EXAMEN DE GRADO MEDIO
MAYO 2010
COMUNIDAD DE MADRID
MATEMÁTICAS

Pelayo Palacio Pérez

****

EJERCICIO 1

EJERCICIO 1

Una familia tiene unos ingresos mensuales de 3.600 euros (€). Gasta $\frac{2}{9}$ en pagar la casa, $\frac{3}{12}$ en comida, $\frac{4}{15}$ en calzado y ropa, y $\frac{2}{20}$ en ocio y otros gastos.

a) ¿Pueden ahorrar algo durante el mes para otras necesidades? (**1,5 puntos**)

b) Si es así, ¿cuánto es? (**0,5 puntos**)

a) ¿Pueden ahorrar algo durante el mes para otras necesidades?

Podemos resolver este apartado de dos formas.

1) Comparando la fracción de los gastos con la fracción unidad (el total):

Fracción de gastos: $\frac{2}{9} + \frac{3}{12} + \frac{4}{15} + \frac{2}{20} =$

Nota: es útil darse cuenta de que podemos simplificar las fracciones y así el cálculo del m.c.m. será más fácil. Si no nos diéramos cuenta de esto no pasaría nada, sólo tendríamos que operar con números más grandes.

$$= \frac{2}{9} + \frac{1}{4} + \frac{4}{15} + \frac{1}{10} = \{\text{m.c.m}(9, 4, 15, 10) = 180\} =$$

$$= \frac{40}{180} + \frac{45}{180} + \frac{48}{180} + \frac{18}{180} = \frac{151}{180}$$

$$\text{Total} - \text{Gastos} = 1 - \frac{151}{180} = \frac{180}{180} - \frac{151}{180} = \frac{29}{180} > 0$$

- <u>Solución:</u> sí, pueden ahorrar.

a) ¿Pueden ahorrar algo durante el mes para otras necesidades?

2) Comparando el dinero que gastan con el total de ingresos:

$$\frac{2}{9} \text{ de } 3.600 = \frac{2 \cdot 3.600}{9} = 800$$

$$\frac{3}{12} \text{ de } 3.600 = \frac{3 \cdot 3.600}{12} = 900$$

$$\frac{4}{15} \text{ de } 3.600 = \frac{4 \cdot 3.600}{15} = 960$$

$$\frac{2}{20} \text{ de } 3.600 = \frac{2 \cdot 3.600}{20} = 360$$

Total de dinero gastado: $800 + 900 + 960 + 360 = 3.020 < 3.600$

- Solución: sí, pueden ahorrar.

b) Si es así, ¿cuánto es?

- Responderemos a la pregunta con los dos métodos antes mencionados:

1) Fracción de lo no gastado $= \dfrac{29}{180}$

   $\dfrac{29}{180}$ de $3.600 = \dfrac{29 \cdot 3.600}{180} = 580$

- Solución: ahorran 580 € al mes.

2) Total dinero gastado $= 3.020$

   Balance: $3.600 - 3.020 = 580$

- Solución: ahorran 580 € al mes.

****

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

Al prensar 1.500 kg. de aceituna se obtiene un 32 % de su peso en aceite.

a) ¿Qué cantidad de aceite se produjo? (**1 punto**).

b) ¿Cuántos kg. de aceituna se necesitarían para producir 800 kg. de aceite? (**1 punto**).

a) ¿Qué cantidad de aceite se produjo?

- Para calcular la cantidad de aceite podemos hacerlo de varias maneras según interpretemos el porcentaje.

1) Porcentaje como tanto por ciento:

El $32\,\%$ de $1.500 = 0,32\cdot\ 1.500 = 480$

- Solución: se produjeron 480 kg. de aceite.

2) Porcentaje como fracción:

$$\text{El } 32\,\% \text{ de } 1.500 = \frac{32}{100} \text{ de } 1.500 = \frac{32 \cdot 1.500}{100} = 480$$

- Solución: se produjeron 480 kg. de aceite.

b) ¿Cuántos kg. de aceituna se necesitarían para producir 800 kg. de aceite?

Este es un típico problema de proporcionalidad. En este caso es proporcionalidad directa pues cuantos más kg. de aceituna tengamos, más aceite obtendremos. Podemos resolverlo por los dos métodos siguientes:

1) $x \cdot 32\,\% = 800 \Longrightarrow x = \dfrac{800}{0,32} = 2.500$

- Solución: necesitaremos 2.500 kg. de aceite.

2) $\begin{cases} 1.500 \text{ kg. de aceituna} \longrightarrow 480 \text{ kg. de aceite} \\ x \text{ kg. de aceituna} \longrightarrow 800 \text{ kg. de aceite} \end{cases} \Longrightarrow$

$\Longrightarrow x = \dfrac{1.500 \cdot 800}{480} = 2.500$ kg. de aceite.

- Solución: necesitaremos 2.500 kg. de aceite.

