TEMA 13: APROXIMACIÓN DE NÚMEROS. ERRORES. NOTACIÓN CIENTÍFICA

TIEMPO: 100 — 98

Esquema

1) Introducción

   1.1) Motivación

   1.2) Técnicas

      2.1) Truncamiento

      2.2) Redondeo

2 Errores absolutos y relativos

   2.1) Error absoluto

      2.1.1) Definición

      2.1.2) Definición: cifras significativas, exactas,...

      2.1.3) Teorema

      2.1.4) Caso A + Caso B

   2.2) Error relativo

      2.2.1) Definición + Propiedades

      2.2.2) Proposición y su recíproca

      2.2.3) Generalización

         2.2.3.1) Proposición×2

3) Cálculo con números aproximados

   3.1) Introducción

   3.2) Suma (error absoluto)

   3.3) Producto

   3.4) Cociente

   3.5) Raíz cuadrada

4) Errores aleatorios

   4.1) Introducción

   4.2) Errores sistemáticos

   4.3) Errores aleatorios

      4.3.1) Estudio

5) Notación científica

   5.1) Introducción

   5.2) Definición

1) Introducción:

▷ El cálculo con valores aproximados constituye uno de los capítulos más apasionantes de las Matemáticas Aplicadas. La expresión decimal de los números reales tiene la ventaja de uniformar los cálculos, pero el inconveniente del manejo de infinitas cifras, por lo que al operar con ellos hemos de prescindir de los mismos desde un lugar en adelante.

▷ Por otro lado, el problema de la medida de una cierta magnitud lleva implícito un error por su propia naturaleza en el sentido de que medida varias veces por el mismo observador da origen a valores aproximados distintos.

▷ De acuerdo con lo expuesto, existen diferentes tipos de errores: desde aquellos iniciales que se producen al operar con las cantidades que representan a las magnitudes medidas (en el doble sentido de un posible error en los datos iniciales que se convierte, por tanto, en un "error propagado" y en el sentido de aquel producido por la propia operación matemática efectuada, un "error engendrado") hasta los que tienen que ver con aparatos que, aunque bien calibrados, provocan un cierto error (por mínimo que sea) y con los llamados "errores aleatorios", que son los que resultan de multitud de causas indeterminadas que influyen en la propia medida.

▷ Existen multitud de técnicas para aproximar y de tratados sobre cómo se propagan los errores en las máquinas y qué tipo de trucos hay que hacer para evitarlos. En este capítulo vamos a considerar fundamentalmente dos de estas técnicas: el truncamiento y el redondeo.

▷ El **truncamiento** consiste en obtener otro número a partir de uno dado con las mismas "n" primeras cifras decimales, suprimiendo las otras.

▷ El **redondeo** consiste en eliminar todas las cifras de un número a partir de la n-ésima de acuerdo con el siguiente criterio:

a) Si la $(n+1)$-ésima es menor que 5, las primeras "n" quedan igual.

b) Si la $(n+1)$-ésima es mayor o igual que 5 la n-ésima cifra aumenta en una unidad.

En el primer caso el redondeo es por defecto, en el segundo es por exceso.
Al redondear un cierto número, el error absoluto es menor que media unidad del orden de la última cifra conservada. En el caso de que la $(n+1)$-ésima cifra es 5, el error puede ser igual a esa media unidad.

▷ Existe otro criterio para el redondeo que nombramos por interés didáctico aunque que no lo vamos a considerar en esta exposición: en el caso de que la $(n+1)$-ésima cifra sea igual a 5, la n-ésima cifra se incrementa en 1 si esta es impar y no se incrementa si es par.

2) Errores absolutos y relativos:

2.1) Error Absoluto:

▷ **Definición**: llamamos error absoluto de un valor aproximado B' del número exacto B al valor absoluto de la diferencia entre ambos:

$$\mathcal{E}_{B'} = |B - B'|$$

▷ Si B' es una aproximación por defecto: $\mathcal{E}_{B'} = B - B'$ y si es por exceso: $\mathcal{E}_{B'} = B' - B$.
Como normalmente no conocemos el valor exacto, trabajamos con la cota del error absoluto o, simplemente, cota del error. Por ejemplo:
$\pi = 3,1415926...$ y tomamos $\pi' = 3,141 \Rightarrow \pi' = 0,00059... < 0,0006$, luego este número es una cota del error absoluto. Sin embargo, solemos tomar el número más próximo que se pueda expresar como una potencia de 10. Entonces, nos queda: $\mathcal{E}_{\pi'} < 0,0006 < 0,001 = 10^{-3}$

▷ **Definición**: llamamos grado de aproximación de un número al orden decimal de la cota del error absoluto.

