Ejercicios de ecuaciones, inecuaciones y sistemas.

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $6x^3 - 13x^2 - 4x + 15 = 0$

Aplicamos la división por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & -13 & -4 & 15 \\ -1 & & -6 & 19 & -15 \\ \hline & 6 & -19 & 15 & \color{red}{0} \end{array}$$

Resolvemos a continuación la ecuación $6x^2 - 19x + 15 = 0$, completando así las soluciones del sistema:

$$6x^2 - 19x + 15 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} \dfrac{5}{3} \\ \\ \dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

Así, las soluciones de la ecuación son:

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = -1 \\ \\ x_2 = \dfrac{5}{3} \\ \\ x_3 = \dfrac{3}{2} \end{cases}}$$

b) $3x^5 - 3x^4 = 3x^3 - 3x^2$

Igualamos la ecuación a 0, obteniendo: $3x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 3x^2 = 0$

Extraemos factor común, obteniendo una ecuación factorizada: $3x^2(x^3 - x^2 - x + 1) = 0$

Resolvemos, igualando ambos factores a 0:

- $3x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$
- $x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow$ Aplicamos Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & 0 & -1 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \color{red}{0} \end{array}$$

- Resolvemos $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \pm 1$

Las soluciones serán:

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = -1 \end{cases}}$$

c) $40x^4 + 19x^2 - 3 = 0$

Esta es una ecuación bicuadrada, que resolveremos con el cambio de variable $\boxed{x^2 = t}$

$$40x^4 + 19x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 40t^2 + 19t - 3 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \begin{cases} \dfrac{1}{8} \\ \\ -\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable, para obtener las soluciones de la ecuación:

$$\boxed{\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{1}{8}} = \pm\dfrac{1}{2\sqrt{2}} \\ \\ x_{3,4} = \pm\cancel{\sqrt{-\dfrac{3}{5}}} \notin \mathbb{R} \end{cases}}$$

d) $\dfrac{2x+1}{x+1} - \dfrac{3x^2}{x^2-1} = \dfrac{3x+2}{x-1} - \dfrac{31}{3}$

Procedemos a eliminar los denominadores, multiplicando la ecuación **completa** por $3(x^2-1)$

$3(x^2-1)\left(\dfrac{2x+1}{x+1} - \dfrac{3x^2}{x^2-1}\right) = 3(x^2-1)\left(\dfrac{3x+2}{x-1} - \dfrac{31}{3}\right)$, obteniendo:

$3(x-1)(2x+1) - 3 \cdot 3x^2 = 3(x+1)(3x+2) - 31(x^2-1);$

$-3x^2 - 3x - 3 = -22x^2 + 15x + 37 \Rightarrow 19x^2 - 18x - 40 = 0;$

Resolvemos la ecuación de 2.º grado, obteniendo:

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = -\dfrac{20}{19} \\ \\ x_2 = 2 \end{cases}}$$

e) $\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1} = \dfrac{3}{7}$

Eliminamos denominadores, realizando los *productos cruzados*:

$$7\sqrt{x+1} = 3(x-1) \xrightarrow{\textit{Elevamos al cuadrado}} \left(7\sqrt{x+1}\right)^2 = \left(3(x-1)\right)^2$$

$$49(x+1) = 9(x^2-2x+1) \xrightarrow{\textit{desarrollamos y agrupamos}} 9x^2 - 67x - 40 = 0$$

Obtenemos sus soluciones: $\begin{cases} x_1 = -\dfrac{5}{9} \\ \\ x_2 = 8 \end{cases}$

Al ser una ecuación con radicales, hay que comprobar la validez de las soluciones:

$$\begin{cases} Si\ x = -\dfrac{5}{9} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{-\dfrac{5}{9}+1}}{-\dfrac{5}{9}-1} = -\dfrac{3}{7} \Rightarrow ✗ \\ \\ Si\ x = 8 \Rightarrow \dfrac{\sqrt{8+1}}{8-1} = \dfrac{3}{7} \Rightarrow ✓ \end{cases}$$

Por lo tanto, la solución de la ecuación es $\boxed{x = 8}$

f) $5\sqrt{x^2+1} - 2 = \dfrac{2x+18}{6}$

Eliminamos el denominador multiplicando la ecuación por 6:

$30\sqrt{x^2+1} - 12 = 2x + 18 \xrightarrow{Despejamos\ el\ radical} 30\sqrt{x^2+1} = 2x + 30$

Simplificamos la ecuación entre 2 y elevamos al cuadrado:

$\left(15\sqrt{x^2+1}\right)^2 = (x+15)^2 \Rightarrow 225(x^2+1) = x^2 + 30x + 225$

Agrupamos y resolvemos:

$224x^2 - 30x = 0 \Rightarrow 2x(112x - 15 = 0) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ \\ x_2 = \dfrac{15}{112} \end{cases}$

Comprobamos la validez de las soluciones:

$$\begin{cases} Si\ x = 0 \Rightarrow 5\sqrt{0^2+1} - 2 = \dfrac{2 \cdot 0 + 18}{6} \Rightarrow 3 = 3 \Rightarrow ✓ \\ \\ Si\ x = \dfrac{15}{112} \Rightarrow 5\sqrt{\left(\dfrac{15}{112}\right)^2 + 1} - 2 = \dfrac{2 \cdot \dfrac{15}{112} + 18}{6} \Rightarrow \dfrac{341}{112} = \dfrac{341}{112} \Rightarrow ✓ \end{cases}$$

Así, las soluciones de la ecuación son $\boxed{\begin{cases} x_1 = 0 \\ \\ x_2 = \dfrac{15}{112} \end{cases}}$

g) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4x-3} = -1$

Despejamos el primer radical y elevamos al cuadrado:

$\sqrt{x+1} = \sqrt{4x-3} - 1 \Rightarrow \left(\sqrt{x+1}\right)^2 = \left(\sqrt{4x-3} - 1\right)^2;$

$x + 1 = 4x - 3 - 2\sqrt{4x-3} + 1 \xrightarrow{Agrupamos\ y\ elevamos} (3-3x)^2 = \left(-2\sqrt{4x-3}\right)^2$

Desarrollamos los cuadrados y agrupamos términos, obteniendo:

$$9x^2 - 34x + 21 = 0 \xrightarrow{Resolvemos} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \dfrac{7}{9} \end{cases}$$

Comprobamos la validez de las soluciones en la ecuación original:

$$\begin{cases} Si\ x = 3 \Rightarrow \sqrt{3+1} = \sqrt{4 \cdot 3 - 3} - 1 \Rightarrow 2 = 2 \Rightarrow \checkmark \\ Si\ x = \dfrac{7}{9} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{7}{9} + 1} = \sqrt{4 \cdot \dfrac{7}{9} - 3} - 1 \Rightarrow \dfrac{4}{3} = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow ✗ \end{cases}$$

Por lo tanto, la única solución de la ecuación es $\boxed{x = 3}$

h) $2^x + 2^{x+3} = 1200$

Aplicamos las propiedades de las potencias, obteniendo;

$2^x + 2^3 \cdot 2^x = 1200 \Rightarrow 2^x + 8 \cdot 2^x = 1200 \Rightarrow 9 \cdot 2^x = 1200$

Despejamos la exponencial y resolvemos:

$$2^x = \frac{1200}{9} \xrightarrow{Simplificamos} 2^x = \frac{400}{3} \Rightarrow \boxed{x = \log_2\left(\frac{400}{3}\right) \approx 7,06}$$

i) $\log_2(3x+1) - \log_2(3x-1) = 3$

Aplicamos las propiedades de los logaritmos;

$$\log_2\left(\frac{3x+1}{3x-1}\right) = 3 \Rightarrow \frac{3x+1}{3x-1} = 2^3$$

Resolvemos, obteniendo la solución de la ecuación:

$$3x + 1 = 8(3x-1) \Rightarrow 9 = 21x \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{7}}$$

j) $(x^2-9)(2^x-12)(\log_2(x+5)-9)(2x-\sqrt{x+9}-3)=0$

Tenemos una ecuación factorizada, por lo que iremos igualndo cada uno de sus factores a 0:

- $x^2-9=0 \Rightarrow x_{1,2}=\pm 3$
- $2^x-12=0 \Rightarrow 2^x=12 \Rightarrow x_3=\log_2(12)$
- $\log_2(x+5)-9=0 \Rightarrow \log_2(x+5)=9 \Rightarrow x+5=2^9 \Rightarrow x_4=507$
- $2x-\sqrt{x+9}-3=0 \xrightarrow{\textit{Agrupando y elevando}} (2x-3)^2=\left(\sqrt{x+9}\right)^2 \xrightarrow{\textit{Agrupando}}$
  $4x^2-13x=0 \Rightarrow \begin{cases} x_5=0 \\ x_6=\dfrac{13}{4} \end{cases}$

  Comprobamos su validez:

  $$\begin{cases} Si\ x=0 \Rightarrow 2\cdot 0-\sqrt{0+9}-3=0 \Rightarrow -6=0 \Rightarrow ✗ \\ Si\ x=\dfrac{13}{4} \Rightarrow 2\cdot\dfrac{13}{4}-\sqrt{\dfrac{13}{4}+9}-3=0 \Rightarrow 0=0 \Rightarrow ✓ \end{cases}$$

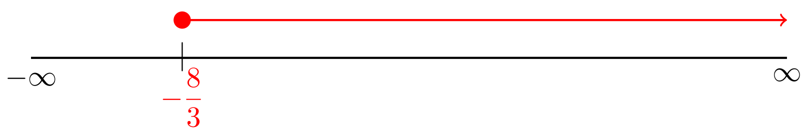
Así las soluciones de la ecuación son: $\boxed{\begin{cases} x_{1,2}=\pm 3 \\ x_3=\log_2 12 \\ x_4=507 \\ x_5=\dfrac{13}{4} \end{cases}}$

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5x-3\leq 8x+5$

Despejamos x:

$$5x-8x\leq 5+3 \rightarrow -3x\leq 8 \xrightarrow[\textit{al dividir por un número negativo}]{\textit{Cambio en la desigualdad}} \boxed{x\geq -\frac{8}{3}}$$

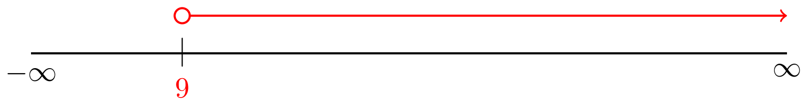


b) $\dfrac{3x-5}{2} - \dfrac{2x-3}{5} > x - 1$

Eliminamos los denominadores multiplicando todo por 10:

$$10\left(\frac{3x-5}{2} - \frac{2x-3}{5}\right) > 10(x-1) \rightarrow 5(3x-5) - 2(2x-3) > 10x - 10$$

$$15x - 25 - 4x + 6 > 10x - 10 \xrightarrow{Agrupamos} \boxed{x > 9}$$

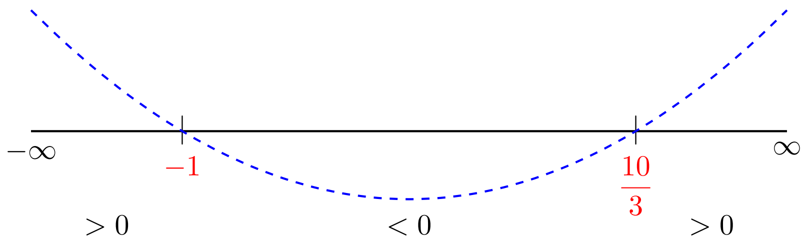


c) $3x^2 - 7x - 10 \leq 0$

Resolvemos la ecuación de segundo grado asociada a la inecuación:

$$3x^2 - 7x - 10 = 0 \xrightarrow{\text{“Fórmula”}} \begin{cases} x_1 = -1 \\ \\ x_2 = \dfrac{10}{3} \end{cases}$$

Representamos las soluciones en la recta real, y evaluamos el signo del polinomio en cada intervalo, teniendo en cuenta que $a = 3 > 0$, por lo que la parábola *está contenta*:



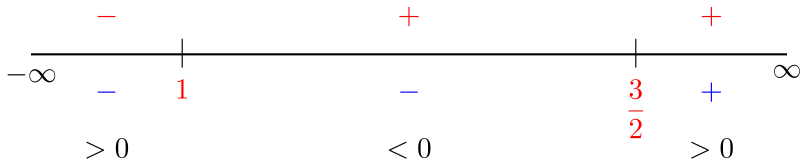
Al ser la desigualdad ≤ 0, la solución de la inecuación será: $\boxed{x \in \left[-1, \dfrac{10}{3}\right]}$

d) $\dfrac{x-1}{2x-3} \geq 0$

Es una inecuación en la que se nos pide evaluar el signo de un cociente. Para ello, vamos a ver el signo del numerador y del denominador, para lo que hallamos sus raíces:

- Raíces del numerador: $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$
- Raíces del denominador: $2x - 3 = 0 \rightarrow x = \dfrac{3}{2}$

Representamos dichas raíces sobre la recta real y evaluamos el signo del numerador y el denominador en cada intervalo, obteniendo así el signo del cociente:



Nos piden los intervalos en los que dicho cociente es mayor o igual que 0, por lo que el numerador puede ser 0 al estar permitida la igualdad. (recuérdese que el denominador nunca puede ser 0).

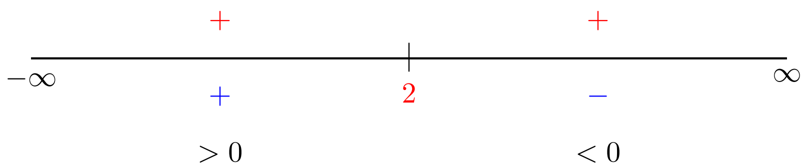
La solución por tanto es: $\boxed{x \in (-\infty, 1] \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)}$

e) $(2^x + 1)(2 - x) > 0$

Esta es una inecuación factorizada, por lo que vamos a evaluar el signo de cada factor por separado para obtener así es signo del producto.

- Signo del primer factor: $2^x + 1 = 0 \rightarrow 2^x = -1 \rightarrow x = \cancel{\log_2(-1)} \notin \mathbb{R}$
El primer factor no se anula nunca. Al ser 2^x siempre un valor positivo, al sumerle 1 sigue siendo positivo, por lo que el primer factor **siempre** es positivo.
- Raíces del segundo factor: $2 - x = 0 \rightarrow x = 2$

Representamos dicho valor sobre la recta real y evaluamos los signos de cada factor para obtener el signo del producto:



Como queremos que el producto sea mayor que 0, la solución a la inecuación es el primero de los intervalos: $\boxed{x \in (-\infty, 2)}$

f) $15x^3 - 14x^2 - 3x + 2 < 0$

Factorizamos el polinomio:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 15 & -14 & -3 & 2 \\ 1 & & 15 & 1 & -2 \\ \hline & 15 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

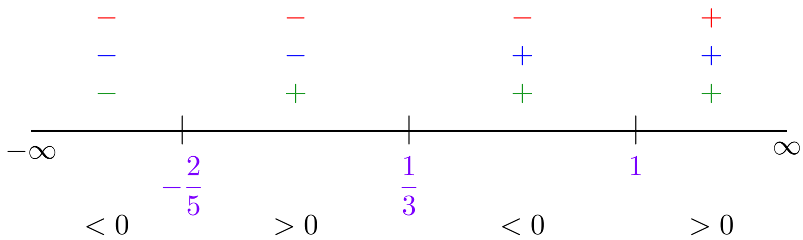
Resolvemos la ecuación de segundo grado obtenida:

$$15x^2 + x - 2 = 0 \xrightarrow{Resolvemos} x = \begin{cases} \frac{1}{3} \\ \\ -\frac{2}{5} \end{cases}$$

La inecuación factorizada será por tanto:

$$15(x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)<0$$

Representamos las raíces sobre la recta real y vemos los signos de cada factor del polinomio en cada intervalo:



Como queremos obtener valores negativos, la solución de la inecuación sera:

$$\boxed{x\in\left(-\infty,-\frac{2}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{3},1\right)}$$

