

Ejercicios de polinomios y fracciones algebraicas.

Ejercicio 1: Factoriza los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 15x^2 - x - 2$

b) $Q(x) = x^4 - 8x^2 - 9$

c) $R(x) = -x^4 + x^3 + x^2 - x$

d) $S(x) = 3x^3 + 6x^2 + 6x + 3$

e) $T(x) = 4x^4 - 11x^2 + 9x - 2$

Ejercicio 2: Realiza la siguiente división:

$$(x^5 - 3x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 2) \div (x^2 - 3x + 2) =$$

Ejercicio 3: Calcula el valor del resto de las siguientes divisiones sin efectuarlas:

a) $(x^5 - 3x^3 + 2x - 6) \div (x - 2)$

b) $(x^5 - 3x^3 + 2x - 6) \div (x + 1)$

Ejercicio 4: Calcula el M.C.D. y m.c.m. del siguiente conjunto de polinomios, dejando el m.c.m. factorizado:

$$\begin{cases} x^3 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x + 2) \\ x \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)^2 \cdot (x - 2)^2 \\ x^2 \cdot (x - 1)^3 \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) \end{cases}$$

Ejercicio 5: La siguiente gráfica corresponde a un polinomio de grado n :

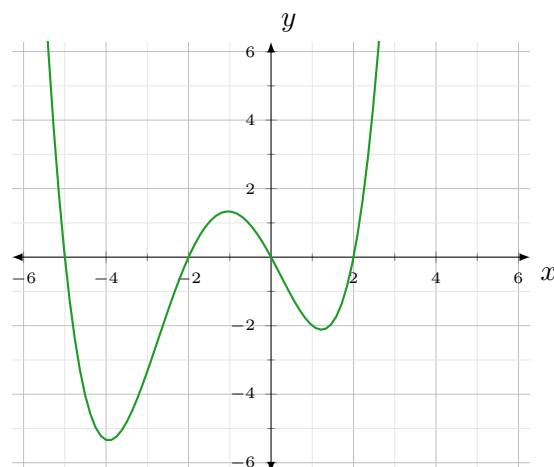


Figura 1: Gráfica de $P(x)$

Justifica **razonadamente** cuál es el mínimo valor de n

Ejercicio 6: Simplifica las siguientes fracciones hasta hallar la fracción equivalente irreducible:

$$a) \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 9x} =$$

$$b) \frac{6x^3 + 24x^2 + 24x}{3x^4 - 12x^2} =$$

$$c) \frac{x^3 + 3x^2 + 9x + 27}{x^4 - 81} =$$

Ejercicio 7: Realiza las siguientes operaciones:

$$a) \frac{x+3}{x^2+x} + \frac{x}{2x^2+4x+2} - \frac{5x-1}{x^3+x^2} =$$

$$b) \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} =$$

$$c) \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{3x+1}{2x^2-2}} =$$

$$d) \frac{x^2-4}{3x+5} \div \frac{x-x^2}{x^2-4} =$$

$$e) \left(\frac{3x^3-1}{3x^3+1} \right)^{-2} =$$

$$f) \left(\frac{\frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}}{\frac{1}{x + \frac{1}{x}}} \right)^{-1} =$$

$$g) (x-2)^5 =$$

Ejercicio 8: Hallar un polinomio factorizado que cumpla las siguientes características:

- Es de cuarto grado y tiene como raíces -1; 2; -3; 4;
- Es de cuarto grado, sus únicas raíces reales son -1 y 2 y además ninguna de ellas es doble o triple