▷ **Definición**: llamamos cifras significativas de un número a aquellas que figuran a la derecha de la primera no nula (incluyéndola).

▷ **Definición**: decimos que un valor aproximado tiene "n" cifras significativas exactas cuando su error absoluto sea menor que una unidad del orden decimal de la n-ésima sifra (a partir de la primera cifra significativa por la izquierda).

▷ **Definición**: se dice que un número aproximado de otro tiene todas sus cifras exactas cuando el error absoluto es inferior a una unidad de su último orden decimal.

▷ Por ejemplo:

a) Un número tiene todas sus cifras exactas respecto a él mismo.

b) 2 es un número aproximado de $\sqrt{3}$ con todas sus cifras exactas pues $|2-\sqrt{3}| = 0,2... < 1 = 10^0$

c) 3 es un número aproximado de $\sqrt{3}$ sin ninguna cifra exacta pues $|3-\sqrt{3}| = 1,2... > 1 = 10^0$

▷ Si aproximamos un número por defecto, todas las cifras exactas figuran en la expresión decimal del mismo. Si la aproximación es por exceso, la última cifra exacta es superior en una unidad a la del valor verdadero.
El siguiente teorema con relaciona las cifras exactas de un valor aproximado B' y las cifras de la expresión decimal de ese valor aproximado.

▷ **Teorema**: dado un número de expresión decimal, a partir de él obtenemos un número con cifras exactas si suprimimos las cifras que siguen a una cualquiera de ellas o si bien incrementamos en uno la última cifra fijada. También se cumple el recíproco.

Proof. Sea $B = a, a_1 ... a_n \dots$ y $B' = a, a_1 ... a_n$ una aproximación por defecto.
Entonces $B' < B < B'' = a, a_1 ... (a_n + 1)$ y entre ambos extremos hay más distancia que entre B y cualquiera de ellos $\longrightarrow$ como la distancia entre los extremos es $\leq 10^{-n}$, tenemos que $|B - B'|$, $|B - B''| < 10^{-n} \longrightarrow$ por definición B' y B'' tienen todas sus cifras exactas.

□

▷ Pero, ¿qué pasa cuando no tenemos la certeza de que nuestro número original es el exacto? Lo que queremos es obtener un valor aproximado con todas sus cifras exactas dados otros valores aproximados (lo que nos evitaría tener que dar la cota del error). El problema es si no se sabe el sentido de la aproximación (exceso o defecto). Tenemos dos posibilidades.

▷ **Caso A**: conocemos dos valores aproximados, uno por defecto y otro por exceso.

▷ **Proposición**: supongamos dos valores aproximados por defecto y exceso B' y B'' de forma que las primeras cifras no comunes de ambos son consecutivas ($B' = 3,1414$ y $B'' = 3,151$).
De esta forma, el valor aproximado de B con todas sus cifras exactas es el número formado por las cifras comunes de B' y B'' y la siguiente de B'' ($B''' = 3,15$), aunque no sabremos si la aproximación es por defecto o por exceso.

▷ **Proposición**: las primeras cifras no comunes no son consecutivas ($B' = 3,13$ y $B'' = 3,18$). Entonces, se verifica:

a) Un valor aproximado por defecto de B con todas sus cifras exactas es el formado por todas las cifras comunes de B' y B'' ($B''' = 3,1$).

b) Un valor aproximado por exceso con todas sus cifras exactas es el número formado con las cifras comunes a B' y B'' pero aumentando en una unidad la última de ellas ($B''' = 3,2$).

▷ **Caso B**: se conoce sólo un valor aproximado.

▷ Sea un valor aproximado por defecto con un error absoluto inferior a una unidad de un cierto orden. Obtenemos la aproximación aumentando en uno la cifra del orden tomado y cortando ahí el número. Por ejemplo: 3,1414 con error $< 0,001 \longrightarrow B' = 3,142$.

