3 × 4, hemos trazado algunos segmentos aprovechando vértices y puntos medios de lados. ¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado?



A) 1,2 B) 1,75 C) 1 D) 1,25 E) 1,5

23. Solo uno de los siguientes números es un cuadrado perfecto. ¿Cuál?

A) $\frac{27!\,28!}{2}$ B) $\frac{28!\,29!}{2}$ C) $\frac{29!\,30!}{2}$ D) $\frac{30!\,31!}{2}$ E) $\frac{31!\,32!}{2}$

24. Si en un triángulo isósceles los ángulos iguales aumentaran un 10%, el ángulo desigual disminuiría un 8%. ¿Cuál es la diferencia entre el ángulo mayor y cualquiera de los menores?

A) 50º B) 48º C) 56º D) 60º E) 45º

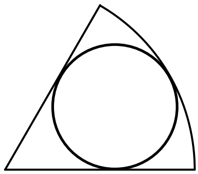
25. Don Retorcido no se olvida de vosotros. Él es muy prudente y circula siempre a 40 km/h. ¿Cuántas horas tardará en realizar un recorrido de *k* km si necesita hacer *p* paradas de *m* minutos cada una para escribir problemas?

A) $\frac{3k+2pm}{120}$ B) $3k+2pm$ C) $\frac{3k+2pm}{12}$ D) $\frac{k+pm}{40}$ E) $\frac{k+40pm}{40}$

26. Para valores permitidos de *x* e *y*, la igualdad $\log x - \log y = \log(x-y)$ es cierta si…

A) Siempre B) $x=\frac{y^2}{y-1}$ C) $x\cdot y=1$ D) $x=\frac{y}{y+1}$ E) $x=\frac{y+1}{y-1}$

27. ¿Qué radio tiene la circunferencia inscrita en un sector de radio *r* y 60º grados de amplitud?



A) $\frac{r}{2}$ B) $\frac{r}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}r}{2}$ D) $\frac{r}{3}$ E) $\frac{r}{6}$

28. En un triángulo rectángulo de hipotenusa *x*, un cateto es triple que el otro. ¿Cuál es el área de dicho triángulo en función de su hipotenusa?

A) $\frac{3x^2}{20}$ B) $\frac{3x^2}{10}$ C) $\frac{x^2}{9}$ D) $\frac{x^2}{4}$ E) $\frac{x^2}{20}$

29. Si $A > B > 0$, completa esta frase: "si *A* es un *M* % mayor que *B*, entonces, *B* es un….. % menor que *A*"

A) $\frac{A}{BM}$ B) $\frac{AB}{M}$ C) $\frac{BM}{A}$ D) $\frac{M}{AB}$ E) $\frac{1}{M}$

30. Si formamos todas las palabras (con sentido o no) posibles bailando las letras A-D-D-I-M-R y las ordenamos alfabéticamente, empezaríamos por ADDIMR y terminaríamos por RMIDDA. ¿Qué lugar ocuparía la palabra MADRID en esta lista?

A) 260 B) 246 C) 366 D) 250 E) 226

REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

LV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid

FASE LOCAL: segunda prueba. 20 de diciembre de 2018
Tiempo: 3h 30 min

1. ¿Cuál es el menor entero N de cuatro dígitos, tal que los números N y $N + 2018$ se escriben con 8 cifras, todas ellas diferentes?

2. Determinar el número de pares ordenados de enteros positivos (a, b) que verifican

$$a^2 b^3 = 20^{18}$$

3. En el cuadrilátero $PQRS$, $PS = 5$, $SR = 6$, $RQ = 4$ y $\hat{P} = \hat{Q} = 60^{\circ}$. Si la medida del lado PQ puede expresarse como $PQ = \dfrac{a+\sqrt{b}}{2}$, con a, b enteros positivos únicos, determinar a + b.

4. Sea $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ una función que verifica $f(x) = f(x+1) + f(x-1)$ para todo entero x. Si $f(20) = 18$ y $f(18) = 20$, determinar $f(20\,182\,018)$.

5. Determinar el menor entero positivo n que tiene exactamente tres divisores diferentes a, b y c, con $1 < a < b < c < n$, cuya suma es $a + b + c = 1001$.

6. Dos monedas están trucadas de modo que, al lanzarlas al aire, resulta que la probabilidad de obtener dos caras es la misma que la probabilidad de obtener dos cruces, pero la probabilidad de obtener una cara y una cruz es 5/8. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en cada una de las monedas?