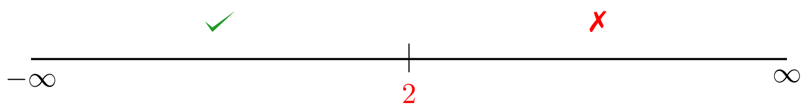
g) $\sqrt{x^2+5}>x+1$

Resolvemos la ecuación asociada a la inecuación. Para ello, elevamos al cuadrado, para eliminar la raíz, y posteriomente agrupamos términos:

$$\left(\sqrt{x^2+5}\right)^2=(x+1)^2\rightarrow \cancel{x^2}+5=\cancel{x^2}+2x+1\rightarrow x=2$$

Representamos dicho valor en la recta real, y comprobamos la validez de cada intervalo tomando un valor de muestra:

$$\begin{cases} Si\ x=0\Rightarrow\sqrt{0^2+5}>0+1\Rightarrow ✓ \\ Si\ x=3\Rightarrow\sqrt{3^2+5}<3+1\Rightarrow ✗ \end{cases}$$



Así, la solución de la inecuación es: $\boxed{x\in(-\infty,2)}$

Ejercicio 3: Resuelve los siguientes sistemas:

$a)$ $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -1 \\ 3x - 5y = 8 \end{cases}$

Este es un sistema no lineal formado por dos ecuaciones y dos incógnitas. Para resolverlo, depejamos x en la segunda ecuación para sustituir en la primera:

$3x - 5y = 8 \rightarrow$

$$x = \frac{5y+8}{3} \tag{1}$$

$$\left(\frac{5y+8}{3}\right)^2 - 2y^2 = -1 \rightarrow \frac{25y^2+80y+64}{9} - 2y^2 = -1 \xrightarrow{\cdot 9} 25y^2 + 80y + 64 - 18y^2 = -9$$

Agrupamos y resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$7y^2 + 80y + 73 = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \\ \\ y_2 = -\dfrac{73}{7} \end{cases}$$

Completamos las soluciones del sistema sustituyendo en (1)

$$\begin{cases} Si\ y_1 = -1 \Rightarrow x_1 = \dfrac{5 \cdot (-1) + 8}{3} = 1 \\ \\ Si\ y_2 = -\dfrac{73}{7} \Rightarrow x_2 = x = \dfrac{5 \cdot \left(-\dfrac{73}{7}\right) + 8}{3} = -\dfrac{103}{7} \end{cases}$$

Por lo tanto, las soluciones del sistema son: $\boxed{\begin{cases} (x_1, y_1) = (1, -1) \\ \\ (x_2, y_2) = \left(-\dfrac{103}{7}, -\dfrac{73}{7}\right) \end{cases}}$

$b)$ $\begin{cases} -3x^2 + 5y^2 = 68 \\ xy = 8 \end{cases}$

Despejamos x de la segunda ecuación, para sustituir posteriormente en la primera ecuación:

$$xy = 8 \rightarrow x = \frac{8}{y}$$

$$-3 \cdot \left(\frac{8}{y}\right)^2 + 5y^2 = 68 \rightarrow -\frac{192}{y^2} + 5y^2 = 68 \xrightarrow{\cdot y^2} -192 + 5y^4 = 68y^2 \xrightarrow{Agrupamos}$$
$$5y^4 - 68y^2 - 192 = 0$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada con el cambio de variable $y^2 = t$:

$$5t^2 - 68t - 192 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 16 \\ \\ t_2 = -\dfrac{12}{5} \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable, para obtener los valores de y:

$$\begin{cases} y_{1,2} = \pm\sqrt{16} = \pm 4 \\ \\ y_{3,4} = \pm\cancel{\sqrt{-\dfrac{12}{5}}} \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

Completamos las soluciones para x:

$$\boxed{\begin{cases} Si\ y_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \dfrac{8}{4} = 2 \\ \\ Si\ y_1 = -4 \Rightarrow x_1 = \dfrac{8}{-4} = -2 \end{cases}}$$