▷ Si es por exceso, obtenemos la aproximación dejando las mismas cifras hasta el orden de la aproximación y eliminando las siguientes: $3,1416$ con error $< 0,001 \longrightarrow B' = 3,141$

▷ Pero no es lo mismo equivocarse por un metro a la hora de medir un kilómetro que a la hora de medir a una persona. Por ello necesitamos de una medida que nos contextualice ese error: el error relativo.

2.2) Error Relativo:

▷ **<u>Definición</u>**: llamamos <u>error relativo</u> de un valor aproximado B' de $B \neq 0$ al cociente entre el error absoluto y el valor exacto de B. Lo notamos por:

$$e_{B'} = \frac{\mathcal{E}_{B'}}{|B|}$$

▷ Si hacemos $k \cdot B$ y $k \cdot B'$ obtenemos el mismo error relativo aunque el error absoluto sí se ve modificado. Esto nos permite hablar de errores relativos de números naturales para las números aproximados (multiplicando por 10^n y (-1) si hiciera falta).

▷ **<u>Relación entre cotas de los dos tipos de errores</u>**: dado un valor aproximado B' con todas sus cifras exactas y una cota $\mathcal{E}_{B'}$ del valor absoluto, podemos acotar el error relativo de la siguiente manera:
∘ En el valor B' se sustituyen por cero todas las cifras a partir de la primera significativa y entonces: $e_{B'} < \dfrac{\mathcal{E}_{B'}}{|B'|}$ ($B' = 5,91$, $\mathcal{E}_{B'} = 1 \longrightarrow e_{B'} < \dfrac{1}{5,00} = 0,2$). Sacaremos una fórmula general de este hecho ($e_{B'} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{n-1}}$ donde "a" es la primera cifra significativa).
∘ ¿Y al revés? Tenemos que $\mathcal{E}_{B'} = e_{B'} \cdot |B|$, conocidos B' aproximación y $e_{B'}$. Aumentamos la primera cifra significativa de B' en una unidad y eliminamos el resto y multiplicamos por $e_{B'}$ ($e_{B'} < 0,01$, $B' = 2,555$ con todas sus cifras exactas: $\mathcal{E}_{B'} < 0,01 \cdot 3 = 0,03$).

▷ **<u>Proposición</u>**: si la aproximación B' tiene todas sus cifras exactas ("n") y es "a" su primera cifra significativa, se tiene que la cota del error relativo es: $e_{B'} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{n-1}}$

Proof. Si $B' = aa_1a_2...x....$ al ser B' una aproximación con "n" cifras exactas, B y B' tienen las mismas cifras salvo, quizás, la última: $B = aa_1a_2....y$ donde $y = x$ o $y = x + 1$.
Entonces: $a \cdot 10^{n-1} = a00...0 \overbrace{<}^{(*)} aa_1a_2....y = B \longrightarrow \dfrac{1}{B} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{n-1}}$.
Como B' es entero y tiene todas sus cifras exactas $\Rightarrow \mathcal{E}_{B'} \leq 1 \Longrightarrow e_{B'} < \dfrac{\mathcal{E}_{B'}}{|B|} \leq 1 \cdot \dfrac{1}{|B|} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{n-1}}$

□

▷ *<u>Nota</u>*: el resultado es cierto si se cumple $(*)$ y para ello basta con que haya alguna cifra no nula a partir de "a" (si $B = 499$, $B' = 500$, $\mathcal{E}_{B'} = 1$; según la fórmula $e_{B'} < \dfrac{1}{500}$ pero $e_{B'} = \dfrac{1}{499} > \dfrac{1}{500}$).

▷ **<u>Proposición</u>** <u>(recíproca de la anterior)</u>: supongamos un número aproximado B' de $(n+1)$ cifras, siendo "a" su primera cifra y tal que $e_{B'} < \dfrac{1}{(a+1) \cdot 10^n}$. Entonces B' tiene $(n+1)$ cifras exactas.

▷ A continuación vamos a generalizar estos resultados y responder a la pregunta: fijada la cota de error que queremos para un cierto resultado, ¿con qué aproximación se debe tomar el dato inicial?

▷ **Proposición**: sea una cierta aproximación B' cuya primera cifra es “a”, con un error relativo $e_{B'} < \dfrac{1}{d \cdot 10^n}$ con $d \in \{1, \ldots, 9\}$. Entonces:

a) Si $d \leq a \longrightarrow B'$ tiene “n” cifras exactas.

b) Si $d > a \longrightarrow B'$ tiene $(n+1)$ cifras exactas.

