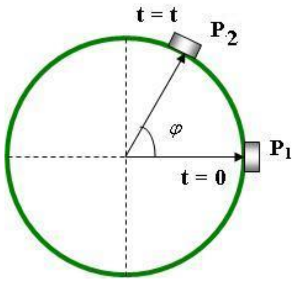
RESUMEN MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU) Y GRAVITACIÓN UNIVERSAL (TEMA 8)

En el **MCU (Movimiento circular uniforme):**

- La trayectoria es una **circunferencia**
- La velocidad es **constante** (se describen ángulos iguales en tiempos iguales)
- **Ejemplos** de MCU: manecillas del reloj analógico, plato del microondas, aspas del ventilador, movimiento de planetas y satélites (aunque realmente son un poco elípticos),…

1. Magnitudes del MCU

1.1 Desplazamiento angular: ($\Delta\varphi$)



Si se considera un punto girando en una circunferencia el desplazamiento lineal (el de siempre, posición final – posición inicial) es periódicamente nulo, ya que de forma periódica vuelve a pasar por la misma posición. Por ello, es más sencillo **medir el ángulo girado (φ)** en un intervalo de tiempo que el espacio recorrido (arco de la circunferencia). También podéis ver otros símbolos para el ángulo (θ, y otros… da igual)

El ángulo (φ), debe medirse en **radianes (rad) en el SI:**

Según esta definición:

1 vuelta =1 revolución = 360 º = 2 π radianes

½ vuelta = ½ revolución = 180 º = π radianes

¼ de vuelta =¼ revolución = 90 º = π /2 radianes

Para hacer las conversiones se utilizan factores de conversión o proporciones (reglas de tres)

Entonces es desplazamiento angular

$\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_0$ **normalmente consideraremos $\varphi_0 = 0$**

1.2 Velocidad angular (ω)

Se define la **velocidad angular (ω)** como la rapidez con que se describe el ángulo (φ). En el MCU, la velocidad angular es constante. **En el S.I. se mide en rad/s o simplemente s^{-1}. Otras unidades son vueltas/s, revoluciones/min (r.p.m.) y otras similares…**

Fórmula:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow \omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

1.3 Periodo (T)

Se denomina **periodo (T)** al **tiempo que el objeto tarda en dar una vuelta completa**, por ejemplo en el caso de la Tierra, su periodo en el movimiento en torno al Sol es de 1 año (365,25 días). **En el SI se mide en segundos , s.**

1.4 Frecuencia (f)

Se denomina **frecuencia (f)** al **número de vueltas que el objeto da en un segundo.** La frecuencia se mide **en el SI en s^{-1} o Hz (hertzios).** Periodo y frecuencia son inversamente proporcionales.

Fórmulas

$$T = \frac{1}{f} \; ; \; f = \frac{1}{T}$$

Teniendo en cuenta las definiciones de periodo, frecuencia y velocidad angular, se puede poner:

$$\omega = \cdot \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = \cdot 2\pi f$$

T: Periodo (en s)

f: Frecuencia (en s^{-1} o Hz)

ω : Velocidad angular (rad/s)

2. Ecuación del MCU

De la definición de velocidad angular se deduce la relación entre la velocidad angular ω y el ángulo girado φ:

$$\boxed{\varphi = \omega\, t}$$

Si cuando empieza a contarse el tiempo (t = 0) el punto ya ha descrito un ángulo φ_0, entonces el ángulo girado en un tiempo t será: $\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega\, t}$, ***normalmente*** **$\varphi_0$= 0**

t: Tiempo (en s)

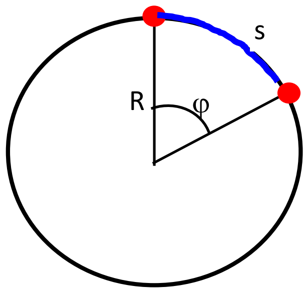
ω : Velocidad angular (rad/s)

φ: **Angulo en un instante dado (en rad) y** φ_0: **Angulo inicial, normalmente 0, en rad.**

3. Relación entre las magnitudes lineales (las relacionadas con el espacio que se recorre) y angulares

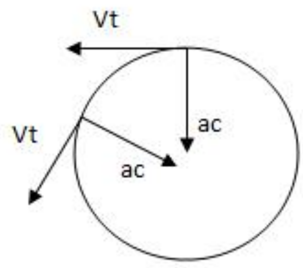
Para calcular las magnitudes lineales hay que **multiplicar las magnitudes angulares por el radio (R)** de la circunferencia que se describe, **expresado en m**

Magnitud angular	Magnitud lineal	Fórmula
Ángulo φ (rad)	Espacio **s** (m)	**s= φ · R** (m)
Velocidad angular ω (rad/s)	Velocidad lineal **v** (m/s)	**v = ω · R** (m/s)



4. Aceleración centrípeta (o normal) y fuerza centrípeta

En el MCU el valor (módulo) de la velocidad es constante, no cambia, pero sí cambia su dirección y sentido, constantemente hay que ir girando. Por lo tanto, como hay dos componentes del vector velocidad que cambia, aparece una aceleración, denominada **aceleración normal o centrípeta (a_n o a_c) que es la responsable de que el objeto gire, al ir cambiando la dirección de la velocidad**. Esta aceleración normal o centrípeta es un **vector dirigido hacia el centro de la circunferencia** que se describe.