****

EJERCICIO 3

EJERCICIO 3

La media de las edades de cuatro hermanos es 12,5 años y las edades de tres de ellos son 10, 12 y 17 años. ¿Cuál es la edad del cuarto hermano? (**2 puntos**).

¿Cuál es la edad del cuarto hermano?

Para hallar esa edad tenemos que tener en cuenta la definición de media aritmética:

- Media $= \dfrac{10+12+17+x}{4} = 12,5$. Resolvemos la ecuación de primer grado con denominadores:

  $10+12+17+x = 4 \cdot 12,5$

  $39 + x = 50$

  $x = 50 - 39 = 11$

- Solución: la edad del cuarto hermano es de 11 años.

****

EJERCICIO 4

EJERCICIO 4

Un número de alumnos ha obtenido los siguientes resultados:

Asignatura	Número de alumnos	Alumnos aprobados
Inglés	30	24
Tecnología	25	10
Taller de teatro	28	16

a) ¿En qué asignatura existe mayor proporción de aprobados en relación con el número de alumnos? (**1 punto**).

b) Expréselo en porcentaje (**1 punto**).

a) ¿En qué asignatura existe mayor proporción de aprobados en relación con el número de alumnos?

- Una proporción no es más que una fracción. En este caso será de la forma $\dfrac{\text{alumnos aprobados}}{\text{total de alumnos}}$ por cada asignatura.

  $\text{Inglés} = \dfrac{24}{30}$; $\text{Tecnología} = \dfrac{10}{25}$; $\text{Taller de teatro} = \dfrac{16}{28}$

1) Reducimos a común denominador y comparamos numeradores:

   m.c.m.$(30, 25, 28) = 2.100$

   $\text{Inglés} = \dfrac{1.680}{2.100}$; $\text{Tecnología} = \dfrac{840}{2100}$; $\text{Taller de teatro} = \dfrac{1.200}{2.100}$

- Solución: la asignatura con mayor proporción de aprobados es Inglés.

2) Transformamos la fracción en decimal y comparamos los números:

   $\text{Inglés} = \dfrac{24}{30} = 0,8$; $\text{Tecnología} = 0,4$; $\text{Taller de teatro} = 0,57\ldots$

- Solución: la asignatura con mayor proporción de aprobados es Inglés.

b) Expréselo en porcentaje.

- Sabiendo que la asignatura con mayor proporción es Inglés, usamos la definición de porcentaje:

  Porcentaje de aprobados en Inglés:

  $$\frac{\text{alumnos aprobados}}{\text{total de alumnos}} = \frac{24}{30} = 0,8 = 80\,\%$$

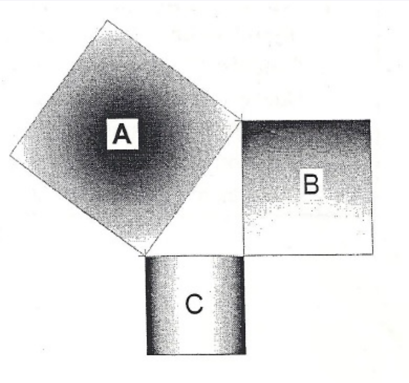
- Solución: el porcentaje de aprobados en Inglés es del 80 %.

****

EJERCICIO 5

EJERCICIO 5

En un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 cm. se dibujan los cuadrados exteriores A, B y C sobre sus lados.



a) Hallar las áreas de dichos cuadrados (**1,25 puntos**).

b) ¿Existe alguna relación entre las áreas de los cuadrados? (**0,75 puntos**).

a) Hallar las áreas de dichos cuadrados.

Cada vez que se mencione un triángulo rectángulo hay que tener en mente el Teorema de Pitágoras que nos dice que en un triángulo rectángulo de hipotenusa "a" y catetos "b" y "c" siempre se cumple la siguiente relación:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Con esta información podemos resolver este apartado.

- En nuestro caso $b = 4$cm, $c = 3$cm y nos falta por saber la longitud de "a". Aplicamos Pitágoras:

  $4^2 + 3^2 = a^2 \Longrightarrow 16 + 9 = a^2 \Longrightarrow a^2 = 25$

  Extraemos raíz cuadrada y nos queda: $a = \pm 5$. Como la solución negativa no tiene sentido en este contexto, nos quedamos con la positiva.

  La longitud del tercer lado es de 5 centímetros.

a) Hallar las áreas de dichos cuadrados.

- Como tenemos cuadrados, sus áreas son de la forma lado $\times$ lado. Calculamos las áreas con los datos que tenemos:

  $A_A = 5^2 = 25$

  $A_B = 4^2 = 16$

  $A_C = 3^2 = 9$

- Solución: el área del cuadrado A es de 25 cm^2, el área del cuadrado B es de 16 cm^2 y el área del cuadrado C es de 9 cm^2.

b) ¿Existe alguna relación entre las áreas de los cuadrados?

La relación que hay es la que viene dada por el mismo Teorema de Pitágoras, esto es, que la suma de las áreas de los cuadrados B y C es igual al área del cuadrado A. En otras palabras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$