Proof. Sea B' con primera cifra significativa “a” y $e_{B'} < \dfrac{1}{d \cdot 10^n}$.
Supongamos $d \leq a \to a,\, d \in \{1, \ldots, 9\}$ y además $10 \cdot d > a \longrightarrow e_{B'} < \dfrac{1}{d \cdot 10^n} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{n-1}}$ por lo que al cumplirse la proposición anterior se tendría que B' tiene “n” cifras exactas (y no $(n+1)$ pues entonces la cota del error relativo sería $< \dfrac{1}{a \cdot 10^n}$ lo cual no es cierto).
Si $d > a \longrightarrow e_{B'} < \dfrac{1}{d \cdot 10^n} < \dfrac{1}{a \cdot 10^n} \longrightarrow$ por la preposición anterior, B' es una aproximación con $(n+1)$ cifras exactas de B.

□

▷ **Proposición**: sea la cota del error relativo $e_{B'} < \dfrac{1}{d \cdot 10^n}$ (donde “n” es el natural que se quiera; luego se trata de estudiar cuántas cifras tenemos que tomar de B' para que se cumpla esta cota del error relativo), referido a una valor aproximado B' cuya primera cifra es “a”. Entonces:

a) Si $d \leq a$, el número de cifras con que tenemos que tomar B' para mantener esa cota es $(n+1)$.

b) Si $d > a$, el número de cifras con que tenemos que tomar B' para mantener esa cota es $(n+2)$

Proof. Sea B' que tiene “m” cifras exactas y deseamos calcular “m” bajo las hipótesis mencionadas:
Por una proposición anterior, como su cota de error relativo es: $\dfrac{1}{a \cdot 10^{m-1}} \longleftrightarrow e_{B'} < \dfrac{1}{a \cdot 10^{m-1}}$
Si le exigimos que $\dfrac{1}{a \cdot 10^{m-1}} \leq \dfrac{1}{d \cdot 10^n} \longrightarrow a \cdot 10^{m-1} \geq d \cdot 10^n$, de donde:

1) Si $a \geq d$, para cumplir la desigualdad tomamos $m = n+1$.

2) Si $a < d$, para cumplir la desigualdad tomamos $m = n+2$.

□

3) Cálculo con números aproximados:

▷ Al operar con números aproximados es fundamental conocer el grado de exactitud de los resultados obtenidos que dependerán de la mayor o menos exactitud de los datos iniciales. A partir de lo visto hasta ahora, trataremos de determinar las diferentes cotas de error según qué tipo de operación efectuemos. Además, podemos plantear la pregunta inversa: fijada la aproximación que deseamos para un resultado, ¿con qué aproximación hemos de tomar cada uno de los datos iniciales?

▷ **Teorema**: el error absoluto de una suma (resta) es menor que la suma de los errores absolutos de los miembros de la operación.

Proof. Sean B' y D' dos valores aproximados y $\mathcal{E}_{B'}$ y $\mathcal{E}_{D'}$ sus errores absolutos.
Sean los números aproximados $B'+D'$ y $B'-D'$ de errores absolutos $\mathcal{E}_{B'+D'}$ y $\mathcal{E}_{B'-D'}$ respectivamente.
Tenemos:
$\mathcal{E}_{B'+D'} = |D+B-(B'+D')| \leq |D-D'| + |B-B'| = \mathcal{E}_{B'} + \mathcal{E}_{D'}$ (análogo para la resta).

□

▷ **Teorema**: el error relativo del producto de dos números aproximados, B' y D' es:

$$e_{B'.D'} < e_{B'} + e_{D'} + e_{B'} \cdot e_{D'}$$

Proof. $\mathcal{E}_{B'.D'} = |D \cdot B - B' \cdot D'| = |B \cdot D - B' \cdot D' + D' \cdot B - D' \cdot B| \leq |D'| \cdot |B-B'| + |B| \cdot |D'-D| =$
$= \mathcal{E}_{D'}|B| + \mathcal{E}_{B'}|D'|$
De donde: $e_{B'.D'} = \dfrac{\mathcal{E}_{B'.D'}}{|B \cdot D|} \leq \dfrac{\mathcal{E}_{D'}|B| + \mathcal{E}_{B'}|D|}{|B| \cdot |D|} = e_{D'} + e_{B'}\dfrac{|D'|}{|D|}$
Si tenemos que $|D'|/|D| < 1$ (aproximación por defecto) $\longrightarrow e_{B'.D'} < e_{D'} + e_{B'} \leq e_{B'} + e_{D'} + e_{B'} \cdot e_{D'}$
Si aproximamos por exceso: $\mathcal{E}_{D'} = D' - D \longrightarrow e_{D'} = (D'-D)/D \longrightarrow e_{D'} + 1 = D'/D \longrightarrow$
$\longrightarrow e_{B'.D'} < e_{B'} + e_{D'} + e_{B'} \cdot e_{D'}$

□

▷ **Corolario**: si tomamos un número exacto, el error será menor que el error del factor aproximado.