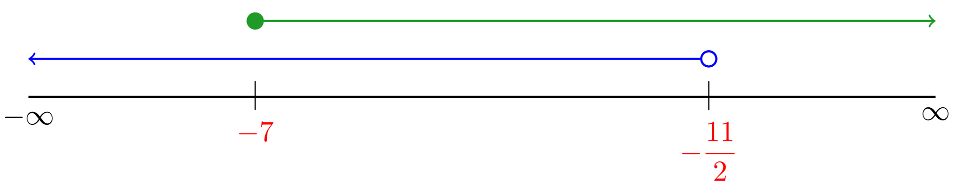
Ejercicio 4: Resuelve los siguientes sitemas de inecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2x - 5 \leq 3x + 2 \\ 3x - 8 > 5x + 3 \end{cases}$$

Reslovemos cada una de las inecuaciones del sistema:

$$\begin{cases} 2x - 5 \leq 3x + 2 \to -7 \leq x \\ \\ 3x - 8 > 5x + 3 \Rightarrow -\dfrac{11}{2} > x \end{cases}$$

Representamos sobre la recta real dichas soluciones, siendo la solución del sistema la intersección de las mismas:

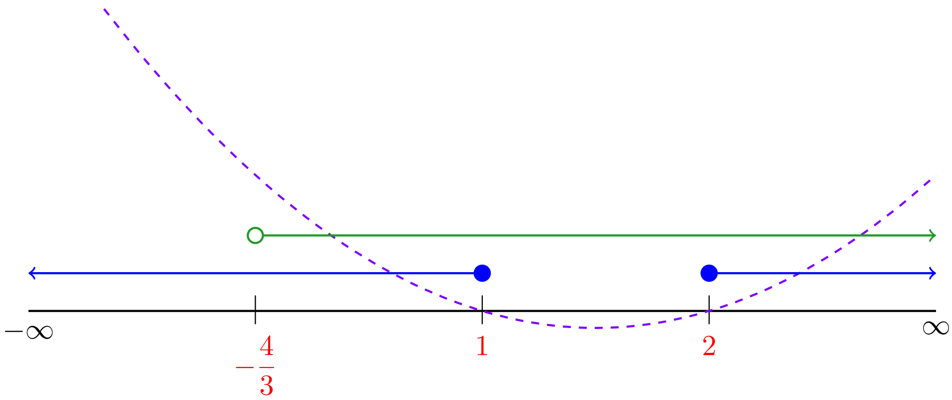


Así, la solución del sistema será: $\boxed{x \in \left[-7, -\dfrac{11}{2}\right)}$

$$b) \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ 3x - 2 > -6 \end{cases}$$

De nuevo resolvemos y representamos cada inecuación, teniendo en cuanta que la primera inecuación es de segundo grado:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [2, \infty) \\ \\ 3x - 2 > -6 \Rightarrow x > -\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

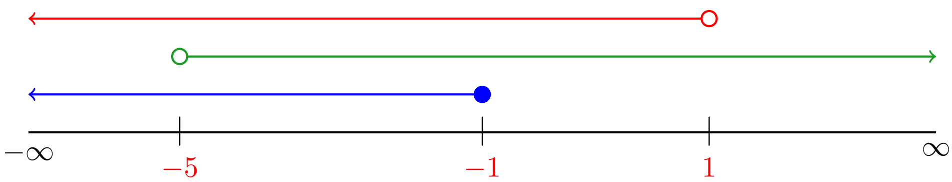


La solución será la intersección, es decir, $\boxed{x \in \left(-\frac{4}{3}, 1\right] \cup [2, \infty)}$

c) $\begin{cases} x - 1 < 0 \\ 2x < 3x + 5 \\ 2x - 7 \geq 3(x - 2) \end{cases}$

De nuevo resolvemos cada inecuación por separado, representando sus soluciones y efectuando posteriormente su intersección:

$$\begin{cases} x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1 \\ 2x < 3x + 5 \Rightarrow x > -5 \\ 2x - 7 \geq 3(x - 2) \Rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$



La solución es: $\boxed{x \in (-5, -1]}$

Ejercicio 5: Hallar los números reales que cumplen la siguiente condición: su cuadrado es menor que su elemento inverso.