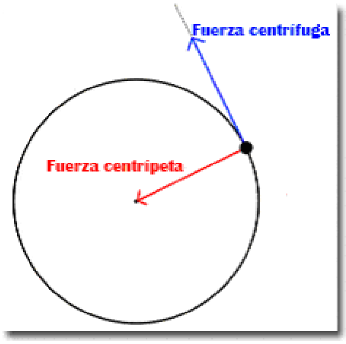


$a_c = \frac{v^2}{R}$, **v= velocidad lineal y R es el radio de la trayectoria**

Podemos agrupar fórmulas, pero NO HAY que memorizar todo, sino relacionarlas.

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^{\,2}}{R} = \omega^2 R$$

Sabemos por la 2ª ley de Newton que las aceleraciones están originadas por fuerzas. Debido a esto, la aceleración centrípeta está producida por **la fuerza centrípeta (Fc),** también dirigida hacia el centro de la circunferencia. La fuerza centrípeta es la **responsable del movimiento circular y de que el objeto no se salga de esta trayectoria circular.** La fuerza centrífuga sería una fuerza "virtual" que hace que el objeto se salga de la trayectoria (ya la verás en cursos superiores)

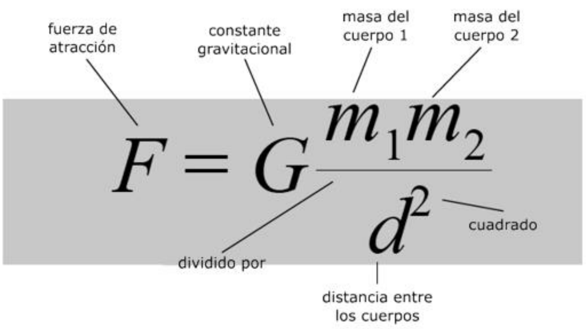


$$F_c = m \cdot a_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

m es la masa del objeto que se mueve con MCU, v su velocidad lineal y R el radio de la trayectoria

5. Ley de la gravitación universal

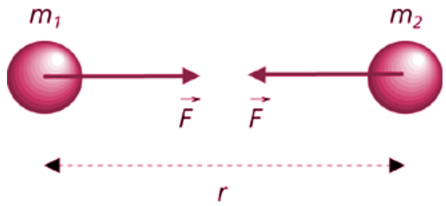
Es la fuerza que explica que todos los objetos que poseen masa se atraigan, como podemos comprobar, nosotros **sólo la apreciamos** cuando los objetos tienen mucha masa, como planetas, estrellas,… Fue también Isaac Newton el científico que estudio esta fuerzo y estableció la expresión matemática para calcularla:



Vemos, que la fuerza con la que se atraen dos masas es directamente proporcional al valor de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

- **m_1 y m_2 se miden en kg**
- **d se mide en m (en algunos libros puedes ver r en vez de d)**
- **G es una constante, la constante de gravitación universal. con un valor muy pequeño (G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2)**

La fuerza gravitatoria es siempre de atracción, la ejercen y la "sufren" todos los cuerpos con masa, es de alcance infinito, pero disminuye con la distancia y la dirección en la que se aplica es la recta que une los centros de las masas.

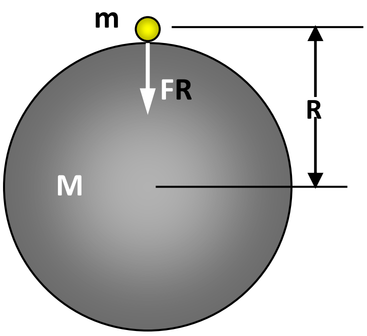


6. Gravedad y peso

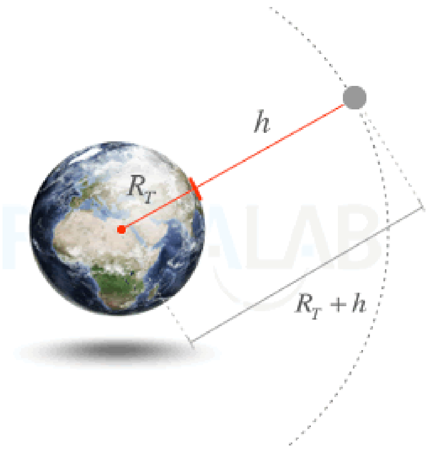
Sabemos que el peso de un cuerpo en un determinado astro es la fuerza de atracción que ejerce dicho astro sobre el objeto. **A la aceleración que produce la fuerza gravitatoria se le denomina aceleración de la gravedad,** siempre está dirigida hacia el centro del astro, y en la superficie de la **Tierra** tiene un valor de **9,8 m/s²**.