▷ **Corolario**: $e_{(B')^n} < n \cdot e_{B'}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Proof. Si tomamos $B' = D' \longrightarrow e_{(B')^2} < 2e_{B'} + (e_{B'})^2$ y este último término se puede despreciar.
$e_{(B')^3} = e_{B'} \cdot e_{(B')^2} < 3e_{B'} + 3(e_{B'})^2 + e_{B'}^3$ y estos dos últimos términos son despreciables.
Etc.

□

▷ **Teorema (cociente)**: sean B' y D' dos aproximaciones por exceso. El error relativo al cociente viene dado por:

$$e_{\frac{B'}{D'}} = \frac{|e_{B'} - e_{D'}|}{1 + e_{D'}}$$

Proof. $\mathcal{E}_{B'/D'} = |B'/D' - B/D| = |(B+\mathcal{E}_{B'})/(D+\mathcal{E}_{D'}) - B/D| = |(D \cdot \mathcal{E}_{B'} - B \cdot \mathcal{E}_{D'})/(D \cdot (D + \mathcal{E}_{D'}))|$
$e_{B'/D'} = \mathcal{E}_{B/D}/(B/D) = |D \cdot e_{B'} - \mathcal{E}_{D'}|/(D + \mathcal{E}_{D'}) = \dfrac{|e_{B'} - e_{D'}|}{1 + e_{D'}}$

□

$\triangleright$ **<u>Teorema</u>**: sea el valor aproximado B', consideremos $\sqrt{B'}$. Su error relativo viene dado por:

$$e_{\sqrt{B'}} = \frac{e_{B'}}{1+\sqrt{1\pm B'}} \text{ , según la aproximación sea por defecto o exceso.}$$

Proof. $\mathcal{E}_{B'} = |B - B'| \longrightarrow B' = B \pm \mathcal{E}_{B'}$ de donde:
$e_{\sqrt{B'}} = \dfrac{|\sqrt{B}-\sqrt{B'}|}{\sqrt{B}} = |1 - \sqrt{\dfrac{B'}{B}}| = |1 - \sqrt{\dfrac{B\pm\mathcal{E}_{B'}}{B}}| = |1 - \sqrt{\dfrac{B\pm\mathcal{E}_{B'}}{B}}| = |1 - \sqrt{1\pm e_{B'}}| = \dfrac{e_{B'}}{1+\sqrt{1\pm e_{B'}}} < e_{B'}$

□

$\triangleright$ **<u>Corolario</u>**:en caso de que B' sea aproximado por exceso ($B' = B + \mathcal{E}_{B'}$), tenemos que:

$$e_{\sqrt{B'}} < \frac{e_{B'}}{2}$$

$\triangleright$ **<u>Corolario</u>**: cuando $n \to \infty$, $\{\mathcal{E}_{\sqrt[n]{B'}}\}$, $\{e_{\sqrt[n]{B'}}\} \longmapsto 0$.

Proof. $e_{\sqrt[n]{B'}} = |1 - \sqrt[n]{1\pm e_{B'}}|$
Claramente: $\{\sqrt[n]{1\pm e_{B'}}\} \to 1 \Longrightarrow \{e_{\sqrt[n]{B'}}\} \longrightarrow 0$
Además: $\{e_{\sqrt[n]{B'}}\} = \{\dfrac{\mathcal{E}_{\sqrt[n]{B'}}}{\sqrt[n]{B'}}\} \longrightarrow 0$ y como $\{\sqrt[n]{B'}\} \longrightarrow 1$, tenemos que $\{\mathcal{E}_{\sqrt[n]{B'}}\} \longrightarrow 0$ □

4) Errores aleatorios:

$\triangleright$ Al medir físicamente una magnitud con un cierto aparato, no se puede pasar de apreciar múltiplos de la más pequeña fracción que aprecia el aparato. Sin embargo, admitimos que existe un "valor verdadero" de la cantidad sometida a medida. A ese "valor verdadero" podemos "llegar" mediante las consideraciones siguientes:
Supongamos que, dado cualquier intervalo de números reales $[x_1,\ x_2]$ al hacer las medidas de la cantidad considerada, hay unas que caen dentro y otras fuera. Si admitimos que las frecuencias correspondientes tienden a estabilizarse, tendremos una distribución de tipo continuo asociada al proceso de medida considerado $\Big($se ha podido comprobar que la distribución de las observaciones se ajusta a una Normal: $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\Big)$ y en ese caso admitimos que "μ" es el "valor verdadero" de la cantidad considerada. Bajo esta premisa, los problemas de medidas que ordinariamente se presentan en Física, Astronomía, etc. son problemas de estimación de "μ".

$\triangleright$ Los resultados de las medidas, por otra parte, vienen afectados por diversos tipos de errores; algunos tendremos que descartarlos si queremos admitir un modelo como el señalado anteriormente. Prescindiendo de las "equivocaciones" o "errores groseros", debemos considerar:

a) Errores sistemáticos: que suelen ser debidos a imperfecciones del aparato; se presentan de manera constante si se repiten las medidas. Como errores de este tipo también están ciertos "errores personales" que también se presentan en muchas clases de medidas como las lecturas de escala donde unos observadores dan sistemáticamente resultados diferentes a otros.

b) Errores aleatorios: dado que cada medida viene afectada por un gran número de factores, el experimentados aspira a controlar aquellos que tienen efectos importantes, dejando sin control otro gran número de causas que tienen pequeños efectos individuales que, en conjunto, dan lugar a errores aleatorios.

Cuando se puede admitir que sólo este último tipo de errores se han presentado en una serie de medidas, podemos decir que estamos en la situación ideal que nos permite hallar el "valor verdadero" a partir de la Normal indicada anteriormente).

$\triangleright$ Para el estudio de los errores aleatorios se supone que cada error es una variable aleatoria independiente (suma de los errores elementales asignados por cada una de las causas) de forma que todas las variables aleatorias siguen la misma distribución de media $\mu = 0$ (ya que es fácil suponer que los errores de una misma causa se distribuyen por igual por exceso que por defecto) y desviación típica finita $= \sigma_1$. En estas condiciones podemos aplicar el T$^{\text{a}}$ Central del Límite para obtener que la suma de los errores aleatorios se distribuyen aproximadamente por una $N(0,\ \underbrace{\sigma)}_{(*)}$ donde σ indicará el grado de precisión de la medida.
Si $e_1,\ \ldots,\ e_n$ son "n" errores observados, entonces: $s = \left(\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} e_j^2\right)^{\frac{1}{2}}$

$(*)\ \sigma = \sqrt{n}\sigma_1$, de ahí el $\frac{1}{\sqrt{n}}$ en la fórmula.

5) Notación científica:

▷ Se trata de emplear simbolismos que expresen una idea de forma precisa y breve, de manera que unifiquen en un lenguaje las diferentes ciencias que necesitan, en este caso, de la teoría de los errores. Dichos simbolismos facilitarán la correcta interpretación de los resultados obtenidos y todas las operaciones que debamos realizar posteriormente.

▷ Una de las notaciones más usuales es la de las potencias enteras de 10. Las unidades, decenas, centenas,... se expresan mediante 10^0, 10^1, 10^2, etc. Los sucesivos órdenes de los decimales vendrán expresados pro las potencias de exponente negativo: 10^{-1}, 10^{-2}, etc.

▷ Así pues, la utilización de las potencias de 10 es la base de la llamada Notación Científica: dado un cierto número lo escribiremos con una parte de un solo dígito (mayor que cero y que será la correspondiente a la unidad de mayor orden), multiplicado por la correspondiente potencia de 10. Al dígito único lo llamaremos mantisa.

▷ La Notación Científica es lo que emplean las calculadoras y ordenadores de forma habitual para ofrecer resultados cuando el número de cifras significativas es mayor que la precisión del aparato.

▷ Por ejemplo:

a) $1500 = 1,5 \cdot 10^3$

b) $-22,31 = -2,231 \cdot 10$

c) $0,021 = 2,1 \cdot 10^{-2}$