Planteamos la inecuación siguiente a partir del enunciado:

$$x^2 < \frac{1}{x}$$

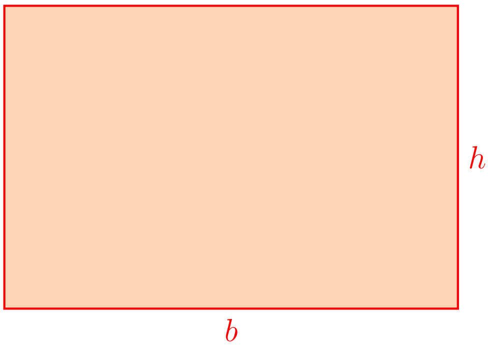
Para eliminar el denominador hay que multiplicar por x, pero al ser una inecuación, debemos de tener en cuenta el signo de x:

$$\begin{cases} Si\ x > 0 \xrightarrow{\cdot x} x^3 < 1 \Rightarrow x < 1 \\ \\ Si\ x < 0 \xrightarrow{\text{cambiamos desigualdad}} x^3 > 1 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow \text{Imposible si } x < 0 \\ Si\ x = 0 \Rightarrow \text{Imposible: Denominador nulo.} \end{cases}$$

La solución es que x ha de ser positiva y menor que 1, por lo que $\boxed{x \in (0, 1)}$

Ejercicio 6: Calcula las dimensiones de un rectángulo de $4\sqrt{13}$ cm de diagonal y 96 cm^2 de área.

Representamos un rectángulo e imponemos las condiciones del enunciado:



$$\begin{cases} b \cdot h = 96 \\ b^2 + h^2 = (4\sqrt{13})^2 \end{cases}$$

Despejamos b en la primera ecuación y sustituimos en la segunda, eliminando posteriormente los denominadores:

$$b = \frac{96}{h} \rightarrow \left(\frac{96}{h}\right)^2 + h^2 = 16 \cdot 13 \xrightarrow{\cdot h^2} 9216 + h^4 = 208h^2 \rightarrow h^4 - 208h^2 + 9216 = 0$$

Resolvemos con el cambio de variable $h^2 = x$:

$$x^2 - 208x + 9216 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 144 \\ \\ x_2 = 64 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable, desechando las soluciones negativas de h, ya que no tiene sentido que la base sea negativa:

$$\begin{cases} h_1 = \sqrt{144} = 12 \\ \\ h_2 = \sqrt{64} = 8 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} Si\ b = 12 \Rightarrow h = \dfrac{96}{12} = 8 \\ \\ Si\ b = 8 \Rightarrow h = \dfrac{96}{8} = 12 \end{cases}$$

En conclusión, las dimensiones del rectángulo son $\boxed{12 \times 8\ cm}$

Ejercicio 7: Un comerciante compra por 950 € dos objetos y los vende por 982 €. Si en la venta de uno de ellos ganó el 10 % y en la venta del otro perdió el 8 %, ¿qué cantidad pagó por cada objeto?

Planteamos un sistema de ecuaciones a partir del enunciado, siendo x el precio del primer artículo e y el precio del segundo:

$$\begin{cases} x + y = 950 \\ \\ 1,1x + 0,92y = 982 \end{cases}$$

Eliminamos los decimales de la segunda ecuación multiplicando esta por 100, para posteriormente reducir las x:

$$\begin{cases} x + y = 950 \xrightarrow{\cdot 110} \\ \\ 110x + 92y = 98200 \xrightarrow{\cdot(-1)} \end{cases} \quad \begin{cases} 110x + 110y = 104500 \\ \underline{-110x - 92y = 98200} \\ \quad / \qquad 18y = 6300 \end{cases} \quad \Rightarrow y = \frac{6300}{18} = 350 \text{ €}$$

Completamos la solución: $x = 950 - y = 950 - 350 = 600$ €.

Ejercicio 8: Un vendedor de seguros puede elegir entre dos modalidades de contrato: un fijo de 900 € mensuales más 80 € por cada póliza realizada o cobrar 150 € de comisión pura por cada póliza realizada. ¿A partir de qué cantidad de pólizas es más rentable la opción de comisión pura?

Sea x el número de pólizas vendidas por el comprador. Así, deberemos resolver la siguiente inecuación:

$$900 + 80x < 150x \to 900 < 70x \to x > \frac{900}{70} \approx 12,86$$

Así, la solución es que el vendedor ha de realizar al menos 13 ventas para ganar más con la segunda modalidad.