7. En el triángulo ABC, $AB = AC = 10$ y $BC = 12$. El punto D está en el lado AB y el punto E está en el lado AC; ambos son distintos de los vértices del triángulo. Sabemos que se verifica $AD = DE = EC$, y resulta que podemos expresar AD en la forma $\dfrac{p}{q}$, con p y q primos entre sí. Determinar el valor de la suma $p + q$.

8. ¿Para cuántos enteros positivos $n \le 2018$ es el número $N = 1 + n + \dfrac{n^2}{2!} + \dfrac{n^3}{3!} + \ldots + \dfrac{n^6}{6!}$ un entero?

9. Un saltamontes está colocado en el origen de coordenadas. Desde el punto de coordenadas (x, y), el saltamontes puede saltar a cualquiera de los puntos de coordenadas ($x + 1$, y), ($x + 2$, y), (x, $y + 1$) o (x, $y + 2$). ¿Cuántas sucesiones diferentes de saltos llevarán al saltamontes desde (0, 0) hasta (4, 4)?

10. El triángulo ABC es rectángulo. Sea D un punto en la hipotenusa BC, y sean E y F puntos en los catetos AB y AC, respectivamente, tales que $DE \perp AB$ y $DF \perp AC$.
Si $BC = 4$ y $DE = DF = 1$, determinar el área del triángulo ABC.

LV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Prueba de selección
Comunidad de Madrid

Primera sesión, viernes tarde 18 de enero de 2019

No está permitido el uso de calculadoras. Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3,5 horas.

1. Sea $p \geq 3$ un número primo y consideramos el triángulo rectángulo de cateto mayor $p^2 - 1$ y cateto menor $2p$. Inscribimos en el triángulo un semicírculo cuyo diámetro se apoya en el cateto mayor del triángulo y que es tangente a la hipotenusa y al cateto menor del triángulo. Encuentra los valores de p para los cuales el radio del semicírculo es un número entero.

2. ¿Existen m, n números naturales de forma que $n^2 + 2018\,m\,n + 2019\,m + n - 2019m^2$ es un número primo?

3. Fijamos un número natural $k \geq 1$. Encuentra todos los polinomios $P(x)$ que cumplen
   $P(x^k) - P(x) = x^k P(x)$ para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

Segunda sesión, Sábado 19 de enero de 2019

Tiempo: 3 horas y media

4. Considera el conjunto de números enteros positivos n cumpliendo $1 \leq n \leq 1\,000\,000$. En ese conjunto, indica si es mayor la cantidad de números que pueden expresarse de la forma $a^3 + mb^2$, con $a, b \in \mathbb{N}$ y $m \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ o la cantidad de números que no pueden expresarse de esa manera.

5. Prueba que para todo $a, b, c > 0$ se cumple que
   $$\frac{a^2}{b^3c} - \frac{a}{b^2} \geq \frac{c}{b} - \frac{c^2}{a}$$
   ¿En qué caso se cumple la igualdad?
   .

6. Consideramos un triángulo ABC y un punto D en el lado AC.
   Si $AB = DC = 1$, $\angle DBC = 30^\circ$ y $\angle ABD = 90^\circ$, calcula el valor de AD.

XXIVª OLIMPIADA de MAYO
Mayo de 2018

Duración de la prueba: 3 horas
Cada problema vale 10 puntos.
No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.
Justifica cada una de tus respuestas.
Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 27 de mayo

Primer Nivel

PROBLEMA 1

Juan hace una lista de 2018 números. El primero es el 1. Luego, cada número se obtiene de sumarle al anterior alguno de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 o 9.
Sabiendo que ninguno de los números de la lista termina en 0, ¿cuál es el mayor valor que puede tener el último número de la lista?

PROBLEMA 2

Se efectúan mil divisiones enteras: se divide 2018 entre cada uno de los números enteros del 1 al 1000. Se obtienen así mil cocientes enteros con sus respectivos restos. ¿Cuál de estos mil restos es el mayor?

PROBLEMA 3

Sea $ABCDEFGHIJ$ un polígono regular de 10 lados que tiene todos sus vértices en una circunferencia de centro O y radio 5. Las diagonales AD y BE se cortan en P y las diagonales AH y BI se cortan en Q. Calcular la medida del segmento PQ.

