EXAMEN DE GRADO MEDIO
MAYO 2014
COMUNIDAD DE MADRID
MATEMÁTICAS

Pelayo Palacio Pérez

****

EJERCICIO 1

EJERCICIO 1

Disponemos de un rollo de cuerda de 100m, Javier ha cortado la tercera parte del total, Rodrigo cortó 1/4 del total y María 1/6 del total.

a) ¿Qué fracción de cuerda han cortado entre los tres? ¿Cuántos metros quedan? (**1 punto**).

b) Indique el % de cuerda que queda en el rollo (**0,5 puntos**).

a) ¿Qué fracción de cuerda han cortado entre los tres? ¿Cuántos metros quedan?

- Sumamos las fracciones que cada uno ha cortado:

$$\overbrace{\frac{1}{3}}^{Javier} + \overbrace{\frac{1}{4}}^{Rodrigo} + \overbrace{\frac{1}{6}}^{Mara} = \{\text{m.c.m.}(3,\ 4,\ 6)=12\} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

- Solución: la fracción de cuerda que han cortado es de $\frac{9}{12}$ o de $\frac{3}{4}$

a) ¿Qué fracción de cuerda han cortado entre los tres? ¿Cuántos metros quedan?

- Para calcular los metros que quedan podemos hacerlo de dos maneras:

1) Calculamos los metros que han cortado y los restamos de los 100m que tenía originalmente el rollo:

$\dfrac{3}{4}$ de $100 = \dfrac{100 \cdot 3}{4} = \dfrac{300}{4} = 75$

$100 - 75 = 25$

Solución: quedan 25 metros de cuerda en el rollo.

2) Calculamos la fracción que queda de rollo y luego vemos a cuántos metros equivale esa fracción.

$1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{4-3}{4} = \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1}{4}$ de $100 = \dfrac{100 \cdot 1}{4} = \dfrac{100}{4} = 25$

Solución: quedan 25 metros de cuerda en el rollo.

b) Indique el % de cuerda que queda en el rollo.

Con el resultado del apartado anterior y aplicando la definición de porcentaje visto como fracción:

$$\% \text{ de cuerda restante} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\,\%$$

- Solución: el porcentaje de cuerda que queda en el rollo es del 25 %.

****

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

Hemos pagado 5,6 € por 7 litros de lecho, y 14 litros nos han costado 11,2 €.

a) Halle la ecuación de la recta que no da el precio de la leche, **y**, en función de los litros que compremos, **x** (**1 punto**).

b) ¿Cuánto costarán 45 litros de leche? (**0,5 puntos**).

c) Represente la gráfica de la función (**1 punto**).

a) Halle la ecuación de la recta que no da el precio de la leche, y, en función de los litros que compremos, x.

En este apartado se nos pide calcular la función que relaciona ambas cantidades. El enunciado no dice que la variable independiente va a ser $x =$ litros de leche comprados y la variable dependiente $y =$ precio de la leche. Para saber qué relación hay calculamos cuánto vale 1 litro de leche:

- 5,6 € por 7 litros $\Longrightarrow$ 1 litro $= \dfrac{5,6}{7} = 0,8$ €.
- 11,2 € por 14 litros $\Longrightarrow$ 1 litro $= \dfrac{11,2}{14} = 0,8$ €.

  En ambos casos 1 litro de leche vale ochenta céntimos. Con este dato ya estamos preparados para presentar la solución:

- **Solución:** la ecuación de la recta pedida es $y = 0,8 \cdot x$ donde $x =$ litros de leche comprados e $y =$ precio de la leche comprada.

b) ¿Cuánto costarán 45 litros de leche?

Este apartado se puede resolver de dos formas:

1) Utilizando la fórmula anterior:

   Lo que se pide no es más que evaluar la función para $x = 45$, es decir: $y(45) = 0,8 \cdot 45 = 36$

- Solución: 45 litros de leche costarán 36 €.

2) Usando la proporcionalidad directa:

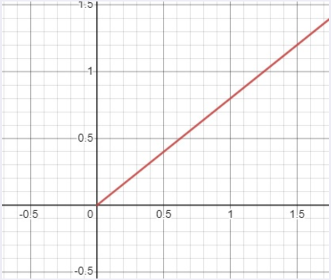
   Si no tuviéramos la fórmula podemos usar una regla de tres directa para calcular el precio: $\begin{cases} 5,6 \text{ euros} \longrightarrow 7 \text{ litros} \\ x \text{ euros} \longrightarrow 45 \text{ litros} \end{cases} \Longrightarrow x = \dfrac{45 \cdot 5,6}{7} = 36.$

- Solución: 45 litros de leche costarán 36 €.

c) Represente la gráfica de la función.

Para representar una recta sólo necesitamos dos puntos, a poder ser los dos puntos de corte con los ejes de coordenadas y, si hubiera uno nada más (como es el caso), elegimos otro punto al azar. Como no se puede comprar una cantidad negativa de litros de leche sólo estamos interesados en los valores $x \geqslant 0$.