Igualando la Ley de Gravitación con la segunda ley de Newton (F = m a), podemos deducir cuál será la aceleración con que se mueve un cuerpo situado en la superficie de un planeta sometido a la acción de la fuerza gravitatoria (aceleración de caída):

$$F = m\,a \quad \text{y} \quad F = G\frac{m\,M}{R^2} \Rightarrow m\,a = G\frac{m\,M}{R^2} \quad ; \quad \boxed{a = g = G\frac{M}{R^2}}$$



El valor de la aceleración en la superficie de un planeta, no depende de la masa del cuerpo (m), solamente de los datos propios del planeta:su masa (M), medida en kg y su radio (R), medido en m



La gravedad en la superficie de un planeta: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$

Si no está en la superficie, sino a un altura h :

$$g_h = \frac{G \cdot M}{r^2}, siendo\ r = R + h$$

Siempre se trabajará con r y cuando se tenga r, se despeja h;
r = R + h → h = r – R

G= Constante de gravitación universal, G

M= Masa del planeta (en kg)

R = Radio del planeta (en m)

h = altura sobre la superficie del planeta (en m)

7. Movimiento de satélites

Un satélite es un objeto que está girando en torno a la Tierra (o en torno a cualquier otro astro). **Describe un MCU, podemos aplicar a él las fórmulas matemáticas del MCU.** Se mantiene en órbita (en su trayectoria circular) gracias a la fuerza centrípeta, y **es la fuerza gravitatoria la que representa el papel de fuerza centrípeta**. Los ejercicios siempre se empiezan **igualando ambas fuerzas**, y luego despejando lo que nos pidan:

$$F_c = F_g \quad \rightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

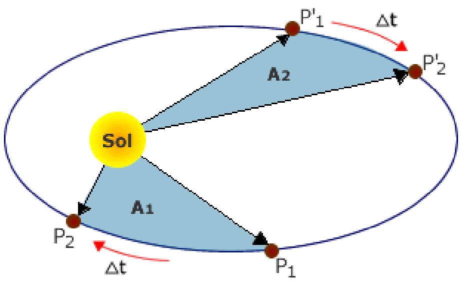
La masa del objeto se simplifica porque está a ambos lados de la ecuación, y uno de los radios r también, quedando: $v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$ y ahora podemos despejar lo que nos pidan.

M= Masa de la Tierra (u otro planeta, en kg) v= velocidad lineal del satélite r = R + h

8. Leyes de Kepler

Describen el movimiento de los planetas en torno al Sol

1ª Ley: Todos los planetas describen **órbitas elípticas** en torno al Sol (nosotros las consideramos circular) para simplificar su estudio)



2ª Ley: El "área barrida" por el planeta son iguales si los tiempos transcurridos son iguales**, en el dibujo A1 = A2**
Ello implica que la velocidad de los planetas en torno al Sol no es constante, van más rápido cuando están más cerca.

3ª Ley: Para todos los planetas en torno al Sol se cumple que su periodo al cuadrado dividido entre el radio de su órbita al cubo es constante (la podemos extender a todos los satélites que orbitan en torno a la Tierra)

Para los planetas que orbitan en torno al Sol: $\frac{T_{Tierra}^2}{r_{Tierra}^3} = \frac{T_{Marte}^2}{r_{Marte}^3} = \frac{T_{Venus}^2}{r_{Venus}^3} = \cdots.$

Para los satélites que orbitan en torno a la Tierra: $\frac{T_{Luna}^2}{r_{Luna}^3} = \frac{T_{Meteosat}^2}{r_{Meteosat}^3} = \frac{T_{GPS}^2}{r_{GPS}^3} = \cdots.$

Planeta	r (m) distancia media al Sol	T (días)
Mercurio	$5{,}8 \cdot 10^{10}$	87,96
Venus	$1{,}1 \cdot 10^{11}$	224,69
Tierra	$1{,}5 \cdot 10^{11}$	365,25
Marte	$2{,}3 \cdot 10^{11}$	686,95
Júpiter	$7{,}8 \cdot 10^{11}$	4334,67
Saturno	$1{,}4 \cdot 10^{12}$	10756,05
Urano	$2{,}9 \cdot 10^{12}$	30703,34
Neptuno	$4{,}5 \cdot 10^{12}$	60215,45