PROBLEMA 4

Ana debe escribir 7 enteros positivos, no necesariamente distintos, alrededor de una circunferencia de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

- La suma de los siete números es igual a 36.
- Si dos números son vecinos la diferencia entre el mayor y el menor es igual a 2 o 3.

Hallar el máximo valor del mayor de los números que puede escribir Ana.

PROBLEMA 5

En cada casilla de un tablero de 5×5 se escribe uno de los números 2, 3, 4 o 5 de manera que la suma de todos los números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal siempre sea par. ¿De cuántas formas podemos llenar el tablero?
Aclaración. Un tablero de 5×5 tiene exactamente 18 diagonales de diferentes tamaños. En particular, las esquinas son diagonales de tamaño 1.

Segundo Nivel

PROBLEMA 1

Se tiene un número entero de 4 dígitos que es un cuadrado perfecto. Se construye otro número sumándole 1 al dígito de las unidades, restándole 1 al dígito de las decenas, sumándole 1 al dígito de las centenas y restándole 1 al dígito de las unidades de mil. Si el número que se obtiene es también un cuadrado perfecto, hallar el número original. ¿Es único?

PROBLEMA 2

En un tablero de 4×4 están escritos los números del 1 al 16, uno en cada casilla. Andrés y Pablo eligen cuatro números cada uno. Andrés elige el mayor de cada fila y Pablo, el mayor de cada columna. Un mismo número puede ser elegido por ambos. Luego, se eliminan del tablero todos los números elegidos. ¿Cuál es el mayor valor que puede tener la suma de los números que quedan en el tablero?

PROBLEMA 3

Los 2018 residentes de un pueblo están estrictamente divididos en dos clases: caballeros, que siempre dicen la verdad, y mentirosos, que siempre mienten. Cierto día todos los residentes se acomodaron alrededor de una circunferencia y cada uno de ellos anunció en voz alta "*Mis dos vecinos, el de la izquierda y el de la derecha, son mentirosos*". A continuación uno de los residentes abandonó el pueblo. Los 2017 que quedaron se acomodaron nuevamente en una circunferencia (no necesariamente en el mismo orden que antes) y cada uno de ellos anunció en voz alta "*Ninguno de mis vecinos, el de la izquierda y el de la derecha, es de mi misma clase*". Determinar, si es posible, de qué clase es el residente que abandonó el pueblo, caballero o mentiroso.

PROBLEMA 4

En un paralelogramo $ABCD$, sea M el punto del lado BC tal que $MC = 2BM$ y sea N el punto del lado CD tal que $NC = 2DN$. Si la distancia del punto B a la recta AM es 3, calcular la distancia del punto N a la recta AM.

PROBLEMA 5

Cada punto de una circunferencia está coloreado con uno de 10 colores. ¿Es cierto que para cualquier coloración hay 4 puntos del mismo color que son vértices de un cuadrilátero con dos lados paralelos (un trapecio isósceles o un rectángulo)?

XXIVª OLIMPIADA de MAYO de 2018.
RESULTADOS DE ESPAÑA

PRIMER NIVEL

	Apellidos y nombre	Premio
1	Álvaro Gamboa Rodríguez	ORO
2	Diego López Aragón	PLATA
3	Durán Fernández, Alberto	PLATA
4	María Cid Crespo	BRONCE
5	Juan Burgos Pino	BRONCE
6	Enrique Ortiz Gilarranz	BRONCE
7	Adrián Álvarez Yance	BRONCE
8	Yago Irache Fernández	MENCIÓN
9	Alonso Muñoz Lorente	MENCIÓN
10	Sara Sandu	MENCIÓN

SEGUNDO NIVEL

1	Miguel Navarro Muñoz	ORO
2	Félix García Taboada	PLATA
3	Felipe Lorenzo Martínez	PLATA
4	Miguel Valdivieso Valles	BRONCE
5	Gabriela María García Pérez	BRONCE
6	Raquel Izquierdo Pato	BRONCE
7	Alejandro Krum de Vicente	BRONCE
8	Jorge Merino Esteban	MENCIÓN
9	Jimena Lozano Simón	MENCIÓN
10	Miguel de Perosanz Barroso	MENCIÓN

Comunidad
de Madrid

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
Consejo Social de la UCM

sm

ANAYA

Smartick