Con lo anterior, obteniendo los puntos: para $x = 0 \Longrightarrow y = 0$ y para $x = 1 \Longrightarrow y = 0,8$, uniéndolos y prolongando en la parte positiva del eje $\mathbb{X}$ tendremos una gráfica como la que sigue:



****

EJERCICIO 3

EJERCICIO 3

Se quiere cercar una parcela rectangular que tiene 160m de largo y 120m de ancho.

a) ¿Cuántos metros de valla tendremos que comprar? (**1 punto**).

b) Calcule la superficie de dicha parcela y la longitud de la diagonal de la misma (**2 puntos**).

a) ¿Cuántos metros de valla tendremos que comprar?

Para calcular los metros de valla a comprar necesitamos calcular el perímetro de la figura. En este caso tenemos un rectángulo así que su perímetro será el doble de la suma de sus dimensiones (lo que es equivalente a sumar el doble del ancho más el doble del largo).

- Largo = 160 metros.
- Ancho = 120 metros.

  $\text{Perímetro} = 2 \cdot (\text{ largo } + \text{ ancho }) = 2 \cdot (160 + 120) = 2 \cdot 280 = 560$

- <u>Solución:</u> tendremos que comprar 560 metros de valla.

b) Calcule la superficie de dicha parcela y la longitud de la diagonal de la misma.

- La superficie o área de un rectángulo no es más que el producto de su base por su altura.

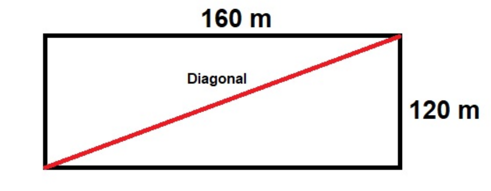
  $A = b \cdot h = 160 \cdot 120 = 19.200$

- Solución: la superficie de la figura es de 19.200 m^2

Nota: en nuestro caso ambas dimensiones están en las mismas unidades, metros, si no fuera así habría que transformarlas en la misma unidad.

b) Calcule la superficie de dicha parcela y la longitud de la diagonal de la misma.

Para el segundo apartado dibujamos la figura obteniendo algo similar a:



Vemos que la diagonal divide al rectángulo en dos triángulos rectángulos de catetos 160 y 120. Pues bien, cada vez que se mencione un triángulo rectángulo hay que tener en mente el Teorema de Pitágoras que nos dice que en un triángulo rectángulo de hipotenusa "c" y catetos "a" y "b" siempre se cumple la siguiente relación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Con esta información ya podemos resolver este apartado.

b) Calcule la superficie de dicha parcela y la longitud de la diagonal de la misma.

- En nuestro caso $a = 120$m, $b = 160$m y nos falta por saber la longitud del lado "c" (la diagonal). Aplicamos Pitágoras:

  $c^2 = 120^2 + 160^2 \Longrightarrow c^2 = 14.400 + 25.600 \Longrightarrow h^2 = 40.000$

  Extraemos la raíz cuadrada y nos queda: $c = \pm 200$. Como la solución negativa no tiene sentido en este contexto, nos quedamos con la positiva.

- Solución: la longitud de la diagonal es de 200 metros.

****

EJERCICIO 4

EJERCICIO 4

Hemos preguntado a un grupo de estudiantes por el número de libros que han leído en el último mes, obteniendo las siguientes respuestas:

Nº DE LIBROS	0	1	2	3	4	5
Nº DE ESTUDIANTES	1	15	38	16	7	3

a) Halle la media aritmética (**1,5 puntos**).

b) ¿Qué porcentaje de estudiantes leen un número de libros superior a 3? (**1,5 puntos**).

a) Halle la media aritmética.

Para calcular la media podemos seguir dos caminos:

1) Sumar todos los datos y dividir entre 80 que es el total de alumnos (no recomendado).
2) Usar la fórmula $\bar{x} = \dfrac{\sum_i x_i \cdot F_i}{N}$ que viene a decir que podemos multiplicar cada valor por su frecuencia absoluta, luego sumarlos y dividir entre el total de datos. En este caso particular tendremos:

- $\bar{x} = \dfrac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 15 + 2 \cdot 38 + 3 \cdot 16 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 3}{1 + 15 + 38 + 16 + 7 + 3} = \dfrac{182}{80} = 2,275$
- Solución: la media de libros leídos por cada alumno es de $2,275$.

b) ¿Qué porcentaje de estudiantes leen un número de libros superior a 3?

Los estudiantes que leen un número de libros superior a tres son los que leen cuatro o cinco libros.

- Usamos la definición de porcentaje: % de estudiantes que leen más de 3 libros $=$
$$= \frac{\text{alumnos que leen 4 o 5 libros}}{\text{total de alumnos}} = \frac{7+3}{80} = \frac{10}{80} = 0,125 = 12,5\,\%$$
- Solución: el porcentaje de alumnos que leen más de 3 libros es del 12,5 %.